

УДК 629.1.01

Проф. В.П. Ковбаса, д-р техн. наук;  
аспир. Али Ахмед Кадем; аспир. Д.Ю. Калининченко –  
НУ биоресурсови природопользования Украины, г. Киев

## РЕШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ПРИВОДНОГО КОЛЕСА С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Приведены аналитические функции распределения давлений в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью (почвой), которые получены с использованием криволинейных интегралов первого рода, и аналитические функции по определению границы зоны контакта, полученные на основе учета суммарных смещений контактирующих тел на границах контакта, которые являются исходными для решения задачи о контактном взаимодействии колеса с поверхностью. Полученные функции границ контакта зависят как от прилагаемых к колесу усилий, так и от механических свойств самого колеса и поверхности. Полученные зависимости могут быть использованы при решении задач, связанных с эксплуатацией, в частности, при проектировании двигателей мобильных энергосредств.

**Ключевые слова:** деформируемое колесо, деформируемое основание, прилагаемые силы, распределенные силы, границы контакта.

**Введение.** Во многих процессах: в сельскохозяйственном, мелиоративном, строительном, дорожном и других производствах возникает задача об определении параметров контактного взаимодействия колеса и поверхности, по которой оно движется.

Весомый вклад в решение таких задач принадлежит А.Ю. Ишлинскому [1], Д.И. Золотаревской [2] и др. Но анализ этих работ позволяет сделать вывод о том, что не во всех этих работах учтены условия приложения усилий, в частности крутящего момента, кроме того, решение этих задач не дает ответа на то, как распределены перемещения в вертикальном и продольном направлениях контакта. Кроме того, в этих решениях отсутствует четкое определение границ зон контакта и их зависимость от характера прикладывания усилий и деформативных свойств контактирующих тел.

**Целью работы** является аналитическое определение распределенных сил в зоне контакта деформируемого колеса с почвой, определение границ контакта и компонент абсолютных деформаций поверхностей колеса и почвы в зоне контакта.

**Изложение основного материала.** Методика построения решения первой краевой задачи теории упругости предполагает использование уравнений связи относительных деформаций с компонентами перемещений (уравнений Коши), так называемых геометрических уравнений (для плоской постановки задачи), кроме того, в любом случае движения среды должно выполняться уравнение динамики или статики среды при отсутствии значительных ускорений элементов этой среды. В любом случае на наклонной площадке в среде должны выполняться условия на поверхности [5].

В случае, когда рассматриваются не перемещения, а скорости перемещений, в уравнениях компоненты  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  будут заменены на компоненты скоростей деформаций  $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y, \dot{\gamma}_{xy}$ , которые используются в уравнениях [3].

В общем случае, процедура поиска решения предполагает подстановку компонент уравнений Коши (или их производных по времени) в физические уравнения [3] и в дальнейшем подстановку полученных выражений в уравнения статики. Таким образом, для случая геометрической линейности уравнений получаются эллиптические уравнения, решения основных типов которых приведены в литературе по математической физике [4] и состоят в поиске решений с использованием бигармонических потенциальных функций, которые удовлетворяют условия на поверхности (3). Полученные таким образом функции широко известны в виде решений Бусинеска, Черрути, а в дальнейшем развитые П.Ф. Папковичем и Нейбером [5-7].

Кроме того, учитывая отсутствие смещения координатной системы, В.М. Александровым, М.И. Чебаковым [8], Т.И. Аргатовым и Н.Н. Дмитриевым [9], а также В.Л. Поповым [10] и другими предложено решение для смещений поверхностей деформируемых тел в виде:

$$\begin{aligned} u_p[x, 0] &= -M_p \int_{a_1}^a \left( (-v_{1p}T_\xi) + v_{2p}(-P_\xi + P_m) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi, \\ v_p[x, 0] &= M_p \int_{a_1}^a \left( (v_{1p}(-P_\xi + P_m) + v_{2p}T_\xi) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi, \\ u_k[x, 0] &= -M_k \int_{a_1}^a \left( (-v_{1k}T_\xi + v_{2k}(P_\xi - P_m)) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi, \\ v_k[x, 0] &= M_k \int_{a_1}^a \left( (v_{1k}(P_\xi - P_m) + v_{2k}T_\xi) \right) \frac{Bt}{t^2 + (x+t-\xi)^2} d\xi, \end{aligned} \quad (1)$$

