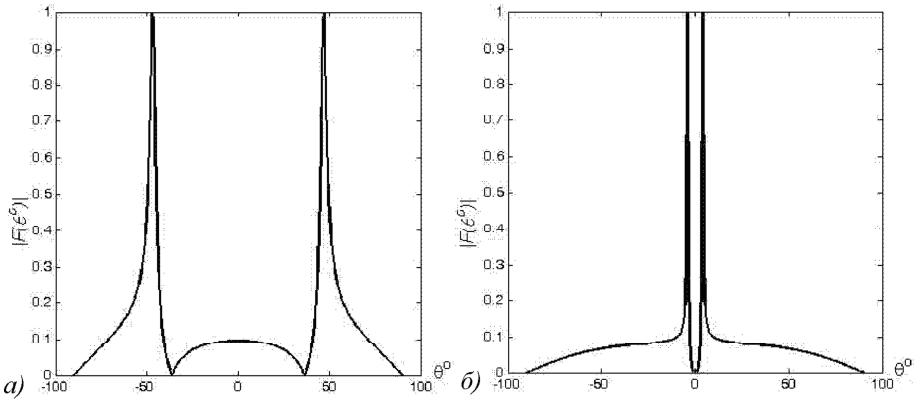
вого розподілу електромагнітного поля над періодичною структурою, збудженого стороннім джерелом. Приклад виконаних розрахунків для двох значень періодів структури показано на рис. 3.



а) *б)*

Рис. 3. Розподіл поля періодичної структури за періоду d_1=0,5λ (а); d_1=0,7λ (б)

Висновки. Отже, у цій роботі запропоновано алгоритм у вигляді блок-схеми для розрахунку просторового розподілу поля, збудженого стороннім джерелом, що поширюється над структурою. За основу для побудови алгоритму взято математичну модель плоскої одновимірної періодичної структури. Розроблена блок-схема дає змогу створити комп'ютерну модель для дослідження випромінювальних властивостей плоскої періодичної діелектричної пластини. Зокрема, показано приклад реалізації розглянутого алгоритму у середовищі Matlab та отримані завдяки цьому результати. Використовуючи таку комп'ютерну модель, легко прослідкувати за ефектами, що виникають за зміни конструктивних параметрів періодичної структури та частоти збудження джерела поля. Зокрема, можна дослідити, як змінюється залежно від періоду структури положення основного променя випромінювання у просторі, як впливає зміна параметрів на ширину головного променя та рівень бокового випромінювання тощо.

Література

1. Бриллюэн Л. Распространение волн в периодических структурах / Л. Бриллюэн, М. Пароди. – М. : Изд-во "Иностранная литература", 1959. – 458 с.

2. Гоблик В.В. Інфокомунікаційні властивості періодично-неоднорідної діелектричної пластини / В.В. Гоблик, І.В. Ничай // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Електроніка. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2008. – № 619. – С. 29-36.

3. Гоблик В.В. Моделювання фотонних кристалів гіллястими ланцюговими дробами / В.В. Гоблик, В.А. Павлиш, І.В. Ничай // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Радіоелектроніка та телекомунікації. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2007. – № 595. – С. 78-86.

4. Марков Г.Т. Возбуждение электромагнитных волн / Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. – М. : Изд-во "Энергия", 1967. – 191 с.

6. Ничай И.В. Компьютерное моделирование распределения электромагнитного поля над одномерной периодической структурой / И.В Ничай. – М. : Изд-во "Иностранная литература", 1987. – 246 с.

Надійшла до редакції 26.04.2016 р.

Нычай И.В. **Компьютерное моделирование распределения электромагнитного поля над одномерной периодической структурой**

Рассмотрена блок-схема алгоритма расчета пространственного распределения электромагнитного поля, возбужденного посторонним источником в присутствии одномерной периодической структуры. Предложена реализация алгоритма в среде Matlab. Приведены примеры расчетов зависимости напряженности поля от пространственного угла для двух значений периода структуры. Показана возможность использования разработанной компьютерной модели для исследования особенностей формирования поля при изменении конструктивных параметров диэлектрической пластины, диэлектрическая проницаемость которой модулирована одной периодической последовательностью прямоугольных функций, и частоты возбуждения источника электромагнитного поля.

Ключевые слова: одномерная периодическая структура, диэлектрическая пластина, электромагнитное поле, математическая модель, компьютерное моделирование.

Nychai I.V. **Simulation of Electromagnetic Field Distribution of the One-dimensional Periodic Structure**

The flow chart for calculating a spatial distribution of the electromagnetic field excited extraneous source in the presence of one-dimensional periodic structure was considered. A fulfilment of the algorithm in Matlab environment is represented. The examples of calculations of the functional dependence between field intensity and solid angle for the two values of the period of the structure are shown. The possibility of application of the developed computer model to study the peculiarities of formation of the field when changing the design factors of the dielectric plate, the dielectric constant of which is modulated by a periodic sequence of rectangular function, and the excitation frequency of the electromagnetic field source is proposed.

Keywords: one-dimensional periodic structure, dielectric plate, electromagnetic field, mathematical model, simulation.

УДК 004.[056+3.75]:061.68

ПОСЛІДОВНА ПЕРЕВІРКА КІЛЬКОХ ПРОГНОЗІВ НЕСАНКЦІОНОВАНОГО ДОСТУПУ В БАЙЄСІВСЬКІЙ ПОСТАНОВЦІ ЗАДАЧІ

І.Р. Опірський[1], Т.І. Головатий[2]

Наведено дослідження та аналіз прогнозу несанкціонованого доступу у байєсівській постановці задачі. Показано, що оптимальне послідовне правило перевірки багатоальтернативних гіпотез за прийнятих у роботі припущень полягає у порівнянні апостеріорної ймовірності гіпотези зі змінним (випадковим) порогом, що залежить від сукупності апостеріорних ймовірностей решти гіпотез. Повне рішення задачі полягає у знаходженні явного вираження для границі, вигляд якої визначається розподіленням ймовірностей спостереження.

