Науковий вісник НЛТУ України
Scientific Bulletin of UNFU
https://nv.nltu.edu.ua
https://doi.org/10.15421/40280607
Article received 15.06.2018 р.
Article accepted 25.06.2018 р.
УДК 630*[521.2+174.752](477.8)

ISSN 1994-7836 (print)
ISSN 2519-2477 (online)

@ ✉ Correspondence author
S. V. Portakh
portakh@nltu.edu.ua

С. В. Портах, М. М. Король

Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна

ПОРІВНЯННЯ ШЕСТИ ФУНКЦІЙ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТАКСАЦІЙНОЇ БУДОВИ ЗА ДІАМЕТРОМ МОДАЛЬНИХ ЯЛИЦЕВИХ ДЕРЕВОСТАНІВ УКРАЇНСЬКИХ КАРПАТ

Для дослідження таксаційної будови за діаметром ялицевого елемента лісу у семи підприємствах лісового господарства Українських Карпат та в НПП "Сколівські Бескиди" закладено 14 прямокутних тимчасових пробних площ та 61 кругову пробну площу (у 15 таксаційних виділах). Дані суцільного переліку дерев ялиці зі замірами їх діаметрів використано для визначення особливостей розподілу кількості дерев за діаметром. Моделювання фактичного розподілу кількості дерев здійснено за допомогою шести фунцій щільності розподілу: дво-, три-, та семипараметричного розподілу Вейбулла, гамма- та бета-розподілу, S_b розподілу Джонсона. Виявлено, що ялицеві деревостани характеризуються значною мінливістю діаметра. За результатами аналізу основних усереднених статистичних показників різних функцій розподілу за діаметром ялицевого елемента встановлено, що дво-, трипараметричний розподіл Вейбулла, гамма- та бета-розподіл завищують показники асиметрії та ексцесу порівняно із фактичним розподілом, S_b розподіл Джонсона занижує ці показники порівняно з фактичними, найближчі результати має бімодальний розподіл Вейбулла. Отримані результати непараметричної оцінки за допомогою χ^2 критерію Пірсона дають змогу зробити висновок, що найпридатнішою функцією для дослідження таксаційної будови модальних ялицевих деревостанів Українських Карпат є семипараметричний розподіл Вейбулла, а найменш точним – гамма-розподіл.

Ключові слова: пробна площа; статистичні показники; асиметрія; ексцес; критерій Пірсона.

Вступ. Вивчення закономірностей будови насаджень дає змогу простежити основні взаємозв'язки між таксаційними показниками, а отримані результати можна використати для дослідження сортиментної структури, показників росту, динаміки товарності деревостанів та визначення впливу господарських заходів на стійкість і структуру деревостанів.

Поняття "таксаційна будова насаджень" є багатогранним і містить у собі низку складників. Під таксаційною будовою насаджень розуміють не лише характеристики просторового розміщення (як горизонтального, так і вертикального) дерев, підросту та підліску відносно один одного, а й показники мінливості їх таксаційних ознак, закономірності розподілу їх за чисельністю та основні взаємозв'язки між ними (Anuchin, 1982; Zaharov, 1967; Tiurin, 1938; Tsurik, 1998).

Серед перших досліджень таксаційної будови насаджень варто згадати роботи проф. V. Weise (1880) з розподілу кількості дерев за діаметром у чистих одновікових деревостанах Німеччини (Anuchin, 1982) та F. de Liocourt (1898) у стійких різновікових деревостанах (Bailey & Dell,1973).

Роботи з дослідження таксаційної будови деревостанів за участю ялиці у складі здійснювали: у змішаних ялицевих деревостанах Кавказу (Bitsin, 1965; Veselov, 1973), у природних карпатських ялиничниках (Kichura, 1977; Molotkova, 1964, 1965, 1968), у штучних ялицевих деревостанах (Horoshko, 1977, 1978, 1981), у ялицевих молодняках природного походження (Tsurik, 1991, 1998, 2001). За кордоном таксаційну будову ялицевих деревостанів також досліджували науковці (Zasada, 1995, 2013; Chen, 2004; Thomas et al., 2008; Jaworski & Podlaski, 2012; Hussain et al., 2014).

