

D. Teodorović, P. Lucić, що вивчали метод бджолиних колоній. Серед вітчизняних авторів варто виділити С.О. Субботіна, А.О. Олійник та О.О. Олійник [9], які у своїх дослідженнях значну увагу приділяють мультиагентним методам колективного інтелекту, що використовуються в оптимізаційних задачах діагностики, оцінювання і прогнозування.

Метою роботи є дослідження можливостей використання методів мурашиних колоній як шляхів розв'язку оптимізаційних задач в різних технічних галузях.

Викладення основного матеріалу. Основні ідеї мурашиних алгоритмів ґрунтуються на імітації самоорганізації "соціальних" комах – множині динамічних механізмів, за допомогою яких система досягає глобальної мети внаслідок взаємодії елементів з використанням тільки локальної інформації.

Алгоритм мурашиної колонії є метаевристичною процедурою, в основі якої лежать спостереження за поведінкою мурах, зокрема здатність мурах під час пересування виділяти фермент і використовувати його як маркер під час пошуку їжі [5]. Таким чином, чим більша кількість мурах обирає деякий шлях, або чим частіше одна і та ж мураха буде ходити по цьому шляху, тим вища концентрація ферменту на цьому шляху, а отже, можна вважати, що кількість ферменту пропорційна якості шуканого рішення.

Метод мурашиних колоній базується на моделюванні взаємодії кількох штучних аналогів мурах, які програмно подаються у вигляді інтелектуальних агентів, що є членами великої колонії. Модельовані агенти, переміщуючись по графу рішень, спільно вирішують проблему й допомагають іншим агентам у подальшій оптимізації рішення. Таким чином, оптимізаційна задача вирішується агентами, що перебувають у непряму зв'язку один з одним. Узагальнену схему роботи методу мурашиних колоній подано на рис.

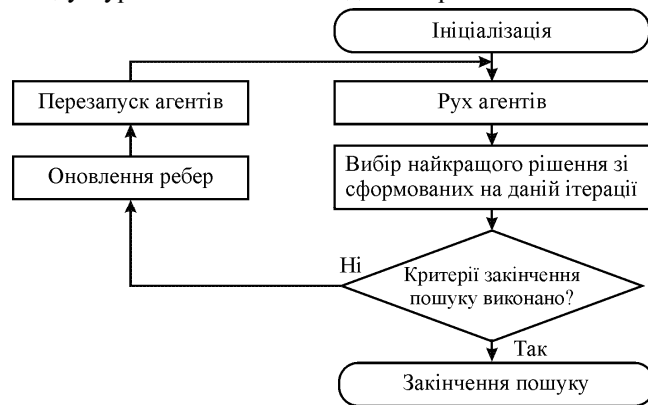


Рис. Узагальнена схема роботи методу мурашиних колоній

Першою задачею, до якої застосували метод мурашиних колоній, була задача комівояжера (Traveling Salesman Problem, TSP). Для вирішення цієї задачі розроблено кілька різних методів, заснованих на оптимізації за допомогою мурашиних колоній.

Першим був метод мурашиних систем (Ant System – AS) [10, 11]. Надалі цей метод став основою для багатьох інших методів, що працюють на принципі

мурашиних колоній. У методі мурашиної системи агент формує своє рішення у процесі переміщення на графі рішень від одного вузла до іншого. Метод працює до виконання n ітерацій. На кожній ітерації агенти формують свої рішення за n кроків, на кожному з яких застосовується правило вибору наступного вузла – правило вибору агентом, що перебуває у вузлі r , наступного вузла для переміщення в нього.

У [10-14] запропоновано три методи мурашиних систем, що різняться способом оновлення шляхів – ребер. Це щільнісний (ant-density), кількісний (ant-quantity) і циклічний (antcycle) методи мурашиних систем. У щільнісному й кількісному методах агенти залишали феромони в процесі формування рішення, а у циклічному методі – після закінчення переміщення, тобто після формування рішення.