Визначено, що у випадку дуже "далеких" гіпотез оптимальне послідовне вирішальне правило полягає у виборі на кожному кроці номера гіпотези, що відповідає максимальній апостеріорній ймовірності, її порівняння з випадковим порогом. Подано відношення для знаходження оптимальних порогів у випадку незалежних та залежних спостережень.

Ключові слова: байєсівське послідовне правило, прогноз, інформаційна мережа держави, несанкціонований доступ, апостеріорний ризик, оптимальне правило, транзитивність.

[1] ст. викл. І.Р. Опірський, канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка";
[2] студ. Т.І. Головатий – НУ "Львівська політехніка"

Вступ. Вплив поступових змін параметрів мережі може передбачити можливе несанкціоноване підключення до мережі. Цей висновок, здалось б, має означати, що проведення прогнозного контролю є доцільним у всіх без винятку випадках, та застосовується до всіх видів підключення. Однак такий висновок був би надмірно поспішним. Наявна статистика жодною мірою не стосується питання про те, наскільки передчасним змінам інформаційної мережі держави (ІМД), що призводять до несанкціонованого доступу (НСД), могли б бути подані значеннями тих чи інших контрольних параметрів. Так, наприклад, підключення з компіляцією визначити дуже важко і воно не впливає на зміни параметрів [1].

Отже, деяку частину змін характеристик ІМД не може бути віднесено на цей час до переліку НСД, які можна було б з достатньою вірогідністю передбачити на основі контрольних змін. Кожну ж частину цих змін може бути віднесено до цієї групи. Конкретної відповіді на це питання наразі немає. Але без відповіді на це питання неможливо вирішити цю задачу визначення загальної ефективності прогнозного контролю, яка певною мірою залежить від відношення інтенсивності прогнозованих НСД.

Під час складання загальних алгоритмів контролю реального стану ІМД потрібно розраховувати затрати на проведення тої чи іншої форми контролю з відповідним підвищенням ефективності експлуатації мережі. Це, зокрема, означає існування певного нижнього порогу інтенсивності передбачення НСД, припадаючи на одну прогнозовану атаку, для якої ще призначається доцільним проведення прогнозованого контролю. Якщо інтенсивність атак, які можуть контролюватись кожним прогнозним параметром, виявляється нижчою від цього порогу, то прогноз стає недоцільним.

Варто очікувати, що прогнозування НСД може бути ефективним для вузлів ІМД з чітко вираженими безперервними властивостями, що містять значну кількість компонентів, процеси в яких відрізняються сильною взаємозумовленістю. Коло навіть найважливіших запитань, пов'язаних з проблемою прогнозу НСД в ІМД, є достатньо широке. Вичерпне дослідження цих всіх питань навряд чи можна розглянути в одній статті. Тому не всі перелічені проблеми буде розглянуто однаковою мірою. Більш того, деякі питання взагалі не будуть порушені в цій роботі.

Питання послідовної перевірки гіпотез при незалежних однаково розподілених спостереженнях досліджено у багатьох роботах, наприклад [2-6]. Багато результатів цієї роботи справедливі не лише для незалежних однорідних спостережень, але і для деяких моделей неоднорідних корельованих спостережень (наприклад, для розрізнення сигналів на фоні корельованих перешкод). Деякі питання, пов'язані з послідовною перевіркою прогнозів і їх оцінюванням, наведено у [7]. Для моделювання процесів НСД з інформацією в ІМД широкого використання набули теоретичні моделі безпеки, які досить докладно описано в [8-10]. Саму проблему достовірності інформації, що передається, поглиблено досліджено у роботах Вольтера, Гуткнехта, Вейкерта та ін. [11-13]. Проте дослідження та аналіз проблематики прогнозування НСД в ІМД висвітлено у наших попередніх наукових роботах [14-18]. Отже, в цій роботі продовжуємо поглиблюватись у проблему прогнозування НСД в ІМД, використовуючи, зокрема,

сучасний математичний апарат теорії ймовірності, а саме байєсівську постановку задачі.

Об'єкт дослідження – оптимальні послідовні байєсівські правила за прогнозування несанкціонованого доступу в інформаційних мережах держави.

Предмет дослідження – аналіз та дослідження проблематики прогнозування НСД в ІМД на основі теорії ймовірності.

Мета роботи – визначення оптимальних послідовних правил за послідовної перевірки кількох прогнозів НСД в ІМД в байєсівській постановці задачі.

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що спостерігаємо за інформативним параметром, що є незмінною в часі випадковою величиною $(\theta_m = \theta, m = 1,2,...)$, що приймає кінцеву кількість значень $0,1....,M-1$ з ймовірностями $\pi_{oi} = P(\theta = i)$. Задача полягає у послідовній перевірці M простих гіпотез $H_i : \theta = i, i = \overline{0, M-1}$ за векторним спостереженням $x_n, n = \overline{1, N}$, у припущенні, що задані втрати $g_{ij}(n) = g(\theta, u_n n)$ при $\theta = i, u_n = j, i, j = \overline{0, M-1}$. Апостеріорний ризик (АР), зв'язаний з прийняттям на n-му кроці рішення $u_n = j$, визначається рівністю

$$R_n(j, x_1^n) = R_{nj}(\pi_n) = \sum_{i=0}^{M-1} g_{ij}(n)\pi_{ni}, n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

де: $\pi_{ni} = \pi_{ni}(x^n{}_1) = P(\theta = i \,|\, x^n{}_1)$ – апостеріорна ймовірність i-тої гіпотези; $\pi_n = (\pi_{n1},...,\pi_{nM-1})\left(\sum_{i=0}^{M-1} \pi_{ni} = 1\right)$.