З часу перших досліджень таксаційної будови і дотепер серед основних досягнень у цій царині потрібно згадати розвиток вчень про ранги дерев та їх редукційні числа, використання функцій щільності розподілу ймовірності для моделювання розподілу кількості дерев за різними таксаційними показниками.

Для моделювання розподілу кількості дерев за діаметром учені використовували велику кількість різноманітних функцій розподілу та підходів щодо визначення їх параметрів. Проте функції, які давали добрий результат для окремих порід та деревостанів, виявлялися непридатними для інших.

Мета дослідження – виявити найпридатнішу функцію розподілу для моделювання таксаційної будови за діаметром модальних ялицевих деревостанів Українсь-

Інформація про авторів:

Портах Степан Володимирович, магістр лісового господарства, асистент кафедри лісової таксації та лісовпорядкування. **Email:** portakh@nltu.edu.ua

Король Микола Михайлович, канд. с.-г. наук., доцент, кафедра лісової таксації та лісовпорядкування. **Email:** nikkorol@ukr.net

Цитування за ДСТУ: Портах С. В., Король М. М. Порівняння шести функцій щільності розподілу для моделювання таксаційної будови за діаметром модальних ялицевих деревостанів Українських Карпат. Науковий вісник НЛТУ України. 2018, т. 28, № 6. С. 39–42.

Citation APA: Portakh, S. V., & Korol, M. M. (2018). Comparison of six probability density functions for modeling diameter distribution structure of modal fir stands of the Ukrainian Carpathians. *Scientific Bulletin of UNFU, 28*(6), 39–42. https://doi.org/10.15421/40280607

ких Карпат шляхом порівняння шести функцій розподілу, які найчастіше використовувалися та давали найточніші результати для різних порід, що свідчило про їх добру гнучкість.

Матеріали та методи дослідження. Для дослідження таксаційної будови за діаметром використано матеріали суцільного переліку дерев зі заміром їх діаметрів на тимчасових 14 прямокутних пробних площах та 61 круговій пробній площі (у 15 таксаційних виділах). Пробні площі закладали за загальноприйнятою в лісовій таксації методикою у деревостанах різного віку з переважанням ялиці білої (*Abies alba* Mill.) у складі на території НПП "Сколівські Бескиди " та семи державних підприємств лісового господарства. Типи лісорослинних умов на пробних площах – C_3, D_3.

Результати дослідження та їх обговорення. Для моделювання розподілу кількості дерев за ступенями товщини у модальних ялицевих деревостанах використовували такі функції.

Двопараметричну функцію розподілу щільності Вейбулла запропонував для використання W. Weibull ще у 1939 р., а безпосередньо для досліджень розподілу за діаметром її широко почали використовувати у другій половині XX ст.

$$f(x)=\frac{c}{b}\cdot\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1}\cdot\exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^{c}\right), \qquad (1)$$

де: b – параметр масштабу, b>0; c – параметр форми, c>0; $0\leq x\leq\infty$.

Трипараметрична функція розподілу щільності Вейбулла відрізняється від попередньої присутністю в рівнянні параметра положення a:

$$f(x)=\frac{c}{b}\cdot\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1}\cdot\exp\left(\left(\frac{x-a}{b}\right)^{c}\right), \qquad (2)$$

де: a – параметр положення, a>0; b – параметр масштабу, b>0; c – параметр форми, c>0; $0\leq x\leq\infty$, $x\geq a$.