Проведені експерименти з вирішення тестових задач [10-12] засвідчили, що циклічний метод мав значно кращі результати порівнянно з іншими двома. У зв'язку із цим, два гірших методи було відкинуто. Тому під методом мурашиних колоній розуміють саме циклічний метод мурашиних систем. Кількість феромонів $\tau_{ru}(t)$, що залишає агент, відповідає дузі (r, u) – це кількість, яка характеризує перевагу вибору певного ребра порівняно з іншими при переміщенні. Інформація про феромони на ребрах змінюється в процесі складання рішень. При цьому кількість феромонів, що залишається агентами, пропорційна якості рішення, сформованого відповідним агентом: чим менший шлях, тим більше буде залишено феромону, і навпаки, чим довший шлях, тим менше буде залишено феромону на відповідних ребрах. Такий підхід дає змогу забезпечити безпосередній пошук у напрямку знаходження кращого рішення.

Пам'ять про вузли, які були відвідані агентом, забезпечується шляхом введення так званого списку табу $tList$ – у ньому зберігається бітовий масив, за допомогою якого визначаються відвідані й не відвідані вузли. Таким чином, агент має проходити через кожний вузол тільки один раз. Вузли в списку "поточної подорожі" Path розташовуються в тому порядку, у якому агент відвідував їх. Пізніше список використовується для визначення довжини шляху між вузлами.

Метод мурашиних колоній охоплює такі основні кроки.

Крок 1. Задати параметри методу: α – коефіцієнт, що визначає відносну значущість шляху; β – параметр, що показує значимість відстані; ρ – коефіцієнт кількості феромону, що агент залишає на шляху, де $(1-\rho)$ показує коефіцієнт випаровування феромону на шляху після його завершення; Q – константа, яка відноситься до кількості феромону, що було залишено на шляху; $startPheromone$ – початкове значення феромону, що знаходиться на шляхах до початку моделювання.

Крок 2. Ініціалізація методу, створення популяції агентів. Після створення популяції агенти рівномірно розподіляються у вузлах мережі. Необхідно розподіляти агентів рівномірно між вузлами, щоб всі вузли мали однакові шанси стати відправною точкою. Якщо всі агенти почнуть рух з однієї точки, це б означало, що ця точка вважається оптимальною для старту, а насправді вона такою може й не бути. Але при цьому, якщо кількість агентів не кратна кількості вузлів, то кількість агентів у вузлах буде різною, але ця різниця не повинна перевищувати 1.

Крок 3. Рух агентів. Якщо агент ще не закінчив шлях, тобто не відвідав всі вузли мережі, для визначення наступного ребра шляху розраховується ймовірність переходу в u -й вузол, коли агент перебуває в r -му вузлі, за формулою

$$P_{ru} = \frac{\tau_{ru}(t)^\alpha \cdot \eta_{ru}(t)^\beta}{\sum_{k \in J} \tau_{rk}(t)^\alpha \cdot \eta_{rk}(t)^\beta} > rand1, \quad (1)$$

де: P_{ru} – ймовірність того, що агент переміститься в u -й вузол з r -го вузла; $rand$ (1) – випадкове число в інтервалі (0; 1); J – множина вузлів, ще не відвіданих агентом; $\tau_{ru}(t)$ – інтенсивність феромону на ребрі між вузлами r та u у момент часу t ; $\eta_{ru}(t)$ – функція, що репрезентує вимір зворотної відстані для ребра.

Агент переміщується тільки тими вузлами, які ще не були відвідані (відзначені списком табу $tList$). Тому ймовірність розраховується тільки для ребер, які ведуть до ще не відвіданих вузлів.

Крок 3 повторюється доти, доки кожний агент не завершить шлях. Цикли заборонено, оскільки в метод включений список табу $tList$.

Крок 4. Після завершення переміщень агентів може бути підрахована довжина шляху. Вона дорівнює сумі всіх ребер, якими подорожував агент. Кількість феромону, що була залишена на кожному ребрі шляху i -го агента, визначається за формулою

$$\Delta \tau^i(t) = \frac{Q}{L^i(t)}, \quad (2)$$

де: $\Delta \tau^i(t)$ – кількість феромону, що залишив i -й агент; $L^i(t)$ – довжина шляху i -го агента.

Результат є засобом виміру шляху: короткий шлях характеризується високою концентрацією феромону, а довший шлях – нижчою. Потім отриманий результат використовується для збільшення кількості феромону вздовж кожного ребра, пройденого i -м агентом шляху за формулою

$$\tau_{ru}(t) = \tau_{ru}(t-1) + \rho \cdot \sum_{i=1}^{N^{ru}} \Delta \tau^i(t), \quad (3)$$

де: r, u – вузли, що утворюють ребра, які відвідав i -й агент; N^{ru} – загальна кількість агентів, що відвідали ребро ru .