Функція $R^0{}_n(\pi_n) = \min\limits_{j \in 0, M-1} R_{nj}(\pi_n)$ є увігнутою на $[0,1] = [0,1]^{M-1}$. Припустимо, що виконана умова

$$p_{n+1}(x_{n+1} \,|\, x_1^n) = p_{n+1}(x_{n+1} \,|\, \pi_n), n \geq 1 \quad (2)$$

і послідовність статистик $\{\pi_n, n \geq 1\}$ – транзитивна. Тоді, згідно з результатами [14, 15], має місце рівність $R_n^N(x_1^n) = R_n^N(T_n(x_1^n)),\ n = \overline{1, N.}\ (T_n = \pi_n)$ і векторна статистика $\pi_n(x^n{}_1)$ розмірності $M-1$ є достатньою. Використовуючи з [14, 15] відношення $R_n^N(T_n) = \min\left\{R_n^0(T_n), R_{n\Pi}^V(T_n)\right\}, n = \overline{1, N-1},\ R_{nN}^N(T_N) = R_N^0(T_N)$, а також

$$R_{n\Pi}^N(T_n) = M\left[R_{n+1}^N(T_{n+1}(x_1^{n+1})) \,|\, T_n\right] = \int\limits_{X_{n+1}} R_{n+1}^N(f_{n+1}(T_n, x_{n+1}))p_{x+1}(x_n + 1 \,|\, T_n)\, dx_{n+1}, n = \overline{1, N-1}$$

і властивість увігнутості $R^0{}_n(\pi_n), n = \overline{1, N}$, можна показати, що $R^N{}_{n\Pi}(\pi_n)$, і, відповідно $R^N{}_n(\pi_n)$, є увігнутими функціями $\pi_n(n - \overline{1, N})$.

Оскільки множина $(0,1)$ випукла, то з увігнутості випливає неперервність $R^N{}_{n\Pi}$, $R^N{}_n$, на $(0,1)$. Виділимо статистику π_{nk}, таку що

$$\pi_{nk} \geq D_{nK}(\pi_n^{(k)}) \quad (3)$$

де $\pi^{(k)}{}_n = (\pi_{n1},...,\pi_{nk-1}, \pi_{nk+1}, \pi_{nM-1})$, а також

$$D_{nK}(\pi_n^{(k)}) = \max_{\substack{j\in 0,M-1\\ j\neq k}} \left\{ \frac{1}{g_{kj}(n) - g_{kk}(n)} \sum_{\substack{i=o\\ i\neq k}}^{M-1} \pi_{ni}\left[g_{ik}(n) - g_{ij}(n)\right] \right\}. \quad (4)$$

Використовуючи (1) не важко переконатись, що в області $\left\{\pi_n : \pi_{nk} \geq D_{nk}(\pi^{(k)}{}_n)\right\}$, $R^o{}_n(\pi_n) = R_{nk}(\pi_n)$ причому

$$R_{nk}(\pi_{nk}, \pi_n^{(k)}) = -\pi_{nk}\left[\sum_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{M-1} g_{ik}(n) - g_{kk}(n) \right] + \sum_{\substack{i=0\\ i\neq k}}^{M-1} g_{ik}(n)\left[1 - \sum_{\substack{s=0\\ s\neq i,k}}^{M-1} \pi_{ns} \right]. \quad (5)$$

З відзначеної вище неперервності $R^N{}_{nП}$ за π_n і (5) випливає неперервність $R^N{}_{nk}(\pi_{nk}, \pi^{(k)}{}_n), R^N{}_{nk}(\pi_{nk}, \pi^{(k)}{}_n)$ за π_{nk} за $\pi^{(k)}{}_n$ за кожного фіксованого значення $\pi^{(k)}{}_n$. Тому області зупинки і продовження спостережень мають такий вигляд (рис.):

$$V_{nT}^N = \left\{1 \geq \pi_{nk} \geq B_{nk}^N(\pi^{(k)}{}_n)\right\},\ V_{nП}^N = \left\{D_{nk}(\pi_n^{(k)}) \leq \pi_{nk} < B_{nk}^N(\pi_n^{(k)})\right\},$$

де $B_{nk}^N(\pi_n^{(k)})$ – границя областей V_{nT}^N, $V_{nП}^N$, що визначена з рівняння

$$R_{nk}(y, \pi_n^{(k)}) = R_{nП}^N(y, \pi_n^{(k)}), y \geq D_{nK}(\pi_n^{(k)}), n = \overline{1, N-1}. \quad (6)$$

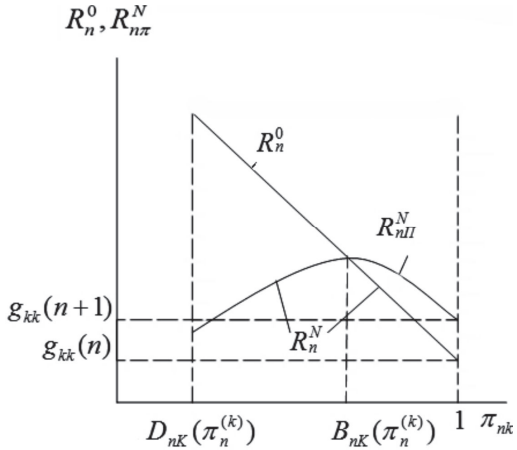


Рис. Залежність АР від компонента π_{nk} статистики π_n

Отже, оптимальне послідовне правило перевірки багатоальтернативних гіпотез за прийнятих припущень полягає порівняно апостеріорної ймовірності гіпотези, для якої має місце (3), зі змінним (випадковим) порогом, що залежить від сукупності апостеріорних ймовірностей решти гіпотез, і має такий вигляд [15]:

$$u_n^0(\pi_n) = \begin{cases} k, \pi_{nk} \geq B_{nK}^N(\pi_n^k); \\ u_n, \pi_{nk} < B_{nK}^N(\pi_n^{(k)}), n = \overline{1, N}, \end{cases}. \quad (7)$$

