

МОДЕЛЬ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ ДЕРЕВИНИ ТА КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ЇЇ ОСНОВІ

Пережесний вплив ефекту термічного розширення та ефекту термопружності у полі зовнішніх силових циклічних навантажень призводить до виникнення автоколивань динамічної системи, та переводить систему в область стійкого граничного циклу, аттрактора. Наведено дані досліджень температурно-силових механізмів нелінійної динаміки деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини та розрахунки машинного експерименту.

Показано опис еволюції динамічної системи у вигляді пружного деформованого тіла від положення рівноваги до аттрактора, який описує новий стаціонарний стан, в якому відбувається деградація матеріалу до руйнування.

Ключові слова: композиційні матеріали, довговічність, життєвий цикл.

Вступ. Дослідження тривалої міцності деревини та стружкових плит дозволили виявити нелінійний характер реакцій цих матеріалів на силові і температурні дії [1].

Нелінійність при цьому виявляється у відсутності прямо пропорційних зворотних реакцій на ці дії. Це призводить до неможливості застосування принципу суперпозиції (накладення) під час їх кількісного опису (моделювання), та для кожної нелінійної системи доводиться шукати свої методи дослідження та опису. Визначити можливі шляхи дослідження дає змогу обчислювальний експеримент. Розуміння нелінійності поведінки твердих тіл під час навантаження пов'язане з ідеями якісного аналізу динамічних систем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x}, t), \quad \vec{x}(0) = \vec{x}_0, \quad 0 \leq t < \infty. \quad (1)$$

Із часів І. Ньютона моделі, які описують характеристики і зміни системи $\vec{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t))$ у часі t , стають основним інструментом математичного моделювання. Цей закон використовують у більшості фундаментальних теорій.

Метою аналізу рівнянь (1) є їх інтегрування – знаходження явного або неявного вигляду залежності $\vec{x}(t, \vec{x}_0)$. Однак клас таких завдань, що можуть бути вирішені у квадратурі, насправді дуже невеликий. Тому А. Пуанкаре запропонував зосередитися на побудові якісної теорії – дослідження сталих режимів або асимптотик, які описують поведінку досліджуваного об'єкта на великих проміжках часу. Чудовою властивістю багатьох нелінійних систем є те, що для різних початкових даних \vec{x}_0 траєкторія $\vec{x}(t)$ при $t \rightarrow \infty$ виходить на одні й ті ж аттрактори.

З різних початкових даних \vec{x}_0 (що належать одній області тяжіння) відбувається вихід на один аттрактор $\vec{S}(t)$. Тому розуміння динамічної системи, що досліджується, пов'язане із з'ясуванням її аттракторів, окресленням їх областей тяжіння та аналізу того, як змінюється число і тип аттракторів під час зміни параметрів. У роботах [3, 4] розглянуто питання динаміки руйнування деревини та композиційних матеріалів на її основі за умов тривалого впливу постійного навантаження. У цих умовах наявне локальне підвищення температури в облас-

тях перенапружень, а у ролі термостата для локальних областей перенапружень виступає саме тіло що деформується.

Однак температура системи може змінюватися як під дією зовнішніх умов (примусове нагрівання або охолодження), так і за дії внутрішніх факторів, зумовлених виділенням або поглинанням тепла внаслідок деформування. Модель деформування повинна враховувати при цьому той факт, що температура стає функцією часу. І якщо в ізотермічній кінетиці для опису процесу деформування та руйнування досить співвідношень, що описують матеріальний баланс системи, то в умовах мінливої температури необхідно враховувати також її енергетичний баланс.

Оскільки втомне руйнування має термічний характер активації, то зміна температури призводить до зміни константи швидкості реакції. Цю залежність часто виражають рівнянням Арреніуса

$$k = k_0 \text{Exp} \left(\frac{-E_a}{RT} \right), \quad (2)$$

де: E_a – енергія активації (Дж/моль); k_0 – передекспоненційний множник, що має розмірність константи швидкості.