где:  $u_p[x, 0], v_p[x, 0], u_k[x, 0], v_k[x, 0]$  – перемещения в направлении продольной и вертикальной осей координат поверхностей контактирующих тел в зоне контакта  $\{a_1, a\}$  для почвы и колеса, соответственно (рис. 1);  $T_\xi, P_\xi, P_m$  – распределенные давления в зоне контакта, касательное, вертикальное от действия силы тяжести, приведенной к колесу, и силы вертикальной реакции в зоне контакта, которая создается в зоне  $\{0, a\}$  и вызвана моментом сопротивления качению. Остальные переменные определяются по таким соотношениям:

$$M_p = \frac{\frac{G_p t}{e^{\mu_p}(-1+e^{\mu_p})}}{6G_p(1+v_p)}, M_k = \frac{\frac{G_k t}{e^{\mu_k}(-1+e^{\mu_k})}}{6G_k(1+v_k)},$$

$$v_{1p} = 2(-2+v_p), v_{2p} = (-1+5v_p), v_{1k} = 2(-2+v_k), v_{2k} = (-1+5v_k).$$

Деформативные свойства колеса и почвы (получены в результате всех преобразований, полученных выше, после приведения уравнений к двумерному виду), а именно  $G_p, G_k, \mu_p, \mu_k, v_p, v_k$  – модули упругости, коэффициенты вязкости сдвиговых деформаций и коэффициенты бокового расширения (в первом приближении коэффициенты Пуассона) почвы и колеса, соответственно.

При достаточно продолжительном времени деформирования экспоненциальные функции, которые входят в деформативные постоянные  $M_p, M_k$ , об-

ращаются в единицу и последние зависят лишь от модулей упругости и коэффициентов бокового расширения;  $i, B = \pi/5b$  – коэффициент, который устраняет сингулярность функций (4) и коэффициент, обеспечивающий выполнение условия на границе, причем,  $b$  – ширина колеса.

Таким образом, уравнения (1) могут быть использованы как для определения компонент перемещений, так и для определения компонент скоростей перемещений колеса и почвы в зоне их контакта. В общем случае, характер взаимодействия приводного колеса (активного) может быть представлен схематично, как изображено на рис. 1.

На схеме представлен характер взаимодействия активного деформируемого колеса с поверхностью в системе координат  $xOy$ , в которой мгновенный центр вращения колеса совпадает с центром системы координат  $O$ , а поверхность среды, по которой движется колесо, совпадает с осью  $Ox$ . Уравнения, которые описывают поверхность колеса, представлены в системе координат  $\xi O\eta$ , совпадающей с системой координат среды (почвы). Уравнение поверхности колеса радиуса  $r$  в плоской системе координат имеет такой вид:

$$\eta = r - \sqrt{r^2 - \xi^2}; \xi = r - \sqrt{r^2 - \eta^2}.$$

Как видно из рис. 1, колесо нагружено весом  $P = mg$ , который сосредоточен в центре вращения колеса, крутящим моментом  $M$  и силами сопротивления перемещению колеса в виде момента сопротивления перекатыванию, которые образуются, с одной стороны, распределенной горизонтальной реакцией почвы (реакция на составляющую крутящего момента относительно мгновенного центра вращения) на передней части зоны контакта произведением интегральной функции распределения давления тяжести на координату центра ее распределения по отношению к центру координат и, с другой стороны, распределением вертикальных составляющих в передней части зоны контакта, которые возникают за счет распределения давления от части крутящего момента относительно мгновенного центра обращения и распределенной реакции почвы от веса, которые также образуют момент сопротивления перекатыванию.