Ця формула застосовується до всього шляху, при цьому кожне ребро позначається феромоном пропорційно довжині шляху. Тому варто дочекатися, поки агент закінчить переміщення, і тільки потім оновити рівні феромону, у протилежному випадку справжня довжина шляху залишиться невідомою. Константа ρ приймає значення між 0 та 1.

На початку шляху в кожного ребра є шанс бути обраним. Щоб поступово видалити ребра, які входять у гірші шляхи в мережі, до всіх ребер застосовується процедура випару феромону. Використовуючи константу ρ з попереднього виразу, можна скласти таку формулу

$$\tau_{ru}(t) = \tau_{ru}(t) \cdot (1 - \rho). \quad (4)$$

Крок 5. Перевірка на досягнення оптимального результату. Перевірка може виконуватися відповідно до обмеження на максимальну кількість ітерацій або перевірка може вважатися успішною, коли протягом декількох ітерацій не

було відзначено змін у виборі найкращого шляху. Якщо перевірка дала позитивний результат, то відбувається закінчення роботи методу (перехід до кроку 7), у протилежному випадку – перехід до кроку 6.

Крок 6. Повторний запуск. Після того, як шляхи агентів завершено, ребра оновлено відповідно до довжин шляхів, й відбувся випар феромону на всіх ребрах, метод виконується повторно. Список табу очищається, довжини шляхів обнуляються. Перехід до кроку 3.

Крок 7. Зупинення. Визначається кращий шлях, що і є рішенням.

У зв'язку з можливістю різного математичного опису поведінки мурах у [6, 10-19] розроблено розширення методу мурашиних систем. До них відносять: метод мурашиних систем, заснований на елітній стратегії [5, 10]; метод мурашиних систем, заснований на ранжуванні (AS_{rank}) [12]; метод системи мурашиних колоній [6, 15, 19]; максимінний метод мурашиних систем (MAX-MIN AS – MMS) [16-18].

Першим розширенням методу мурашиних систем була елітна стратегія, запропонована в [5, 10]. Цей підхід ґрунтується на додатковому збільшенні кількості феромонів для кращого глобального шляху в момент часу t . Таким чином, процедура додавання феромону для ребер, які входять в кращий на даний момент часу шлях, виконується повторно, при цьому кількість феромону, що додається, розраховується відповідно до довжини кращого шляху.

Далі було запропоновано метод мурашиних систем, заснований на ранжуванні (AS_{rank}) [12]. Цей метод по своїй суті є розширенням елітної стратегії й полягає в такому: агенти сортуються за довжиною складених ними шляхів, після чого на глобально кращому шляху феромони збільшуються з вагою w , а збільшення феромонів виконується тільки для ребер, що ввійшли в шлях ($w-1$) кращих агентів; при цьому k -й кращий агент буде додавати феромон з вагою $(w-k)$ відповідно до формули

$$\tau_{ru}(1+t) = \rho \cdot \tau_{ru}(t) + w \cdot \Delta \tau_{ru}^{gb}(t) + \sum_{k=1}^{w-1} (w-k) \cdot \Delta \tau_{ru}^k(t), \quad (5)$$

де $\Delta \tau_{ru}^{gb}(t) = 1/L^{gb}(t)$, $L^{gb}(t)$ – довжина кращого глобального шляху.

Метод системи мурашиних колоній (Ant Colony System – ACS) [7, 9] поліпшує метод мурашиних систем шляхом використання інформації, отриманої попередніми агентами, для вивчення простору пошуку. Це досягається за допомогою двох механізмів. По-перше, використовується суворе елітна стратегія при відновленні феромонів на ребрах. По-друге, агенти вибирають наступний вузол для переміщення, використовуючи, так зване, псевдовипадкове пропорційне правило [15]: з ймовірністю q_0 агент переміщується в пункт u , для якого добуток кількості феромонів і евристичної інформації є максимальним: , у той час як з ймовірністю $1-q_0$ буде застосований базовий підхід при визначенні наступного пункту для переходу, описаний у методі мурашиних систем. Значення q_0 є константою. При цьому, якщо q_0 наближається до 1, то використовується тільки псевдовипадкове пропорційне правило, коли ж $q_0 = 0$, тоді метод системи мурашиних колоній працює за принципом методу мурашиних систем.