Враховуючи, що зміна деформації залежить не тільки від зміни напружень, але і від зміни температури, закон Гука потрібно представити у вигляді рівнянь Дюгамеля-Неймана [4] (для простоти викладу залишимо тільки одну координату):

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{\sigma_x} + \varepsilon_{T_x} = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) + \alpha(T - T_0). \quad (3)$$

Розв'язуючи рівняння (3) щодо σ_x , та виключаючи, для спрощення, з розгляду ефект Пуассона, отримаємо

$$\sigma_x = E\varepsilon_x + \alpha(T - T_0)E. \quad (4)$$

Це рівняння враховує суму напружень від зовнішніх навантажень (поверхневих сил) та від внутрішніх об'ємних сил, що пов'язані з термічним розширенням тіла.

Пружне навантаження спричиняє не тільки оборотні зміни розмірів і форми тіла, але й зміну характеристик внутрішньої атомно-молекулярної динаміки. Тут проявляється термопружний ефект (ефект Джоуля) – зміна температури пружних тіл, які мають адіабатичне навантаження. У разі одновісного навантаження, зміна температури ΔT тіла, що знаходиться за температури T , визначається за формулою Кельвіна

$$\Delta T = -\frac{\alpha T}{C} \sigma, \quad (5)$$

де: σ – одноосне напруження, позитивне – під час розтягування та негативне – під час стискання; α – коефіцієнт лінійного термічного розширення вздовж осі навантаження; C – теплоємність одиниці об'єму тіла.

У разі одновісного пружного навантаження, питома робота, а отже, збільшення питомої внутрішньої енергії тіла, наближено (без урахування ефекту Пуассона) становитиме

$$\Delta W(\sigma) = \int_0^{\sigma} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6)$$

де ε – відносно пружна деформація тіла.

З формули (5) випливає, що зміна величини питомої теплової енергії тіла під час навантаження становитиме

$$\Delta Q(\sigma) = C\Delta T = -\alpha T\sigma. \quad (7)$$

Дослідження динаміки взаємодії температури та внутрішніх напружень під час деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини показали [4], що саме відставання зміни локальної температури у зоні руйнування від зміни локального внутрішнього напруження у цій зоні, призводить до періодичного виробництва ентропії, та у кінцевому підсумку до руйнування.

Основний вислів. Процес циклічного деформування можна розглядати як екзотермічну реакцію. Якщо екзотермічна реакція йде в ізольованій системі, тобто без обміну теплоти з навколишнім середовищем (адіабатичний процес), то з часом, очевидно, буде спостерігатися зростання температури. Інтенсивність цього зростання залежить як від кінетичних параметрів (константа швидкості), так і від термодинамічних властивостей системи (тепловий ефект реакції, теплоємність).

Пружність полімерних матеріалів, до яких належить деревина, має нерівноважний характер, тобто під час циклічного навантаження відбуваються механічні втрати, що зумовлюють тепловиділення в активаційному об'ємі зразка, що деформується, тобто його саморозігрів. Розігрів композиту під дією циклічного навантаження можна розглядати як процес конкуренції між впливом температури на теплоприхід у процесі деформування, $Q^+(T)$ та тепловідвід у навколишнє середовище $Q^-(T)$.

Враховуючи також перехресний вплив прийнятих до уваги ефектів, а саме розширення тіла під час нагрівання та ефект виділення тепла під час деформування, отримаємо [5]

$$\rho C_p \frac{dT(t)}{dt} = Q^+(T) - Q^-(T), Q^+(T) = Q_1^+(T) + Q_2^+(T), \quad (8)$$

$$Q_1^+(T) = \alpha(T - T_0)\sigma, Q_2^+(T) = \varepsilon\sigma / 2, Q^-(T) = \frac{hS}{V_A}(T - T_0), \quad (9)$$