Поэтому важным для решения задач есть определение функций распределения давления в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от сил, которые действуют на колесо, и деформативных свойств как колеса, так и поверхности, с которой оно контактирует.

В первом приближении, поверхность, по которой распределены силы в плоскости контакта, может быть представлена на участке  $a_1 - a$  зависимостью  $\eta = r - \sqrt{r^2 - \xi^2}$ , но следует отметить, что в дальнейшем интегрирование такой функции в аналитическом виде может вызвать непреодолимые сложности, поэтому если разложить такую функцию в ряд Маклорена, то в первом приближении она будет иметь вид  $\eta_n = \xi^2/2r$ . Сравнение точного выражения поверхности контакта и разложенной в ряд, которые приведены на рис. 2, и их первых производных свидетельствует о возможности использования упрощенной функции без ухудшения точности результатов.

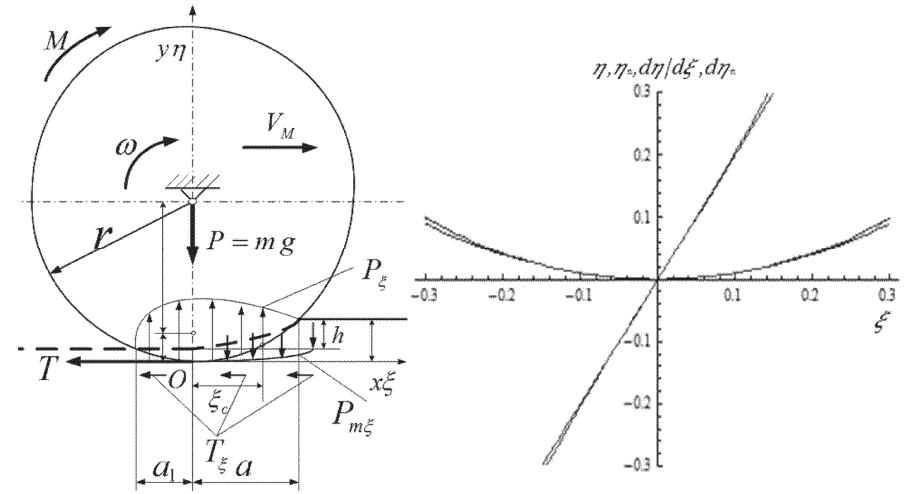


Рис. 1. Схема взаимодействия деформируемого приводного колеса с деформируемой средой

Рис. 2. Сравнение функций точных кривых контакта, их производных и их приближенных значений в пределах зоны контакта  $\xi \in \{-0.3, 0.3\}$  для радиуса  $r = 0.5$

Аналогичное представление поверхности зоны контакта принято в исследованиях А.Ю. Ишлинского [1]. Учитывая то, что вертикальное давление силы тяжести от действия колеса распределено по длине площадки контакта  $\{a_1; a\}$ , а сила, действующая на криволинейной линии, выражается криволинейным интегралом первого рода, можно записать равенство

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int \frac{P}{(a - a_1)} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int \left[ p_{\xi} \sqrt{1 + \left( \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} \right] d\xi \right) \Rightarrow p_{\xi} = \frac{P}{(a - a_1) \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}}. \quad (2)$$

Распределение касательной силы тяги в зоне контакта может быть определено аналогичным образом

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int \frac{M}{r} d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int T_{\xi} \sqrt{1 + \left( \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\xi^2}{2r} \right) \right)^2} d\xi \right) \Rightarrow T_{\xi} = \frac{Mr}{(a - a_1)(r^2 + \xi^2)} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{r^2}}. \quad (3)$$

Крутящий момент, приложенный к колесу относительно мгновенного центра вращения, создает на участке контакта  $\{0; a\}$  дополнительное вертикальное распределение давления, которое, аналогично предыдущим выкладкам, может быть выражено из равенства

$$\frac{d}{d\xi} \left( \int (M / (r / a)) d\xi \right) = \frac{d}{d\xi} \left( \int (-P_{m\xi} (\xi - a)^2) d\xi \right) \Rightarrow P_{m\xi} = -\frac{aM}{r(a - \xi)^2}. \quad (4)$$