Бімодальний (7-параметричний) розподіл щільності Вейбулла є комбінованою моделлю із двох трипараметричних функцій розподілу Вейбулла (Liu et al., 2001, Zhang et al., 2001):

$$\begin{aligned} f(x)=\rho\cdot\left(\frac{c_1}{b_1}\cdot\left(\frac{x-a_1}{b_1}\right)^{c_1-1}\cdot\exp\left(-\left(\frac{x-a_1}{b_1}\right)^{c_1}\right)\right)+ \\ +(1-\rho)\cdot\left(\frac{c_2}{b_2}\cdot\left(\frac{x-a_2}{b_2}\right)^{c_2-1}\cdot\exp\left(-\left(\frac{x-a_2}{b_2}\right)^{c_2}\right)\right), \end{aligned} \qquad (3)$$

де: a_1, a_2 – параметри положення, a_1, a_2 >0; b_1, b_2 – параметри масштабу, b_1, b_2 >0; c_1, c_2 – параметри форми, c_1, c_2 >0; ϱ – параметр, що характеризує оптимальну комбінацію, $0\leq\rho\leq1$; $0\leq x\leq\infty$, $x\geq a$.

Гамма-розподіл щільності (двохпараметричний):

$$f(x)=\frac{x^{a-1}}{b^{a}\cdot\Gamma(a)}\cdot\exp\left(-\frac{x}{b}\right), \qquad (4)$$

де: $\Gamma(a)$ – гамма-функція, $\Gamma(a)=\int_0^\infty x^{a-1}\cdot e^{-x}\cdot dx$, x>0, a>0;
a – параметр форми, a>0; b – параметр масштабу, b>0;

Бета-розподіл щільності (двохпараметричний):

$$f(x)=\frac{1}{B(a,b)}\cdot\frac{(x-k_1)^{a-1}\cdot(k_2-x)^{b-1}}{(k_2-k_1)^{a+b-1}}, \qquad (5)$$

де: $B(a, b)$ – бета-функція, $B(a,b)=\frac{\Gamma(a)\cdot\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$; $\Gamma(a)$, $\Gamma(b)$ – гамма-функції; a, b – параметри форми кривої, a, b >0*;* k_1, k_2 – ліміти кривої розподілу (початкове і кінцеве можливі значення), $k_1 < x < k_2$.

Розподіл щільності S_b Джонсона:

$$\begin{aligned} f(x)=\frac{\delta}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{\lambda}{(x-\varepsilon)\cdot(\varepsilon+\lambda-x)}\cdot \\ \cdot\exp\left(-\frac{1}{2}\cdot\left(\gamma+\delta\cdot\ln\left(\frac{x-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-x}\right)\right)^2\right) \end{aligned} \qquad (6)$$

де: ε – параметр положення, прийнято рівним d_{min} – 10 %d_{min} (за даними Gorgoso-Varela, 2014), при ε=0 розподіл стає трипараметричним, $-\infty<\varepsilon<\infty$; λ – параметр масштабу, прийнято рівним d_{max}+0,5 i, де i – величина ступені товщини, $\lambda > 0$; γ, δ – параметри форми кривої (асиметрії та ексцесу відповідно, при γ = 0 – крива симетрична), $-\infty<\gamma<\infty$, $\delta > 0$; $\varepsilon < x < \varepsilon+\lambda$.

Параметри функцій розподілу визначали за методом найменших квадратів, моделювання та обрахунки здійснювали за допомогою програмного забезпечення Microsoft Office Excel.

Результати дослідження та їх обговорення. Для фактичного розподілу за діаметром та розподілів змодельованих різними функціями визначали основні статистичні показники (середнє значення, D_{cep}; дисперсія, δ^2; стандартне відхилення, δ; коефіцієнт варіації, V; показники асиметрії (A), ексцесу (E) та точність досліду (p)) та визначали адекватність моделі за допомогою χ^2 критерію Пірсона.

Вирахувані максимальні, мінімальні та середні значення статистичних показників фактичного розподілу та за функціями наведено у табл. 1.

Визначення адекватності підібраних моделей та зіставлення їх між собою здійснювали за допомогою обрахунку значень χ^2 критерію Пірсона та порівняння їх із критичними значеннями цього критерію для певних умов (табл. 2).