де: ρ – щільність, кг/м³; C_p – питома теплоємність, Дж/(кгК); $Q_1^+(T)$ – тепловий ефект при періодичному стисканні тіла в процесі циклічного навантаження, Дж/моль; $Q_2^+(T)$ – тепловий еквівалент роботи деформації, Дж/моль; α – коефіцієнт лінійного температурного розширення, К⁻¹; h – коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м²К); S – площа поверхні зразка, м²; V_A – активаційний об'єм зразка, м³; T_0 – температура термостата у момент $t = 0$, °К;

Динамічну модель, яка описує еволюцію поведінки деревини в часі під час циклічного навантаження наведено у вигляді системи диференціальних рівнянь, що враховують взаємний вплив температури, напруження та деформації у термоактиваційній зоні:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \alpha(T - T_0)\sigma + \beta \frac{1}{2}\sigma\varepsilon - \gamma(T - T_0); \\ \frac{d\sigma}{dt} = \varepsilon E + \alpha(T - T_0)E - (\sigma - Y); \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \alpha(T - T_0) - \frac{\sigma - Y}{E}; \\ \frac{dY}{dt} = \sigma_0 \sin(2\pi f x); \\ \frac{dx}{dt} = \delta, \end{cases} \quad (10)$$

де: $\gamma = \frac{hS}{\rho C_p V_A}$ – коефіцієнт пропорційності, що враховує особливості теплопередачі [5]; $\beta = (\rho C_p V_A)^{-1}$ – коефіцієнт пропорційності, що залежить від питомої теплоємності матеріалу C_p , його щільності ρ та активаційного об'єму V_A .

Результати машинного експерименту. Об'єктом дослідження було прийнято вільху. Характеристики матеріалу: модуль пружності $E = 6810$ МПа, межа міцності при згині $[\sigma] = 83,4$ МПа, щільність $\rho = 750$ кг/м³, $\alpha = 0,00006$ К⁻¹, $C_p = 2,39$ КДж/(кгК), $V_A = 5,57 \cdot 10^{-6}$ м³; $S = 1,89 \cdot 10^{-3}$ м²; $h = 0,0093$ Вт/(м²К); $\beta = 100,15$ К/Дж; $\gamma = 0,0018$ Вт/(м³К). Початкові умови: $t_0 = 0$; $T_0 = 300$ К; $\sigma_0 = 5$ МПа; $\varepsilon_0 = \sigma_0/E$; $\delta = 1$; частота коливань $f = 0,32$ Гц; кругова частота $\omega = 2\pi f = 2$.

Форму циклу навантаження згідно з початковими умовами показано на рис. 1.

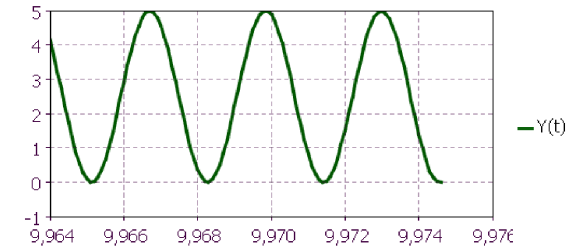


Рис. 1. Форма циклічних коливань параметра $Y(t)$ (максимальних локальних внутрішніх напружень) при заданих початкових умовах у режимі безперервного часу

Розв'язання системи (10) методом Рунге-Кутта четвертого порядку показано на рис. 2-4 у вигляді фазових траєкторій у режимі безперервного часу, що дає змогу простежити еволюцію системи.

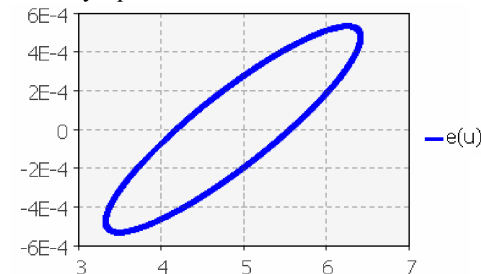


Рис. 2. Фазова діаграма залежності деформацій $e(u)$ від діючих внутрішніх напружень у режимі сталого граничного циклу, аттрактора

Діаграма роботи (гістерезисний еліпс, $e(u)$ – залежність деформації від напруження), наведена на рис. 2, відображає постійні витрати внутрішньої енергії у процесі періодичного деформування. Динаміка процесу протікає із відставанням деформації та температури від напруження. Причому частоти коливань всіх трьох параметрів (напруження, деформації та температури) у процесі еволюції системи стають рівними частоті вимушених коливань.