Эти распределения давлений при последующих интегрированиях с целью определения границ контакта колеса с почвой, также приведут к непреодолимым

трудностям при интегрировании, поэтому такие распределения могут быть разложены в ряды Маклорена, которые будут иметь следующий вид:

$$P_n = \frac{g m(2r^2 - \xi^2)}{2(a - a_1)r^2}; T_n = \frac{M(2r^2 - \xi^2)}{2(a - a_1)r^3}; P_{mn} = -\frac{M(a^2 + 2a\xi + 3\xi^2)}{a^3r}, \quad (5)$$

где  $P_n, T_n, P_{mn}$  – разложенные в ряды распределения силы веса, касательной силы и силы момента сопротивления качению, соответственно. О сходимости точных выражений и их разложений можно судить по приведенным графикам на рис. 3.

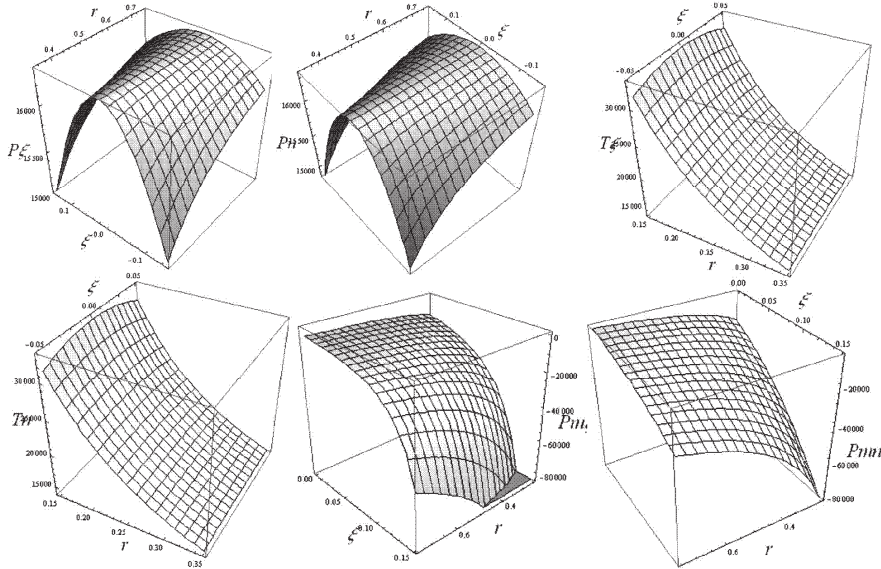


Рис. 3. Графики распределений давлений, построенные по точным выражениям и их разложением в ряд

Анализ этих графиков свидетельствует о практически полной идентичности точных представлений функций распределения давлений и тех же функций, представленных разложениями в ряды Маклорена.

Таким образом, разложенные в ряды Маклорана функции распределенных усилий могут быть использованы в дальнейшем анализе контактного взаимодействия без ущерба для точности полученных после интегрирования уравнений с входящими в них бигармоническими потенциальными функциями. Это позволяет существенно упростить интегрирование и получить решения в аналитическом виде, которые позволяют осуществить их анализ без использования численных методов.

Таким образом, получены аналитические зависимости распределения нормальной и касательной составляющей давления в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью, которые пригодны для дальнейших аналитических преобразований.

Для окончательного решения задачи о контактном взаимодействии деформируемого колеса с деформируемой поверхностью представляют зоны гра-

ниц контакта, которые, судя по всему, должны зависеть от свойств деформируемых тел и сил, которые прилагаются к контактирующим телам.