При оновленні шляхів, як було зазначено вище, застосовується суворе елітна стратегія, відповідно до якої тільки агент, що склав краще рішення, віді-

ляє феромон на шляху свого переміщення. Тоді кількість феромонів на ребрах змінюється відповідно до формули

$$\tau_{ru}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ru}(t) + (1-\rho) \cdot \Delta \tau_{ru}^{best}(t). \quad (6)$$

За кращого агента може використовуватися агент, що отримав краще рішення на цій ітерації або глобально кращий агент, який отримав краще рішення на всіх ітераціях від початку роботи методу.

Останньою відмінністю методу системи мурашиних колоній є те, що агенти оновлюють кількість феромонів у процесі складання рішення (подібно щільнісному й кількісному методам мурашиних систем). Такий підхід призводить до зменшення ймовірності вибору однакових шляхів всіма агентами. За рахунок цього знижується ймовірність зациклення в локальному оптимумі.

Максимальний метод мурашиних систем (MAX-MIN AS – MMAS) [16-18] вводить нижню й верхню межі для можливих значень феромонів на ребрі, а також цей метод відрізняється підходом до визначення їхнього значення при ініціалізації. Практично в MMAS використовується інтервал значень феромонів, обмежений τ_{ru} : τ_{min} та τ_{max} , тобто $\tau_{min} \leq \tau_{ru} \leq \tau_{max}$. Кількість феромонів ребер при ініціалізації задається рівним нижній границі інтервалу, що забезпечує краще дослідження простору рішень. В MMAS, також як і в ACS, тільки кращий агент (глобально кращий або локально) виконує додавання феромонів після кожної ітерації методу. Результати обчислень [7] показали, що кращі результати виходять, коли оновлення феромонів виконується з використанням глобально кращого рішення. В MMAS також часто застосовується локальний пошук для поліпшення його властивостей.

Надалі описані моделі методу мурашиних колоній застосовувалися для вирішення інших оптимізаційних задач. Квадратична задача про призначення (Quadratic Assignment Problem, QAP) вирішувалася за допомогою методу мурашиних систем [7], а також MMAS. Застосування цих методів полягало у використанні відповідної евристичної інформації даної задачі. Також вирішувалися: задача календарного планування (Jobshop Scheduling Problem, JSP) [5], транспортна задача (Vehicle Routing Problem, VRP), задача вибору найкоротшої загальної надпоследовательності (Shortest Common Supersequence Problem, SCSP), задача розфарбування графа, задача послідовного упорядкування та інші задачі [9]. При вирішенні тестових задач методи мурашиних колоній показали гарні результати порівняно з традиційними методами оптимізації, призначеними для вирішення даних задач [9].

У загальному вигляді відмінності між різновидами методу мурашиних колоній можна відобразити в таблиці.

Грунтуючись на розглянутих основних принципах методу мурашиних колоній, його різновидах та областях застосування можна виділити переваги й недоліки методу мурашиних колоній.

До переваг методу мурашиних колоній можна віднести:

- можливість використання методу в динамічних додатках (адаптуються до змін навколишнього середовища);
- використання пам'яті всієї колонії, що досягається за рахунок моделювання виділення феромонів;

- гарантування збіжності до оптимального рішення;
- стохастичність, тобто випадковість пошуку, за рахунок чого виключається можливість зациклення в локальному оптимумі;
- мультиагентність;
- вища швидкість знаходження оптимального рішення, ніж у традиційних методах;
- можливість застосування до множини різних задач оптимізації.

Табл. Відмінності між різновидами методу мурашиних колоній

Критерій	Метод			
	AS	ASrank	ACS	MMAS
Додавання феромону	Після одержання рішення		У процесі одержання рішення	
Правило вибору наступного пункту	Традиційний підхід	Псевдовипадкове порційне правило	Традиційний підхід	
Застосування елітної стратегії	Всі агенти беруть участь у відновленні шляхів	Відновлення виконують (w-1) локально кращих агентів і глобально кращий агент	Відновлення виконує тільки кращий (глобально або локально) агент	
Використання обмежень для різних параметрів	Відсутні	Обмеження на кількість агентів, що беруть участь у відновленні шляхів	Відсутні	Використовується інтервал значень феромону
Застосування локальної оптимізації	Відсутнє	Відсутнє	Використовуються традиційні методи локальної оптимізації	Відсутнє
Розв'язувані задачі	TSP, QAP, JSP, VRP, SCSP	TSP	TSP, JSP	TSP, QAP
Вплив кількості агентів на знаходження результату	Сильний	Середній	Слабкий	Слабкий