При цьому на N-му кроці $B^N{}_{Nk}(\pi^{(k)}{}_N) = D_{Nk}(\pi^{(k)}{}_N)$, де D_{Nk} визначено в (4) і кінцеве рішення приймається з ймовірністю 1. Повне рішення задачі полягає у знаходженні явного вираження для границі $B^N{}_{nk}, n = \overline{1, N-1}$, вигляд якої визначається розподіленням ймовірностей спостереження. Підкреслюємо, що номер k, узагальнюючи, міняється при зміні номера кроку $n(k = k_n)$. Умова (2) виконується тільки у тому випадку, коли ймовірність дорівнює 1

$$p_{i\,n+1}(x_{n+1}\left|x_1^n\right.) = p_{i\,n+1}(x_{n+1}\left|\pi_n\right.), n \geq 1, \quad (8)$$

тобто коли системи $(\pi_n F^{x_n} P_i), n \geq 1, i = \overline{0, M-1}$ є транзитними марковськими випадковими функціями. Це випливає з того, що

$$p_{n+1}(x_{n+1}\left|x_1^n\right.) = \sum_{i=0}^{M-1} \pi_{ni} p_{in+1}(x_{n+1}\left|x_1^n\right.). \quad (9)$$

Для подальшої деталізації скористаємось результатами [14] і розглянемо багатокроковий процес повірки гіпотези з кінця. На N-му кроці маємо $R_N^N(x_1^N) = R_N^0(\pi_N) = R_{Nk}(\pi_N)$, де номер $k = k_N$ відповідає тій гіпотезі, апостеріорна ймовірність якої задовольняє невірності (3) за $n=N$ (якщо в (3) має місце рівність і максимум у (4) досягається для декількох номерів j, то вибирається будь-яка з гіпотез, для яких досягається максимум). Переходячи до (N-1)-го кроку і використовуючи (9), (1), після неважких перетворень отримуємо:

$$R_{N-1П}^N(\pi_{N-1}) = \sum_{i,j=0}^{M-1} \pi_{N-1i} g_{ij}(N) P_{ij}^{(1)}(\pi_{N-1}, N-1),\ P_{ij}^{(1)}(\pi_{N-1}, N-1) = \int_{X_N} p_{iN}(x_N\left|\pi_{N-1}\right.) dx_N;$$

$$X^j{}_N = \left\{x_N : R_{Nj}(\pi_N(x_N, \pi_{N-1})) < R_{Nl}(\pi_N(x_N, \pi_{N-1})) \forall\, l \neq j\right\} = \left\{x_N : \pi_{Nj}(\pi^{(j)}{}_N)\right\}.$$

Область $X^j{}_N$ залежить від спостережень $x_1{}^{N-1}$ лише за допомогою π_{N-1}, оскільки $\pi_N = \pi_N(x_N, \pi_{N-1})$ (статистика π_n за припущенням транзитивна). Продовжуючи далі для кроків $N-2, N-3...$, по індукції отримуємо

$$R_{nП}^N(\pi_n) = \sum_{y=1}^{N-n} \sum_{i,j=0}^{M-1} \pi_{ni} g_{ij}(n+\upsilon) P_{ij}^{(\upsilon)}(\pi_n, n, N), n = \overline{1, N-1}, \quad (10)$$

де функція $P^{(\upsilon)}{}_{ij}(\cdot)$ задовольняють рекурентним співвідношенням:

$$P_{ij}^{(\upsilon)}(\pi_n, n, N) = \int_{X_{n+1}^{П}} P_{ij}^{(\upsilon-1)}(\pi_{n+1}, n+1, N) \times p_{i\,n+1}(x_{n+1}\left|\pi_n\right.) dx_{n+1}, \upsilon \geq 2; \quad (11)$$

$$P_{ij}^{(1)}(\pi_n, n, N) = \int_{X_{n+1}^{i}} p_{i\,n+1}(x_{n+1}\left|\pi_n\right.) dx_{n+1}. \quad (12)$$

Тут $X^{П}{}_{n+1} = \left\{x_{n+1} : R^N{}_{n+1П}(\pi_{n+1}(\pi_n, x_{n+1})) < R^0{}_{n+1}(\pi_{n+1}(\pi_n, x_{n+1}))\right\} =$

$$= \left\{x_{n+1} : D_{n+1k}(\pi^{(k)}{}_{n+1}) < \pi_{n+1k} < B^N{}_{n+1k}(\pi^{(k)}{}_{n+1})\right\};$$

$$X^j{}_{n+1} = \left\{x_{n+1} : R^N{}_{n+1П}(\pi_{n+1}(\pi_n, x_{n+1})) \geq R_{n+1j}(\pi_{n+1}(\pi_n, x_{n+1}))\right\} = \left\{x_{n+1} : \pi_{n+1j} \geq B^N{}_{n+1j}(\pi^{(j)}{}_{n+1})\right\};$$

причому границі областей $X^j{}_{n+1}$, $X^{П}{}_{n+1}$ залежать від π_n, n, N. Пороги $B^N{}_{n+1j}(\pi^{(j)}{}_{n+1}), j = \overline{0, M-1}$ визначаються з рівняння $R_{n+1j}(y, \pi^{(j)}{}_{n+1}) = R^N{}_{n+1П}(y, \pi^{(j)}{}_{n+1}), j = \overline{0, M-1}.$

Функції $P^{(\upsilon)}{}_{ij}(\pi, n, N)$, що визначається рівностями (11), (12), в області продовження спостережень $V_{nП}^N = \left\{\pi_n : D_{nk} \times (\pi^{(k)}{}_n) \leq \pi_{nk} < B^N{}_{nk}(\pi^{(k)}{}_n)\right\}$ представля-

ють собою умови ймовірності прийняття $(n+\upsilon)$-му кроці j-го рішення i-й ситуації за умови $\pi_n = \pi$: $P_{ij}^{(\upsilon)}(\pi, n, N) = P\{u_{n+\upsilon} = j \,|\, \theta = i, \pi_n = \pi\}, \pi \in V_{n\Pi}^N$.

Відношення (10) – (12) є істотно змістовнішими, ніж вихідні функціональні рівняння та в загальному випадку представляють собою вирішення проблеми. Подальша деталізація довільно різноманітних гіпотезах можлива лише при конкретизації розподілу спостережень.