Границы зоны контакта могут быть определены из условия, что вертикальное смещение колеса в точке  $a_1$  равно  $a_1^2/2r$ , а разница вертикальных деформаций и вертикальных смещений колеса и поверхности в точке  $a$  равны 0. Исходя из этих условий с учетом выражений (1), можно составить следующие выражения для определения границ зон контакта колеса с почвой:

$$v_k|_{\{a_1, a \rightarrow 0\}} = M_k \int_{a_1}^0 (v_{1k}P_n + v_{2k}T_n) \frac{Bt}{t^2 + (x + t - \xi)^2} d\xi - \frac{a_1^2}{2r};$$

$$(v_k - v_p)|_{\{a, a_1 \rightarrow 0\}} = \int_0^a \left( \frac{M_k(v_{1k}(P_n - P_m) + v_{2k}T_n) - (-M_p(v_{1p}(-P_n + P_m) + v_{2p}T_n))}{t^2 + (x + t - \xi)^2} \right) d\xi. \quad (6)$$

При интегрировании этих выражений следует принять во внимание то, что  $x = \xi$ . Интегрирование последних выражений приводит к наличию в окончательных выражениях составляющих в виде

$$ArcTan[(a + t)/t], \ln[2t^2], \ln[t^2 + (a + t)^2].$$

Учитывая то, что  $\ln[f \rightarrow 0] \rightarrow (\approx 3/(2\pi))$ , а  $ArcTan[(a + t)/t]|_{\{a > 0.01, t \rightarrow 0\}} \rightarrow \pi/2$ , то

замена приведенных выше составляющих на константы позволяет в первом приближении решить первое уравнение из (6) относительно  $a_1$ , а второе из (6) – относительно  $a$  в окончательном виде. При этом каждое из выражений дает по два корня в виде:

$$a_1 = -\sqrt{6} \sqrt{g M_k m v_{1k} + \frac{M_k M v_{2k}}{r}} / \sqrt{\frac{3r^2 + g M_k m r v_{1k} + M_k M v_{2k}}{r^3}}; \quad (7)$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \sqrt{6 M_k M r^2 v_{1k} + g M_k m r^3 v_{1k} + 6 M M_p r^2 v_{1p} + g m M_p r^3 v_{1p} + M_k M r^2 v_{2k} - M M_p r^2 v_{2p}}}{\sqrt{g M_k m r v_{1k} + g m M_p r v_{1p} + M_k M v_{2k} - M M_p v_{2p}}}.$$

Анализ выражений для границ зон контакта свидетельствует о том, что на величину задней зоны контакта  $a_1$  оказывают существенное влияние вес, приходящийся на колесо, крутящий момент и деформативные свойства самого колеса, что видно из графиков, представленных на рис. 4.

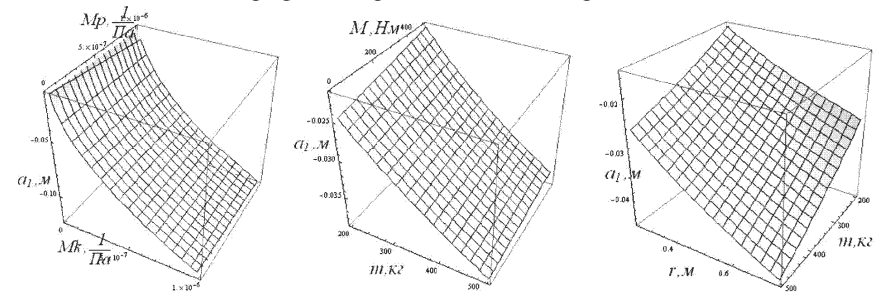


Рис. 4. Графики зависимости величины задней границы контакта от деформативных свойств колеса, приложенной к колесу массы, крутящего момента и радиуса колеса

При этом следует отметить, что величина передней границы зоны контакта зависит как от приведенных выше величин, которые влияют на величину задней зоны, так и от деформативных свойств почвы. Необходимо обратить внимание на то, что на величину передней границы  $a$  масса, приведенная к колесу, незначительно влияет путем уменьшения этой границы, но анализ суммарной зоны контакта показывает, что в целом крутящий момент настолько существенен среди факторов, что до определенной степени масса как бы не проявляет существенного влияния (рис. 5).