Можна виділити такі недоліки методу мурашиних колоній:

- складність теоретичного аналізу, оскільки підсумкове рішення формується внаслідок послідовності випадкових рішень; розподіл ймовірностей змінюється по ітераціях; дослідження є більш експериментальними, ніж теоретичними;
- невизначеність часу збіжності при тому, що збіжність гарантується;
- висока ітеративність методу;
- сильна залежність результатів роботи методу від початкових параметрів пошуку, які підбираються експериментально.

Висновки. Виходячи з наведених галузей застосування, переваг та недоліків методу мурашиних колоній можна зробити висновок, що метод рекомендовано використовувати при вирішенні дискретних оптимізаційних задач та в динамічних застосуваннях, оскільки він здатен пристосовуватися до змін навколишнього середовища. Варто також зазначити, що ефективність методу є більшою у випадках, коли задача характеризується великою розмірністю, оскільки традиційні методи зазвичай дають гарні результати, якщо розмірність є малою, а от у випадках з великою розмірністю вони можуть або зациклюватися в локальних оптимумах, або занадто довго працювати, що є небажаним при вирішенні практичних задач.

Не рекомендується застосовувати базовий метод мурашиних колоній до вирішення задач безперервної оптимізації, проте, оскільки метод характеризується гарною розширюваністю, то в нього можна легко вводити додаткові процедури, ідеї яких взяті з інших методів, заснованих на імовірнісному підході, внаслідок чого створюються гібридні системи на основі методу мурашиних колоній для вирішення задач й безперервної оптимізації.

Перспективними шляхами покращення мурашиних алгоритмів є їх гібридизація з іншими методами природних обчислень, наприклад, з генетичними алгоритмами. Така гібридизація може бути реалізована за острівною схемою, коли мурашиний і генетичний алгоритми працюють паралельно – кожен на своєму острові, з обміном найкращими розв'язками через певний проміжок часу.

Література

1. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект / Дж.Ф. Люгер. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2005. – 864 с.
2. Bonabeau E. Self-organization in social insects / E. Bonabeau, G. Theraulaz, J.L. Deneubourg, S. Aron, S. Camazine // Trends in Ecology and Evolution. – 1997. – № 12(50). – Pp. 188-193.
3. Camazine S. Self-organization in biological systems / S. Camazine, J.L. Deneubourg, N.R. Franks, J. Sneyd, G. Theraulaz, E. Bonabeau. – New Jersey, Princeton: Princeton University Press, 2001. – 560 p.
4. Camazine S. A model of collective nectar source by honey bees: self-organization through simple rules / S. Camazine, J. Sneyd // Journal of Theoretical Biology, 1991. – № 149. – Pp. 547-571.
5. Dorigo M. Ant System: optimization by colony of cooperating agents / M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomi // IEEE Transaction Systems, Man and Cybernetics. Part B. – 1996. – Vol. SMC – 26. – Pp. 29-41.
6. Dorigo M. Ant colonies for the traveling salesman problem / M. Dorigo, L.M. Gambardella // BioSystems. – 1997. – № 43. – Pp. 73-81.
7. Maniezzo V. The ant system applied to the quadratic assignment problem / V. Maniezzo, A. Colomi, M. Dorigo. – Bruxelles: Universite Libre de Bruxelles, 1994. – 24 p.
8. Garsia-Martinez C. A taxonomy and an empirical analysis of multiple objective ant colony optimization algorithms for the bi-criteria TSP / C. Garsia-Martinez, O. Cordon, F. Herrera // European Journal of Operational Research. – 2007. – Vol. 180. – Pp. 116-148.
9. Субботін С.О. Нейтеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: монографія / С.О. Субботін, А.О. Олійник, О.О. Олійник; за заг. ред. С.О. Субботіна. – Запоріжжя: Вид-во ЗНТУ, 2009. – 375 с.
10. Dorigo M. Optimization, learning and natural algorithms. – Milano: Politecnico di Milano, 1992. – 140 p.
11. Dorigo M. Positive feedback as a search strategy / M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomi. – Milano: Politecnico di Milano, 1991. – 22 p.
12. Bullnheimer B. A new rank-based version of the ant system: A computational study / B. Bullnheimer, R.F. Hartl, C. Strauss // Central European Journal for Operations Research and Economics. – 1999. – № 7 (1). – Pp. 25-38.
13. Di Caro G. Two ant colony algorithms for best routing in datagram networks / G. Caro Di, M. Dorigo // Proceedings of the Tenth IASTED International Conference on Parallel and Distributed Computing and Systems (PDCS'98) / Eds: Y. Pan, S.G. Akl, K. Li. – Anaheim: IASTED/ACTA Press, 1998. – Pp. 541-546.
14. Leguizamón G. A new version of ant system for subset problems / G. Leguizamón, Z. Michalewicz // Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC'99). – New Jersey: IEEE Press, 1999. – Pp. 1459-1464.
15. Dorigo M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem / M. Dorigo, L.M. Gambardella // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1997. – № 1(1). – Pp. 53-66.
16. Stützle T. The MAX – MIN ant system and local search for the traveling salesman problem / T. Stützle, H.H. Hoos // Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'97) / Eds: T. Back, Z. Michalewicz, X. Yao. – New Jersey: IEEE Press, 1997. – Pp. 309-314.