Введемо параметри $q_{ijn}, i \neq j, i, j = \overline{0, M-1}$, такі, що при $q_{ijn} \to \infty$ $P_{ij}^{(\upsilon)}(\pi_n, n, N) \to 0, \nu \geq 2; P_{ij}^{1}(\pi_n, n, N) \to 0, i \neq j;\ P_{ij}^{(1)}(\pi_n, n, N) \to 1, \pi_n \in V_{n\Pi}^N$.

Параметри q_{ijn} характеризують степінь різноманітності розподілу випадкової величини x_n при $\theta = i$ і $\theta = j (i \neq j)$, причому чим більше q_{ijn}, тим більше відрізняється розподілення. В якості q_{ijn} зазвичай можна взяти інформаційну кількість Кульбака-Лейблера [19] $l_{ijn} = M_i\{\ln[p_{in}(x_n) / p_{jn}(x_n)]\}$. Отже, у випадку "далеких" гіпотез, коли $q_{ijn} \to \infty, i, j = \overline{0, M-1}$, можна покласти $P^{(\tau)}{}_{ij}(\pi_n, n, N) \approx 0, \upsilon \geq 2; P^{(1)}{}_{ij}(\pi_n, n, N) \approx 0, i \neq j; P^{(1)}{}_{ii}(\pi_n, n, N) \approx 1$.

Використовуючи (10), отримаємо

$$R_{n\Pi}^N(\pi) \approx \sum_{i=o}^{M-1} \pi_{ni}\, g_{ii}(n+1). \tag{13}$$

З (10), (1) і (6) випливає, що поріг $B^N{}_{nk}$ визначається відношенням

$$B_{nk}^N(\pi_n^{(k)}) = \left[g_{kk}(n+1) - g_{kk}(n)\right]^{-1} \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{M-1} \pi_{ni}\left[g_{ik}(n) - g_{ii}(n+1)\right], n = \overline{1 > N-1}. \tag{14}$$

Отже, у розглянутому граничному випадку оптимальне послідовне правило має вигляд (7), де поріг $B^N{}_{nk}$ дорівнює лінійній комбінації статистик $\pi_{ni}, i = \overline{0, M-1}, i \neq k$ (див. 14). На N-му кроці поріг $B^N{}_{nk}$ замінюється на D_{Nk}, що визначений відношенням (4) при n=N. Відзначимо, що N – усічена послідовна процедура (7), оптимальна в тому випадку, коли

$$B^N{}_{nk}(\pi_n^{(k)}) > D_{nk}(\pi_n^{(k)}), n = \overline{1, N-1}. \tag{15}$$

Якщо (15) виконується для $n = \overline{1, L-1}$ і не виконується для $n \geq \overline{L < N}$, то при знаходження порогів потрібно використовувати відношення (10)-(12), замінивши N на L, і здійснити перевірку умови (15) при N=L. Якщо виявиться, що умова (15) виконана, то оптимальна L – усічена послідовна процедура.

Припустимо тепер, що функція втрат має такий вигляд:

$$g_{ij}(n) = \phi_{ij} + C_i(n),\ \phi_{ij} = \begin{cases} \phi_1, i \neq j, \\ \phi_0, i = j, \end{cases} (\phi_1 > \phi_0, i, j = \overline{0, M-1}), \tag{16}$$

де $C_i(n)$ – вартість затримки у винесенні кінцевого рішення на n кроків, тобто втрати ϕ_{ij} при прийнятті j-го рішення в i-й ситуації залежить від того, вірне чи невірне прийняте рішення, і не залежить від істинної ситуації і того, яке невірне рішення прийнято (гіпотези рівнозначні). Підставляючи (16) в (4), отримаємо

$D_{nk}(\pi_n^{(k)}) = \max_{j \in 0, M-1, j \neq k} \pi_{nj,}$ звідки виходить, що статистика π_{nk}, що входить в (7), відповідає найбільш вірогідній гіпотезі після спостереження вибірки $x^n{}_1$ (див. (3))

$$\pi_{nk} = \max_{j \in 0, M-1} \pi_{nj}. \tag{17}$$

У випадку дуже "далеких" гіпотез $(q_{ijn} \to \infty)$ оптимальне послідовне вирішальне правило полягає у виборі на кожному кроці номера гіпотези, що відповідає максимальній апостеріорній ймовірності π_{nkn}, її порівняння з випадковим порогом (14). Якщо до цього ж $C_i(n) = C(n), i = \overline{0, M-1}$ (не залежить від номера i), то оптимальне правило ґрунтується на порівнянні π_{nkn} з детермінованим порогом

$$B_n = 1 - \Delta C(n+1) / (\phi - \phi_0), n = \overline{1, N-1}, \tag{18}$$

де $\Delta C(n+1) = C(n+1) - C(n)$ – вартість $(n+1)$-го кроку спостереження (при $C(n) = c \cdot n, \Delta C(n+1) = c$ і поріг постійний). На N-му кроці (якщо процес спостережень до нього доведений) вибирається (з вірогідністю 1) максимально ймовірна гіпотеза.

Незалежні спостереження. Умова (2) виконується, наприклад, в тому випадку, коли спостереження є незалежними за будь-якого значення параметрів $\theta = i$:

$$p_i(x_1^n) = \prod_{k=1}^{n} p_{ik}(x_k), i = \overline{0, M-1}, n = \overline{1, N}. \tag{19}$$

При виконанні (19) послідовність $\{\pi_n, n = \overline{1, N}\}$ є також транзитивною. Дійсно, використовуючи (9) і правила теорії ймовірностей, після перетворень отримаємо

$$\pi_{n+1i} = \frac{\pi_{ni} p_{i\,n+1}(x_{n+1})}{\sum_{i=0}^{M-1} \pi_{ni} p_{i\,n+1}(x_{n+1})}, n \geq 0, \tag{20}$$

звідки випливає, що $\pi_{n+1i}(x_1^{n+1}) = \pi_{n+1i}(\pi_n, x_{n+1})$ і $\pi_{n+1}(x_1^{n+1}) = \pi_{n+1i}(\pi_n, x_{n+1})$ відповідно.