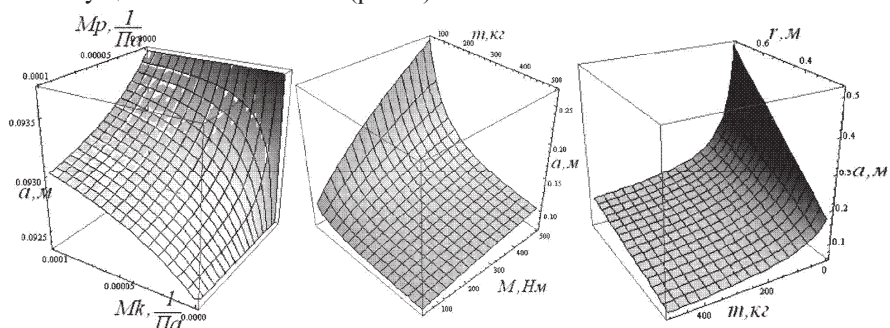


Рис. 5. Графики зависимости величины передней границы контакта от деформативных свойств колеса, приложенной к колесу массы, крутящего момента и радиуса колеса

Все это объясняется необходимостью дальнейшего и более глубокого исследования взаимодействия колеса с почвой. Кстати, противоречие с общепринятыми представлениями о влиянии массы на величину передней зоны контакта свидетельствует о недостаточной изученности процесса. Анализ зависимостей (7), которые графически представлены на рис. 4, 5, позволяет сделать некоторые выводы о влиянии параметров колеса и свойств почвы на величины составляющих зоны контакта колеса с почвой, а именно:

- на размеры задней части зоны контакта  $a_1$  существенное влияние оказывает величина деформативных свойств колеса  $M_k$ , в то время как величина деформативных свойств почвы  $M_p$  не оказывает влияния на эту величину, причем увеличение деформативных свойств колеса (величина обратно пропорциональная модулю упругости линейных деформаций) ведет к существенному уменьшению задней границы модуля упругости колеса;
- увеличение крутящего момента  $M$  ведет к уменьшению размера задней части зоны контакта  $a_1$ , в то же время масса, приложенная к колесу  $t$ , ведет к возрастанию последней;
- увеличение радиуса колеса  $r$  при прочих равных параметрах увеличивает размеры задней части зоны контакта  $a_1$ ;
- передняя часть зоны контакта  $a$  возрастает с увеличением деформативных свойств почвы  $M_p$ , т.е. с уменьшением модуля упругости линейных деформаций  $E_p$ , и  $a$  уменьшается с уменьшением деформативных свойств колеса  $M_k$ , т.е. с увеличением модуля упругости линейных деформаций  $E_k$ ;
- возрастание крутящего момента  $M$  и (или) радиуса колеса  $r$  ведет к возрастанию передней части зоны контакта  $a$ ;

- весьма любопытным есть тот факт, что увеличение массы  $t$ , приложенной к колесу, ведет к уменьшению передней части зоны контакта  $a$ , однако анализ размеров суммарной зоны контакта ( $|a_1| + |a|$ ) указывает на то, что увеличение массы  $t$ , приложенной к колесу, ведет к возрастанию длины пятна контакта. Из чего следует, что масса более существенно влияет на возрастание задней части контакта  $a_1$ , притом, что передняя часть зоны контакта  $a$  уменьшается не столь существенно.

Для определения смещений необходимо воспользоваться зависимостями (4) с учетом выражений (9). Учитывая значения  $t = 0.01, B = \pi/5b$ , в развернутом виде выражение перемещений почвы будет иметь достаточно громоздкий вид, поэтому полностью привести их в пределах статьи не представляется возможным.