Результати дослідження та їх обговорення. Аналіз основних усереднених статистичних показників фактичного розподілу за діаметром ялицевого елемента деревостанів зі середніми діаметрами від 16 до 70 см показав значну ступінь мінливості цієї ознаки рядів розподілу (V>20 %). Показники асиметрії та ексцесу у досліджуваних деревостанах віком від 34 до 192 років змінюються в межах від –0,49 до 1,22 та від –1,17 до 2,16 відповідно. Значення середнього показника точності досліду (4,05 %) свідчить про надійність отриманих результатів.

Виконаний аналіз основних усереднених статистичних показників різних функцій розподілу за діаметром ялицевого елемента свідчить про те, що дво-, трипараметричний розподіл Вейбулла, гамма- та бета-розподіл завищують показники асиметрії та ексцесу порівняно із фактичним розподілом, S_b розподіл Джонсона занижує ці показники порівняно з фактичними, найближчі результати має бімодальний розподіл Вейбулла. За середнім показником точності досліду на першому місці знаходиться бімодальний розподіл Вейбулла (4,06 %), далі йдуть S_b розподіл Джонсона (4,07 %), дво- та трипараметричний розподіл Вейбулла (4,14 % та 4,17 % відповідно), бета-розподіл (4,23 %) і нагірші результати у гамма-розподілу (4,3 %).

Табл. 1. Основні статистичні показники функцій розподілу за діаметром

Функція	Основний статистичний показник	Min	Max	Сер.	Функція	Основний статистичний показник	Min	Max	Сер.
Факт. розподіл	Dср	15,57	70,54	37,96	Гамма-розподіл	Dср	15,33	69,69	38,84
	δ^2	30,84	495,45	246,57		δ^2	37,71	628,98	279,05
	δ	5,55	22,26	15,18		δ	6,14	25,08	16,08
	V	25,37	70,97	41,21		V	24,79	74,86	42,85
	A	-0,49	1,22	0,34		A	0,51	1,61	0,90
	E	-1,17	2,16	-0,34		E	0,39	3,80	1,29
	p	2,35	6,41	4,05		p	2,29	6,86	4,30
2 парам. Вейбулла	Dср	15,09	68,53	38,22	Бета-розподіл	Dср	15,51	69,24	38,47
	δ^2	35,11	550,59	250,56		δ^2	38,05	580,41	270,41
	δ	5,93	23,46	15,24		δ	6,17	24,09	15,88
	V	24,62	74,11	41,22		V	24,46	73,69	42,85
	A	-0,17	1,42	0,37		A	0,29	1,55	0,80
	E	-0,29	2,76	0,07		E	-0,10	2,73	0,74
	p	2,28	6,52	4,14		p	2,26	6,64	4,23
3 парам. Вейбулла	Dср	15,43	68,62	38,30	S_b Джонсона	Dср	15,44	68,93	37,70
	δ^2	34,93	547,77	262,75		δ^2	33,83	497,26	245,39
	δ	5,91	23,40	15,60		δ	5,82	22,30	15,15
	V	24,76	77,29	42,27		V	23,79	70,50	41,40
	A	-0,08	1,97	0,60		A	0,00	1,18	0,32
	E	-0,28	5,55	0,53		E	-1,16	0,72	-0,55
	p	2,31	6,60	4,17		p	2,20	6,44	4,07
7 парам. Вейбулла	Dср	15,59	70,17	37,96					
	δ^2	34,37	507,54	246,81					
	δ	5,86	22,53	15,18					
	V	25,21	72,34	41,25					
	A	-0,28	1,39	0,33					
	E	-1,02	2,65	-0,33					
	p	2,33	6,45	4,06					