Отже, у випадку незалежних спостережень умова $T_{n+1} = f(T_n, x_{n+1}), n \geq 1$ при виконанні для $T_n = \pi_n$ і послідовність статистик $\{\pi_n, n = \overline{1, N}\}$ є достатньою. Для знаходження оптимальних порогів $B^N{}_{nk}(\pi^{(k)}{}_n), n = \overline{1, N-1},$ при цьому слід скористатись відношеннями (1), (10)-(12), (20), вважаючи, що в (11), (12) $p_{i\,n+1}(x_{n+1} | \pi_n) = p_{i\,n+1}(x_{n+1})$.

Залежні спостереження. При залежних спостереженнях $x_1, x_2 ...$ умова (2) не виконується, функція найменшого апостеріорного ризику (НАР) в області продовження спостережень визначається рівністю (10), у якому умови ймовірності $P^{(\nu)}{}_{ij}$ залежать, від всіх даних спостереження $x^n{}_1$, а не тільки від π_n і задовольняє відношення:

$$P_{ij}^{(\nu)}(x_1^n, n, N) = \int_{X_{n+1}^{\Pi}} P_{ij}^{(\nu-1)}(x_1^{n+1}, n+1, N) \times p_{in+1}(x_{n+1} | x_1^n) dx_{n+1}, \nu \geq 2; \tag{21}$$

$$P_{ij}^{(1)}(x_1^n, n, N) = \int\limits_{X_{n+1}^j} p_{in+1}(x_{n+1}|x_1^n)dx_{n+1}, i, j = \overline{0, M-1}; \quad (22)$$

$$X_n^{\Pi} = \left\{x_n : R_{n\Pi}^N(x_1^n) < R_n^0(\pi_n(x_1^n))\right\}, n = \overline{1, N-1}; X_N^n = \emptyset;$$

$$X_n^j = \left\{x_n : R_{n\Pi}^N(x_1^n) \geq R_{nj}(\pi_n(x_1^n))\right\}, n = \overline{1, N-1}; \quad X_n^j = \left\{x_n : R_{nj}(\pi_N(x_1^N)) \leq R_{Nk}(\pi_n(x_1^N)) \forall\, k \neq j\right\}.$$

Тим не менш послідовність $\left\{\pi_n, n = \overline{1, N}\right\}$ в деяких випадках може виявитись достатньою. Припустимо, що на множину $X^n{}_1$ значень вектора x_1^n існує взаємно одночасне перетворення $F^{(n)}(x^n{}_1) = \left\{F_k(x^k{}_1), k - \overline{1, n}\right\}$, що не залежить від номера i, таке, що випадкові величини $\bar{x}_k = F_k(x^k{}_1), k = \overline{1, n}$, незалежні при всіх $\theta = i$:

$$\tilde{p}(\tilde{x}_1^n) = \prod_{k=1}^{n} \tilde{p}_{ik}(\tilde{x}_k), i = \overline{0, M-1}, n = \overline{2, N}. \quad (23)$$

Позначимо через $H^{(n)}(x^n{}_1) = \left\{H_k(x^k{}_1), k = \overline{1, n}\right\}$ перетворення, зворотне $F^{(n)}(x^n{}_1)(x_k = H_k(\tilde{x}_1^k))$; $h_{km}(\tilde{x}_1^k) = \partial H_k / \partial \tilde{x}_m, m \leq k$; $J_n(\tilde{x}_1^n) = \det\left\|h_{kh}\right\|$ – якобіан перетворення $H^{(n)}(x^n{}_1)$; $\pi_{ni}(\tilde{x}_1^n) = P(\theta = i|\tilde{x}_1^n)$ – апостеріорна ймовірність i-тої гіпотези після "спостереження" вибірки $\tilde{x}_1^n, \tilde{\pi}_n = (\tilde{\pi}_{n1}, ..., \tilde{\pi}_{nM})$. Оскільки $F^{(n)}(\cdot)$ не залежить від номера i, то $H^{(n)}(\cdot)$ і $J_n(\cdot)$ також не залежать від i. Використовуючи формулу Байєса з врахуванням рівності (20)

$$\tilde{p}(\tilde{x}_1^n) = p_i(x_1^n|J_n(\tilde{x}_1^n)\ |\quad (24)$$

$(x_k = H_K(\tilde{x}_1^k))$, не важко побачити, що

$$\pi_{ni}(\tilde{x}_1^n) = \tilde{\pi}_{ni}(\tilde{x}_1^n), n \geq 1, i = \overline{0, M-1}. \quad (25)$$

Введемо ще одне обмеження, зв'язане з властивістю перетворення $F^{(n)}(\cdot)$. Припустимо, що виконана умова

$$\left|J_n(\tilde{x}_1^n)\right| = \left|J_{n+1}(\tilde{x}_1^{n+1})\right| \frac{\partial F_{n+1}(x_1^{n+1})}{\partial x_{n+1}}\ |x_h = H_h(\tilde{x}_1^k), k = \overline{1, n+1}. \quad (26)$$

Використовуючи (23)-(26) і транзитивність статистики $\tilde{\pi}_n$ (порівняно з (20)), а також застосовуючи рекурентні відношення (21), (22) для $n = N-1, N-2, ...,$ не важко показати, що

$$P_{ij}^{(\nu)}(x_1^n, n, N) = P_{ij}^{(\nu)}(\tilde{\pi}_n, n, N) = \int\limits_{X_{n+1}^{\Pi}} P_{ij}^{(\nu-1)}(\tilde{\pi}_{n+1}, n+1, N)\tilde{p}_{in+1}(\tilde{x}_{n+1})d\tilde{x}_{n+1}, \nu \geq 2; \quad (27)$$

$$P_{ij}^{(1)}(x_1^n, n, N) = P_{ij}^{(1)}(\tilde{\pi}_n, n, N) = \int\limits_{X_{n+1}^j} \tilde{p}_{ij+1}(\tilde{x}_{n+1})d\tilde{x}_{n+1}, \quad (28)$$