**Выводы.** В результате проведенных исследований получены аналитические зависимости распределения сил в зоне контакта деформируемого колеса с деформируемой поверхностью. Получены аналитические зависимости для определения границ зоны контакта двух тел несогласованной геометрической формы с учетом приложенных нагрузок и деформативных свойств тел.

Кроме того, наличие функции, позволяющей определить величину передней части зоны контакта совместно с функцией распределения силы сопротивления в передней части зоны контакта, дают предпосылки для аналитического определения коэффициента сопротивления качению деформируемого колеса по деформируемой поверхности при нагружении колеса силой веса и приложении крутящего момента с учетом деформативных свойств колеса и поверхности.

### Литература

1. Ишлинский, А.Ю. О качении жестких и пневматических колес по деформируемому грунту. Прикладные задачи механики / А.Ю. Ишлинский. – М.: Изд-во "Наука", 1986. – Кн. 1. – С. 293-314.
2. Золотаревская, Д.И. Основы теории и методы расчета уплотняющего воздействия на почву колесных движителей мобильной сельскохозяйственной техники : дисс. ... д-ра техн. наук: спец. 05.20.01 – Технологии и средства механизации сельского хозяйства / Д.И. Золотаревская. – М., 1997. – 432 с.
3. Ковбаса, В.П. Фізичні рівняння деформування ґрунту з істотним проявом в'язкопластичних властивостей / В.П. Ковбаса // Науковий вісник НУБіП України : зб. наук. праць. – Сер.: Техніка та енергетика АПК. – К.: Вид-во НУБіП України. – 2011. – Вип. 166, ч. 2. – С. 284-296.
4. Полянин, А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А.Д. Полянин. – М.: Изд-во "Физматлит". – 2001. – 576 с.
5. Новацкий, В. Теория упругости / Витольд Новацкий. – М.: Изд-во "Мир". – 1975. – 872 с.
6. Папкович, П.Ф. Теория упругости / П.Ф. Папкович. – Л.-М.: Гос. изд. "Оборонпром", 1939. – 639 с.
7. Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – М.: Изд-во "Наука", 1985. – 504 с.
8. Александров, В.М. Введение в механику контактных взаимодействий / В.М. Александров, М.И. Чебаков. – Москва-Ростов-на-Дону: Изд-во "Победа", 2007. – 114 с.
9. Аргатов, И.И. Основы теории упругого дискретного контакта / И.И. Аргатов, Н.Н. Дмитриев. – СПб.: Изд-во "Политехника", 2003. – 233 с.
10. Попов, В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения / В.Л. Попов. – М.: Изд-во "Физматлит", 2013. – 352 с.

**Ковбаса В.П., Кадем Алі Ахмед, Калініченко Д.Ю. Розв'язок контактної задачі про взаємодію деформівного привідного колеса з деформівною поверхнею**

Наведено аналітичні залежності для визначення розподілу тиску у зоні контакту деформівного колеса з деформівною поверхнею (грунтом), які отримано з використанням криволінійних інтегралів першого роду, та аналітичні залежності визначення границь контакту, отримані на основі врахування сумарних зміщень тіл, що контактують на границях контакту, які є вихідними для розв'язання контактної задачі взаємодії колеса з поверхнею (грунтом). Отримані функції границь контакту залежать як від прикладених до колеса зусиль, так і від механічних властивостей самого колеса та поверхні. Отримані залежності можуть бути використані у розв'язуванні задач, пов'язаних з експлуатацією, зокрема у проектуванні рушіїв мобільних енергозасобів.

**Ключові слова:** деформівне колесо, деформівна основа, прикладувані сили, розподілені сили, границі контакту.

**Kovbasa V.P., Kadem A.A., Kalinichenko D.Yu. Solution contact tasks on interaction of deformable drive wheels with a deformable surface**

This article discusses the analytical functions of pressure distribution in the contact zone of deformable wheel with a deformable surface (soil), which obtained using curvilinear integrals of the first kind and analytic functions on the definition of the boundaries of the contact area, obtained on the basis of the summary of the contacting bodies offsets on the borders of the contact, which are the source for solving the PIN interplay wheel with the surface. Obtained functions borders contact depend both on a wheel attached to the effort, and the mechanical properties of the wheel and the surface. The received results can be used in case of the solution of tasks connected to maintenance, and in particular design of working tools of forest engineering and other machines.