Табл. 2. Значення χ^2 критерію Пірсона функцій розподілу за діаметром

Функція	Значення χ^2 критерію	Min	Max	Сер.	Функція	Значення χ^2 критерію	Min	Max	Сер.
2 парам. Вейбулла	фактичне	1,56	18,82	9,58	Гамма-розподіл	фактичне	2,02	22,82	11,17
	критичне	5,99	23,68	17,17		критичне	5,99	23,68	17,34
3 парам. Вейбулла	фактичне	1,53	20,43	9,47	Бета-розподіл	фактичне	1,50	21,16	10,55
	критичне	3,84	22,36	16,06		критичне	5,99	23,68	17,56
7 парам. Вейбулла	фактичне	1,07	13,20	5,46	S_b Джонсона	фактичне	1,03	17,03	8,15
	критичне	3,84	18,31	10,84		критичне	5,99	23,68	17,35

Оцінка значущості відмінностей між фактичними та теоретичними чисельностями рядів розподілу за діаметром, здійснена непараметричним методом з допомогою χ^2 критерію Пірсона (див. табл. 2), свідчить про те, що найпридатнішою функцією для моделювання рядів розподілу кількості дерев ялицевого елемента лісу за діаметром є семипараметричний розподіл Вейбулла. Значення середнього фактичного χ^2 критерію Пірсона для цієї функції є найменшим і становить 5,46 при середньому критичному значенні 10,84. Далі за цим показником йдуть S_b розподіл Джонсона, три- та двопараметричний розподіли Вейбулла, бета- та гамма-розподіл.

Також треба зауважити, що бімодальний розподіл Вейбулла виявився найбільш гнучким, оскільки на всіх дослідних ділянках фактичні значення χ^2 критерію Пірсона були меншими за критичні, для S_b розподілу Джонсона ця умова не була виконана на одній ділянці, для дво-, трипараметричного розподілів Вейбулла та бета-розподілу – на двох, для гамма-розподілу – на трьох.

Висновки. Модальні ялицеві деревостани Українських Карпат характеризуються значною мінливістю діаметра. Це зумовлено тіньовитривалістю цієї породи, яка здатна тривалий час перебувати у пригніченому стані і давати малі прирости за діаметром, а потім вийти в перший ярус. Ці особливості у таксаційній будові за діаметром вимагають досить гнучкої моделі. Хоча всі досліджувані функції щільності розподілу кількості дерев за діаметром показали задовільні результати, найпридатнішою функцією розподілу щільності виявився бімодальний розподіл Вейбулла, найгірші результати показав гамма-розподіл.

Перелік використаних джерел

Anuchin, N. P. (1982). *Lesnaya taksatsia.* (5th ed.). Moscow: Lesnaya promishlennost. 552 p. [In Russian].

Bailey, R. L., & Dell, T. R. (1973). Quantifying diameter distributions with the Weibul function. *Forest Science, 19*(2), 97–104.

Bitsin, L. V. (1965). *Stroenie i produktivnost gornih lesov.* Moskwa: Lesnaya promishlennost. 128 p. [In Russian].

Chen, W. (2004). Tree size distribution functions of four boreal forest types for biomass mapping. *For. Sci., 50*, 436–449.

Gorgoso-Varela, J. J., & Rojo-Alboreca, A. (2014). Short Communication. A comparison of estimation methods for fitting Weibull and Johnson's SB functions to pedunculate oak (Quercus robur) and birch (Betula pubescens) stands in northwest Spain. *Forest Systems, 23*(3), 500–505. https://doi.org/10.5424/fs/2014233-04939.

Horoshko, M. P. (1976). Osobennosti stroeniia, rost i perspektivi iskustvennih pihtarnikov Ukrainskih Karpat. *Abstract of Doctoral Dissertation for Agricultural Sciences* (06.03.02 – Forest Management and Forest Taxation). Leningrad. 26 p. [In Russian].

Horoshko, M. P., & Miklush, S. I. (1981). Stroenie i tovarnost ekspluatatsionnih pihtovih lesov Ukrainskih Karpat. V kn.: *Materiali XXXIII nauch.-tehn. konf.* (l/h sektsia). Lvov, 110–112.