де область $\tilde{X}_{n+1}^{\Pi} = \left\{\tilde{x}_{n+1} : D_{n+1k}(\tilde{\pi}_{n+1}^{(k)}(\tilde{\pi}_n, \tilde{x}_{n+1})) < \tilde{\pi}_{n+1k}(\tilde{\pi}_n, \tilde{x}_{n+1}) < B_{n+1k}^N(\tilde{\pi}_{n+1}^{(k)}(\tilde{\pi}_n, \tilde{x}_{n+1}))\right\}$, $\tilde{X}_{n+1}^j = \left\{\tilde{x}_{n+1} : \tilde{\pi}_{n+1j}(\tilde{\pi}_n, \tilde{x}_{n+1}) \geq B_{n+1j}^N(\tilde{\pi}_{n+1}^{(j)}(\tilde{\pi}_n, \tilde{x}_{n+1}))\right\}$, залежить від спостережень $\tilde{x}_1^n$ за допомогою $\tilde{\pi}_n$.

Згідно з (25) $P^{(\nu)}{}_{ij}(\pi_n, n, N) = P^{(\nu)}{}_{ij}(\tilde{\pi}_n, n, N)$, функція НАР залежить від спостережень лише за допомогою π_n. Відповідно, в тому випадку, коли існує перетворення, що має властивості (23), (26), послідовність статистик $\left\{\pi_n, n = \overline{1, N}\right\}$ є достатньою. Оптимальне правило має колишній вигляд (17).

Література

1. Путинцев Н.Д. Аппаратный контроль управляющих цифровых вычислительных машин / Н.Д. Путинцев. – М. : Изд-во "Сов. радио", 1986. – 236 с.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М. : Изд-во "Радио и связь",1989. – 656 с.
3. Башаринов А.Е. Методы статистического последовательного анализа и их радиотехнические применения / А.Е. Башаринов, Б.С. Флейшман. – М. : Изд-во "Сов. радио", 1982. – 352 с.
4. Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки / А.Н. Ширяев. – М. : Изд-во "Наука", 1986. – 272 с.
5. Lai T.L. Optimal stopping and Sequential tests which minimize the maximum expected sample size / T.L. Lai // Ann. Statist. – 1993. – Vol. 1, № 4. – Pp. 659-673.
6. Sherman S. Non-mean-square error criteria / S. Sherman // IRE Trans. On inform. Theory. – 1998. – Vol. 4, № 3. – Pp. 125-136.
7. Тартановский А.Г. Адаптивные алгоритмы последовательной проверки гипотез и оценивания параметров / А.Г. Тартановский // Труды МФТИ. – Сер.: Радиотехника и электроника, 1979. – С. 29-31.
8. Мельников В.В. Безопасность информации в автоматизированных системах / В.В. Мельников. – М. : Изд-во "Финансы и статистика", 2003. – 368 с.
9. Браїловський М.М. Технічний захисту інформації на об'єктах інформаційної діяльності / М.М. Браїловський, С.М. Головань, В.В. Домарєв. – К. : Вид-во ДУІКТ, 2007. – 178 с.
10. Девянин П.Н. Теоретические основы компьютерной безопастности / П.Н. Девянин, О.О. Махальський, Д.І. Правиков, А.Ю. Щербаков. – М. : Изд-во "Радио и связь", 2000. – 193 с.
11. Gutknecht, W. Die Sicherheit einer Nachricht als Funktion der Bandbreiten und der Störungen in Nachrichtenkanälen und den Analogrechnern zur Nachrichtenentzerrung. Staatsexamensarbeit – Arb., Univ. Marburg (Lahn), 1983. – 308 z.
12. Kran B.M. Beitrag zur Theoric der Optimierung gestörter linearer Unertragungskanäle unter Berrücksichtigung der optimalen Informationsübertradung / B.M. Kran // Diss. TH Karl-Marx-Stadt, 1987. – 204 z.
13. Löhn K. Zur Frage der Fehlerfortpflozung und Sicherheil bei der Ubermittlung von elektronischen analogrechnern zur Rückrechnung / K. Löhn, H. Weinerth, H. Wolter // AEü, 15, 1981. – 455-466 z.
14. Опірський І.Р. Технології попередження та прогнозування НСД на основі математичного апарату Баєсовських усічених процесів прийняття рішень / І.Р. Опірський // СНУ ім. В. Даля. – Сер.: Інформаційна безпека. – 2014. – № 2(14). – С. 125-134.
15. Опірський І.Р. Технології попередження та прогнозування НСД на основі математичного апарату Баєсовських не усічених процесів прийняття рішень / І.Р. Опірський // СНУ ім. В. Даля. – Сер.: Інформаційна безпека. – 2014. – № 3(15). – С. 52-60.
16. Опірський І.Р. Оптимізація послідовних процесів прийняття рішень при умовно екстремальній постановці задачі / І.Р. Опірський // СНУ ім. В. Даля. – Сер.: Інформаційна безпека, 2014. – № 4(16). – С. 120-127.
17. Опірський І.Р. Особливості процедури прогнозування несанкціонованого доступу / І.Р. Опірський // НАУ. – Сер.: Захист інформації, спецвипуск, 2014. – С. 74-80.
18. Опірський І.Р. Проблематика основного постулату прогнозування НСД / Опірський І.Р. // ДНДІ МВС України: Сучасна спеціальна техніка, 2015. – № 2(41). – С. 3-9.
19. Kullback S. On information and sufficiency / S. Kullback, R.A. Leibler // Ann. Math. Statist. – 1991. – Vol. 22. – № 2. – Pp. 79-96.
20. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения / М. Де Гроот. – М. : Изд-во "Мир", 1974. – 496 с.

Надійшла до редакції 10.05.2016 р.