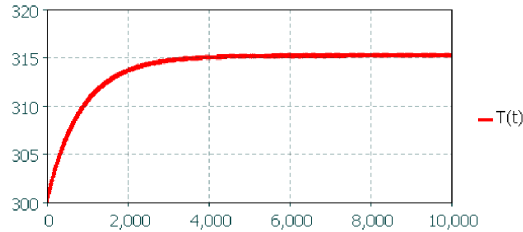


Рис. 3. Підвищення середньої температури $T(t)$ залежно від кількості циклів навантаження (динамічна модель)

У початковий момент еволюції, під дією циклічного навантаження середня температура $T(t)$ в активаційній зоні починає швидко підвищуватися (див. рис. 3). Надалі вона стабілізується та приймає величину, що залежить від фізичних властивостей системи та параметрів навантаження.



Рис. 4. Фазова діаграма залежності коливань температури $T(u)$ біля середньої температури від коливань напруженні у стаціонарному стані, аттрактора

Як можна бачити із рис 2, 4, еволюція динамічної системи привела її в область сталого граничного циклу, аттрактора, в якому величини всіх внутрішніх параметрів (напруження, деформація та температура), що описують її поведінку, змінюються циклічно, та коливаються біля своїх середніх величин.

При цьому, внаслідок зсуву фаз між напруженням та деформацією, робота пружних сил призводить до дисипації вільної енергії, виробленню теплоти та ентропії. У цьому стані теплоприхід дорівнює тепловідводу, що дає змогу системі перебувати у стаціонарному стані. При цьому прихід енергії ззовні системи дорівнює її витраті всередині.

Висновки. Побудовано нелінійну динамічну модель втомного руйнування деревини та композиційних матеріалів на її основі.

Особливість отриманого рішення полягає в тому, що у процесі зміни нелінійна динамічна система поступово переходить у новий стаціонарний стан. У цьому новому стаціонарному стані відбувається дисипація внутрішньої енергії,

тобто система поступово деградує. Перехід до іншого режиму, режиму із загостренням, відбудеться у момент, коли ресурс довговічності системи буде вичерпано. У разі дії постійного навантаження, для ламінованих стружкових плит, ресурс довговічності або критерій життєвого циклу (КЖЦ), запропоновано у вигляді інтегральної характеристики, що об'єднує здатність ламінованих стружкових плит чинити опір зовнішнім силовим і температурним впливам [6]:

$$\int_{T_1}^{T_2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \left(10^{\lg \tau_m} \exp \left((U_0 - \gamma \sigma) \frac{T^{-1} - T_m^{-1}}{R} \right) \right) d\sigma dT = 8,147 \cdot 10^9 \text{ МДжКс}.$$

У разі втомного руйнування, інтегральний критерій життєвого циклу (загальний ресурс довговічності системи) повинен враховувати поступову деградацію матеріалу і містити дисипативну функцію процесу.