17. Stützle T. Local search algorithms for combinatorial problems: analysis, improvements, and new applications / T. Stützle. – Sankt Augustin: Infix, 1999. – 18 p.
18. Stützle T. MAX – MIN ant system / T. Stützle, H.H. Hoos // Future Generation Computer Systems. – 2000. – № 16(8). – Pp. 889-914.
19. Gambardella L.M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies / L.M. Gambardella, M. Dorigo // Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'96). – New Jersey: IEEE Press, 1996. – Pp. 622-627.

Устенко С.В., Бибко О.О. Использование метода муравьиной колонии для решения оптимизационных задач

Обоснована целесообразность использования метода муравьиной колонии и его модификаций как способа решения сложных комбинаторных задач оптимизации в экономических и технических отраслях. Исследованы биологическая природа, преимущества, недостатки и возможные сферы использования этого метода. Определены основные особенности, заложенный математический аппарат и механизм функционирования метода муравьиной колонии. Проанализированы различия между разновидностями метода муравьиной колонии в разрезе критериев эффективности решения задач. Предложены перспективные пути улучшения этого метода.

Ключевые слова: агент, граф решений, коллективный интеллект, муравьиная колония, оптимизация, самоорганизация.

Ustenko S.V., Bibko O.O. Using Ant Colony Method to Solve Optimization Problems

The expediency of using ant colony method and its modifications as a way of solving complex combinatorial optimization problems in economic and technical fields is substantiated. The biological nature, advantages, disadvantages and possible areas of the use of this method are studied. The main features, the mathematical apparatus and the functioning mechanism of ant colony method are defined. The differences between the species of ant colony method in terms of efficiency criteria of solving problems are analyzed. Promising ways to improve this method are offered.

Keywords: agent, graph of decisions, swarm intelligence, ant colony, optimization, self-organization.

УДК 004.[827+89]

Проф. Р.О. Ткаченко, д-р техн. наук;
аспір. С.М. Дем'ячук – НУ "Львівська політехніка"

ПОБУДОВА ЕМПІРИЧНИХ ФОРМУЛ ЗА ДОПОМОГОЮ БАГАТОШАРОВИХ НЕЙРОПОДІБНИХ СТРУКТУР ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Запропоновано методи побудови самоорганізаційних поліноміальних моделей регресії з функціональним розширенням сигналів на основі машини геометричних перетворень. Функціональне розширення вхідних сигналів реалізується за допомогою набору поліномів Колмогорова-Габора. Для побудови полінома Колмогорова-Габора використовуються головні компоненти, які виділяються шляхом побудови автоасоціативної мережі на основі вхідних і вихідних сигналів. Наведено результати побудови аналітичної формули, яка може бути використана для подальших прогнозувань задач зі схожими залежностями у моделях даних. На основі отриманих результатів встановлено ефективну здатність прогнозування розробленого методу для вибірок великого розміру.

Ключові слова: поліноміальні моделі регресії, нейронна мережа, автоасоціативна нейронна мережа, метод групового урахування аргументів, модель геометричних перетворень.

Вступ. Статистичні методи побудови емпіричних формул з використанням множинного регресійного аналізу недостатньо ефективні для випадків іс-