Hussain, A., Shaukat, S. S., Ahmeds, M., Akbar, M., Ali, W., & Magsi, H. Z. (2014). Modelling the diameter distribution of gypnosperm species from central Karakoram National Park, Gilgit Baltistan and Pakistan using weibull function. *J. Bio., & Env. Sci., 5*(1), 330–335.

Jaworski, A., & Podlaski, R. (2012). Modelling irregular and multimodal tree diameter distributions by finite mixture models: an approach to stand structure characterisation. *J. For. Res.,17*, 79–88. https://doi.org/10.1007/s10310-011-0254-9

Liu, C., Zhang, L., Davis, C. J., Solomon, D. S., & Gove, J. H. (2001). A finite mixture model for characterizing the diameter distributions of mixed-species forest stands. *Journal of Forest Research, 48*(4), 653–661.

Molotkova, I. I. (1964). Stroenie raznovozrastnih pihtovih nasazdeniy Zakarpattia. *Lesovedenie i lesovodstvo*, 27–43. Harkow. [In Russian].

Molotkova, I. I. (1965). *Stroenie, biologicheskaya i sortimentnsya struktura pihtovih nasazdeniy Zakarpattia*. Harkow. 23 p. [In Russian].

Molotkova, I. I. (1968). Vozrastnaya structura raznovozrastnih pihtovih nasazdeniy Zakarpattia. *Izv. vissh. uchebn. zaved. Lesnoy zurnal, 5*, 167–168. [In Russian].

Saban, Y. A., Horoshko, M. P., Kichura, V. P., et al. (1977). Stroenie, hod rosta i dinamika tovarnoi strukturi osnovnih lesoobrazuiuschih porod po tipam lesa i s lesovodstvennim rayonirovaniem. Lvov. 103 p. [In Russian].

Thomas, V., Oliver, R. D., Lim, K., & Woods, M. (2008). LiDAR and Weibull modeling of diameter and basal area. *For. Chron., 84*, 866–875. https://doi.org/10.5558/tfc84866-6

Tiurin, A. V. (1938). *Taksatsia lesa: uchebnik dlia vtuzov*. Moscow: Gostehlesizdat. 299 p. [In Russian].

Tsurik, E. I. (1991). *Taksatsia pihtovih molodniakov Karpat*. Kiev: Libid. 101 p. [In Russian].

Tsurik, E. I. (1998). *Taksatsiyna budova nasadzen: konsp. lektsiy*. Lviv: UkrDLTU. 40 p. [In Ukrainian].

Tsurik, E. I. (2001). *Taksatsiyni oznaki i budova nasadzen*. Lviv: UkrDLTU. 362 p. [In Ukrainian].

Veselov, I. V. (1973). *Smeshannie lesa iz pihti i buka na Severnom Kavkaze i ih biologicheskaya produktivnost*. Krasnodar: Krasnodar knizn. izd. 210 p. [In Russian].

Weibull, W. (1939). A statistical theory of the strength of materials. *Ingeniőrsvetenskapsakademiens Handlingar, 151*. Stockholm. 45 p.

Zaharov, V. K. (1967). *Lesnaya taksatsia*. Moskwa: Lesnaya promishlennost. 406 p. [In Russian].

Zasada, M. (1995). Goodness-of-fit assessment of breast height diameter distributions in fir stand with selected theoretical distributions. *Sylwan, 139*(12), 61–69. [In Polish].

Zasada, M. (2013). Evaluation of the double normal distribution for tree diameter distribution modeling. *Silv. Fenn., 47*(2), 1–17. https://doi.org/10.14214/sf.956

Zhang, L. J., Gove, J. H., Liu, C., & Leak, W. B. (2001). A finite mixture of two Weibull distributions for modeling the diameter distributions of rotated-sigmoid, uneven-aged stands. *Canadian Journal of Forest Research, 31*, 1654–1659.