Література

1. Бойко Л.М. Довговічність личкованих стружкових плит у конструкціях меблів : монографія / Л.М. Бойко, І.Г. Грабар, С.М. Кульман. – К. : Вид-во "Освіта України", 2013. – 210 с.
2. Кульман С.М. Нелінійні ефекти деформування і руйнування композиційних матеріалів на основі деревини / С.М. Кульман // Науковий вісник НУБіП України : зб. наук. праць. – Сер.: Лісівництво та декоративне садівництво. – К. : Вид-во НУБіП України. – 2011. – Вип. 164, ч. 1. – С. 250-255.
3. Кульман С.М. Кінетика тривалої міцності композиційних матеріалів на основі деревини / С.М. Кульман // Збірник наук праць Подільського державного аграрно-технічного університету. – Спец. вип. до VI наук.-практ. конф. "Сучасні проблеми збалансованого природокористування". – Кам'янець-Подільський : Вид-во ПДАТУ, 2011. – С. 196-206.
4. Кульман С.М. Нелінійна динамічна модель деформування та руйнування композиційних матеріалів на основі деревини / С.М. Кульман // Науковий вісник НУБіП України : зб. наук. праць. – Сер.: Лісівництво та декоративне садівництво. – К. : Вид-во НУБіП України. – 2013. – Вип. 185, ч. 2. – С. 312-319.
5. Петров В.А. Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов / В.А. Петров, А.Я. Башкарев, В.И. Веттерген. – СПб. : Изд-во "Политехника", 1993. – 475 с.
6. Кульман С.М. Критерій життєвого циклу стружкових плит на основі деревини / Л.М. Бойко // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2013. – Вип. 23.12. – С. 185-191.

Кульман С.Н. Модель усталостного руйнування деревини і матеріалів на її основі

Перекрестное влияние эффекта термического расширения и эффекта термоупругости в поле внешних силовых циклических нагрузок приводит к возникновению автоколебаний динамической системы, и переводит систему в область устойчивого предельного цикла, аттрактора. Приведены данные исследований температурно-силовых механизмов нелинейной динамики деформирования и разрушения композиционных материалов на основе древесины и расчеты машинного эксперимента.

Приведено описання еволюції динамічної системи в виді упрутого деформованого тела от положения равновесия до аттрактора, который описывает новое стационарное состояние, в котором происходит деградация материала и разрушение.

Ключевые слова: композиционные материалы, долговечность, жизненный цикл.

Kulman S.M. The Model of Fatigue Wood Fracture and Wood Composite Materials

Cross-impact effect of thermal expansion and thermoelastic effects in the field of external force cyclic loading leads to self-oscillation dynamic system, and puts the system in a stable boundary cycle attractor. Some research data on temperature and power mechanisms of nonlinear dynamics of deformation and fracture of wood composite materials calculations and

experiment machine is presented. The description of the evolution of a dynamical system in the form of elastic deformed body from the equilibrium to the attractor describing the new steady state, in which the degradation of the material to fracture occurs, is made.

Key words: composite materials, durability, life cycle, fatigue.

УДК 004.3:621.319.5

Доц. В.І. Отенко, канд. техн. наук;

доц. О.І. Гарасимчук, канд. техн. наук; доц. І.М. Журавель, канд. техн. наук;

асист. Ю.М. Костів, канд. техн. наук; студ. А.Ю. Пастух –
НУ "Львівська політехніка"

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СТРУКТУРНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ГЕНЕРАТОРА ДЖІФФІ

Представлено результати дослідження генератора Джіффі за різної кількості базових генераторів на основі регістрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком і різного степеня їх поліномів, що проведено з використанням статистичних тестів NIST. Важливе значення серед генераторів псевдовипадкових послідовностей займає генератор Джіффі, проте його якісні характеристики є малодослідженими. Отримані результати дають змогу оптимізувати параметри генератора за заданих параметрах вихідної імпульсної послідовності. Наведено принципи оптимізації параметрів структурних елементів генератора Джіффі. Якість такої оптимізації підтверджена пакетом статистичних тестів NIST STS.

Ключові слова: генератор псевдовипадкових чисел, статистичні характеристики, генератор Джіффі.

Постановка проблеми. В умовах стрімкого розвитку інформаційних технологій значно розширюється сфера застосування генераторів випадкових і псевдовипадкових послідовностей (ГПВП). На сьогодні існує чимало різноманітних методів і принципів генерування псевдовипадкових послідовностей, кожен з яких має свої переваги та недоліки [1-5]. Важливе значення серед генераторів псевдовипадкових послідовностей займає генератор Джіффі, проте його якісні характеристики є малодослідженими. Тому виникає задача, що полягає у покращенні характеристик генератора Джіффі з метою отримання на його виході послідовностей, що прямо чи опосередковано можна було б застосовувати у вирішенні задач захисту інформації.