**Keywords:** strain wheel, base strain, made by force, distributed forces, contact boundary.

## 4. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 684.59:532.64

Доц. Л.А. Яремчук, канд. техн. наук;

проф. Б.П. Поберейко, д-р техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОБОТИ АДГЕЗІЇ ОЛІЙНИХ КОМПОЗИЦІЙ НА ДЕРЕВИНІ

Наведено математичну модель для дослідження роботи адгезії олійних композицій на деревинній підкладці. Теоретично визначено час розтікання олійної композиції на деревині. Задано граничні умови термодинамічних параметрів, які описують взаємозв'язок деревини (тверде тіло) з олійною композицією (рідина) на основі закону Гіббса для побудови математичної моделі роботи адгезії. Визначено вплив термодинамічних властивостей деревини та олійної композиції на крайовий кут змочування поверхні. Отримано залежність часу розтікання олійної композиції по поверхні деревини.

**Ключові слова:** математична модель, робота адгезії, адсорбція, олійна композиція, крайовий кут змочування, адсорбент, адсорбат.

**Постановка задачі.** Формування покриттів передбачає адгезійний контакт лакофарбового матеріалу на поверхні деревини, тобто взаємодію рідкої і твердої фаз на межі їх розділу. Адгезія рідини оцінюється роботою ( $W_{ад.}$ ), яку потрібно затратити для відриву деревини від твердої поверхні. Робота адгезії  $W_{ад.}$  характеризується взаємодією двох конденсованих фаз у розрахунку на одиницю площі контакту. За площі контакту  $\omega_{Г.Р.}$  робота  $W_{ад.}$ , затрачена на відділення рідини від твердого тіла, дорівнює різниці вільних поверхневих енергій в кінцевому і початковому станах системи:  $W = (f_{Т.Г.} + f_{Р.Г.} - f_{Т.Р.}) \cdot \omega_{Г.Р.}$ . Якщо припустити, що фази однокомпонентні і вільні поверхневі енергії  $f_{Т.Г.}, f_{Р.Г.}, f_{Т.Р.}$  рівні відповідним поверхневим натягам, то роботу адгезії можна записати термодинамічними величинами, які характеризують контакт фаз, що беруть участь у процесі змочування й є поверхневими натягами

$$W_{ад.} = W / \omega_{Г.Р.} = \sigma_{Т.Г.} + \sigma_{Р.Г.} - \sigma_{Т.Р.} \quad (1)$$

де:  $\sigma_{Т.Г.}$  – поверхневий натяг твердої підкладки;  $\sigma_{Р.Г.}$  – поверхневий натяг рідини;  $\sigma_{Т.Р.}$  – поверхневий натяг взаємодії твердого тіла і рідини.

Залежність крайового кута змочування від поверхневих натягів на межі розділу фаз, що беруть участь у змочуванні, описана рівнянням Юнга

$$\cos \theta_o = \frac{\sigma_{Т.Г.} - \sigma_{Р.Г.}}{\sigma_{Т.Р.}} \quad (2)$$

І значення крайового кута приймалось як єдиний показник адгезії і змочування. Робота адгезії рідини на межі з твердою фазою є різниця між ( $\sigma_{Р.Г.} + \sigma_{Т.Г.}$ ) і поверхневою енергією підкладки  $\sigma_{Т.Р.}$ .

$$W_{ад.} = \sigma_{Р.Г.} + \sigma_{Т.Г.} - \sigma_{Т.Р.} \quad (3)$$

Із врахуванням рівняння (2) роботу адгезії можна записати як

$$W_{ад.} = \sigma_{Р.Г.}(1 + \cos \theta) \quad (4)$$