С. В. Портах, М. М. Король

Национальный лесотехнический университет Украины, г. Львов, Украина

СРАВНЕНИЕ ШЕСТИ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТАКСАЦИОННОГО СТРОЕНИЯ ПО ДИАМЕТРУ МОДАЛЬНЫХ ПИХТОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ УКРАИНСКИХ КАРПАТ

Для исследования таксационных строения по диаметру пихтового элемента леса в семи предприятиях лесного хозяйства Украинских Карпат и в НПП "Сколевские Бескиды" заложены 14 прямоугольных временных пробных площадей и 61 круговая пробная площадь (в 15 таксационных выделах). Данные сплошного перечета деревьев пихты с замерами их диаметров использованы для определения особенностей распределения количества деревьев по диаметру. Моделирование фактического распределения количества деревьев осуществлено с помощью шести функций плотности распределения: двух-, трех-, и семипараметричного распределения Вейбулла, гамма и бета-распределения, S_b распределения Джонсона. Выявлено, что пихтовые древостои характеризуются значительной изменчивостью диаметра. Выполненный анализ основных усредненных статистических показателей различных функций распределения по диаметру пихтового элемента свидетельствует о том, что двух-, трехпараметрическое распределение Вейбулла, гамма и бета-распределение завышают показатели асимметрии и эксцесса по сравнению с фактическим распределением, S_b распределение Джонсона занижает эти показатели по сравнению с фактическими, ближайшие результаты имеет бимодальное распределение Вейбулла. Полученные результаты непараметрической оценки с помощью χ^2 критерия Пирсона позволяют сделать вывод, что наиболее подходящей функцией для исследования таксационного строения модальных пихтовых древостоев Украинских Карпат является семипараметричное распределение Вейбулла, а наименее точным – гамма-распределение.

Ключевые слова: пробная площадь; статистические показатели; асимметрия; эксцесс; χ^2 критерий Пирсона.

S. V. Portakh, M. M. Korol

Ukrainian National Forestry University, Lviv, Ukraine

COMPARISON OF SIX PROBABILITY DENSITY FUNCTIONS FOR MODELING DIAMETER DISTRIBUTION STRUCTURE OF MODAL FIR STANDS OF THE UKRAINIAN CARPATHIANS

Fourteen rectangular temporary test plots and 61 circle test plots (in 15 forest areas) were laid to investigate diameter distribution structure of fir element of forests in seven state forest enterprises of the Ukrainian Carpathians and Skole Beskydy National Nature Park. The data of entire list of fir trees with measurements of their diameters were used to determine the characteristics of the diameter distribution of the tree number. Six probability density functions were used for modelling the actual diameter distribution of the number of trees. They are as follows: two-, three-, and seven-parameter Weibull distribution, gamma and beta distribution, Johnson's S_b distribution. The basic statistical parameters were determined (mean diameter, variance, standard deviation, variation coefficient, asymmetry, kurtosis and experimental accuracy) for the actual diameter distribution and distributions simulated by various functions. The adequacy of the models was determined using Pearson's χ^2 criterion. It is revealed that fir tree stands are characterized by a significant variation in diameter. The analysis of the main averaged statistical indicators of the various diameter distribution functions of the fir element shows that the two-, three-parameter Weibull distribution, gamma and beta distribution overestimate the indexes of asymmetry and kurtosis comparing to the actual distribution, and Johnson's S_b distribution gives lower results then the actual are, the closest results gives the bimodal Weibull distribution. The bimodal Weibull distribution which is the finite mixture model of two three-parameter Weibull distributions was the most flexible, since in all test plots the actual values of Pearson's χ^2 criterion were less than critical, for Johnson's S_b distribution this condition was not performed on one test plot, for two-, three-parameter Weibull distributions and beta-distribution – on two test plots, for gamma-distribution – on three test plots. The obtained results of nonparametric estimation using Pearson's criterion χ^2 allow us to conclude that the most suitable function for studying the diameter distribution structure of modal fir tree stands of the Ukrainian Carpathians is the finite mixture model of two three-parameter Weibull distribution (bimodal), and the least accurate is gamma distribution.

Keywords: probability density functions; statistical indicators; asymmetry; kurtosis; Pearson's χ^2 criterion.