Для того, щоб робити висновок про можливість застосування того чи іншого генератора псевдовипадкової послідовності для вирішення конкретних задач, потрібно виконати оцінювання його якості та надійності. Проведення тестування генераторів, особливо тих, що використовуються в системах захисту інформації (зокрема криптографічних додатках), є актуальною теоретичною та практичною задачею. На сьогодні, для тестування псевдовипадкових послідовностей використовують велику кількість різноманітних графічних та оціночних тестів. Також розроблено кілька програмних продуктів, що містять комплекси тестів для перевірки різних статистичних властивостей псевдовипадкових послідовностей, найвідомішим серед таких продуктів є набір статистичних тестів NIST STS [6, 7].

Мета роботи – використовуючи набір статистичних тестів NIST STS визначити оптимальні параметри структурних елементів генератора Джіффі шляхом зміни принципів побудови його базових генераторів.

Виклад основного матеріалу. Генератор Джіффі забезпечує перемішування двох послідовностей x_1 та x_2 з виходів двох генераторів М-послідовностей, які ще називають генераторами на основі регістрів зсуву з лінійними зворотніми зв'язками (LFSR) шляхом керування послідовністю з виходу LFSR 3. Це перемішування здійснюється згідно з функцією

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1 \bar{x}_3 + x_2 x_3 = x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3, \quad (1)$$

яка може бути реалізована за допомогою мультиплексора 2→1 (рис. 1) [1].

Генератори М-послідовностей, що є базовими для генератора Джіффі, можуть реалізовуватися різними способами, згідно з рівнянням

$$Q(t+1) = T \cdot Q(t), \quad (2)$$

де: $Q(t)$ і $Q(t+1)$ – стани регістра генератора в моменти часу t і $t+1$ відповідно (до і після приходу синхроімпульсу); T – квадратна матриця порядку N , де N – степінь примітивного полінома. Тому прийнято рішення за допомогою статистичних тестів та шляхом зміни степеня r (а отже, зміни структури самого генератора) визначити, як це впливатиме на якість вихідної псевдовипадкової послідовності з генератора Джіффі.

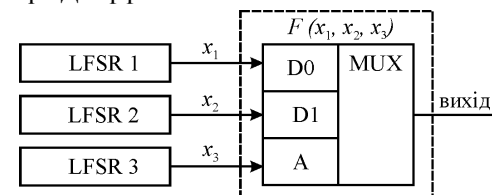


Рис. 1. Генератор Джіффі

Для дослідження якості обирали базові генератори М-послідовностей не тільки з різними степенями твірного поліному, але також змінювали степінь r , до якого підноситься матриця T .

Оцінювання вихідних послідовностей з генератора виконували за допомогою пакету статистичних тестів NIST STS. Результати аналогічних оцінювань генератора Джіффі, на цей час, в літературі відсутні. Для отримання послідовностей з такого генератора розроблено його імітаційні моделі на мові Delphi, що дають змогу одержувати вихідні послідовності залежно від зміни параметрів. Набір тестів NIST STS містить 15 статистичних тестів, розроблених для перевірки гіпотези про випадковість двійкових послідовностей довільної довжини, що генеруються ГПВП [6].

Тест вважається пройденим, коли ймовірність проходження тесту P потрапить у межі від 0,98 до 1,00. Якщо ж ймовірність P буде знаходитись нижче 0,98, вважається, що тест не пройдено. За отриманими результатами будемо статистичний портрет генераторів, який складається з матриці розміром $m \times q$, де m – кількість двійкових послідовностей, які перевіряють, а q – кількість статистичних тестів, які використовуються для тестування кожної послідовності. Кінцеве рішення про випадковість послідовності приймається за результатами сукупності усіх тестів [7].