Опирский И.Р., Головатый Т.И. **Последовательная проверка нескольких прогнозов несанкционированного доступа в байесовской постановке задачи**

Приведены исследования и анализ прогнозирования НСД при байесовской постановке задачи. Показано, что оптимальное последовательное правило проверки многоальтернативных гипотез, при принятых в работе предположениях, заключается в сравнении апостериорной вероятности гипотезы с переменным (случайным) порогом, зависит от совокупности апостериорных вероятностей остальных гипотез. Полное решение задачи состоит в нахождении явного выражения для границы, вид которой определяется распределением вероятностей наблюдения.

Определено, что в случае очень "дальних" гипотез оптимальное последовательное решающее правило заключается в выборе на каждом шагу номера гипотезы, соответствующей максимальной апостериорной вероятности, ее сравнение со случайным порогом. Представлены отношения для нахождения оптимальных порогов в случае независимых и зависимых наблюдений.

Ключевые слова: байесовское последовательное правило, прогноз, информационная сеть государства, несанкционированный доступ, апостериорный риск, оптимальное правило, транзитивность.

Opirskyy I.R., Holovaty T.I. **Serial Testing of Several Tamper Forecasts in Bayesian Formulation of the Problem**

The paper presents research and analysis at forecasting tamper in Bayesian formulation of the problem. It is shown that the optimal sequence validation rule for many alternative hypotheses, when taken in the assumptions, is to compare the posterior probability of the hypothesis with a variable (random), the threshold depends on the totality of the remaining posterior probabilities of hypotheses. Complete solution to the problem is to find an explicit expression for the boundary, the form of which is determined by the probability distribution of observation. It was determined that in the case of a very "distant" hypotheses consistent optimal decision rule is to choose numbers at each step of the hypothesis corresponding to the maximum a posteriori probability of its comparison with the random threshold. The article presents the relationship for finding optimal thresholds in the case of independent and dependent events.

Keywords: Bayesian sequential rule, the forecast, the state news network, unauthorized access, posteriori risk, the optimal rule transitivity.

УДК 681.5

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ ТА ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ АНТИВІРУСНИХ СИСТЕМ ДЛЯ ANDROID

О.О. Качурін[1], А.Ю. Кіт[2,3]

Проаналізовано особливості та ефективність роботи антивірусних систем для Android. Здійснено аналіз сучасного стану Android на предмет вірусних атак. Проведено типологію вірусів за доступом до даних і їхньої небезпеки. Проаналізовано типологію і функції троянських програм (вірусів), які можуть використовуватись на Android. Висвітлено проблематику тестувань ефективності роботи антивірусів для Android. Досліджено ефективність роботи антивірусів на Android. На основі досліджень подано рекомендації щодо підвищення захисту від вірусів під час використання антивірусних додатків для Android.

[1] студ. О.О. Качурін – НУ "Львівська політехніка";
[2] аспір. А.Ю. Кіт – НУ "Львівська політехніка";
[3] наук. керівник: проф. В.А. Мельник, д-р техн. наук

Ключові слова: антивірус, Android, вірус, троянська програма, смартфон, антизлодій, сканер.

Постановка проблеми. Цього року ринок мобільних пристроїв уперше обігнав ринок ПК. Це знакова подія, а також стрімке зростання обчислювальної потужності і можливостей мобільних пристроїв ставлять перед нами нові питання та проблеми в галузі забезпечення інформаційної безпеки [1-3].

Сучасні смартфони і планшети містять в собі цілком дорослий функціонал, аналогічний такому у своїх "старших братів". Видалене адміністрування, підтримка VPN, браузери з flash і java-script, синхронізація пошти, заміток, обмін файлами. Усе це дуже зручно, проте ринок засобів захисту для подібних пристроїв розвинений ще слабо. Вдалим прикладом корпоративного стандарту є BlackBerry, смартфон з підтримкою централізованого управління через сервер, шифруванням, можливостями видаленого знищення даних на пристрої. Проте його частка на ринку не така велика, а на російському і зовсім практично відсутній. Але існує маса пристроїв на базі Windows Mobile, Android, iOS, Symbian, які захищені значно слабше. Основні проблеми безпеки пов'язані з тим, що різноманіття ОС для мобільних пристроїв дуже велике, також як і кількість їх версій в одному сімействі [4-6].

Тестування та пошук вразливості у них відбувається не так інтенсивно як для ОС на ПК, те ж саме стосується і мобільних застосувань. Сучасні мобільні браузери вже практично наздогнали настільні аналоги, проте розширення функціонала спричиняє за собою велику складність і меншу захищеність. Далеко не всі виробники випускають оновлення, що закривають критичні уразливості для своїх пристроїв, – справа в маркетингу і в термінах життя конкретного апарату. Пропонуємо розглянути типові дані, що зберігаються на смартфоні, які можуть бути корисні для зловмисника.

Мета роботи – дослідити особливості та ефективність роботи антивірусних систем для Android, та на основі цього розробити рекомендації, щодо підвищення захисту смартфона від вірусів.

Виклад основного матеріалу. Тенденція така: чим більш функціональний телефон, тим до більшої кількості загроз він схильний. Будь-які команди, функції і можливості, що дають змогу створювати програми і застосування для мобільних телефонів, можуть стати інструментом для створення вірусів. Найбільш перспективною платформою для написання вірусів є Java 2ME, оскільки більшість сучасних телефонів підтримують цю платформу [2].

Основною метою мобільних вірусів, як і у випадку з комп'ютерними вірусами, є отримання персональної інформації, яку можна продати або використовувати в особистих потребах. До такої інформації можна віднести особисті дані власника телефону, дані самого пристрою, особисті повідомлення, іноді номери кредитних карт [3, 4]. Отже, усі види вірусів або т. зв. троянських програм, можна поділити на 3 основні типи:

1. Крадіжка персональної інформації. В даному випадку віруси збирають різні відомості, наявні в телефоні, наприклад, контакти власника телефону, паролі від програм, параметри облікових записів, таких, як Google Play або AppStore. Уся інформація, отримана вірусом, вирушає на сервер зловмис-