



Р. Р. Курка

Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ ПОЛІВ НАПРУЖЕНЬ У ВИСУШУВАНИХ ПИЛОМАТЕРІАЛАХ

Розв'язування складної задачі ідентифікації напруженого стану деревини у процесі сушіння потребує розроблення математичного апарату, адаптованого до особливостей наявних технічних засобів вимірювання і контролю. Встановлено, що більшість авторів опублікованих наукових досліджень із цієї тематики не розглядають питання практичного застосування описаних ними фізико-математичних моделей. Водночас пропонувані аналітичні залежності дають змогу приблизно оцінити розподіл та встановити деякі взаємозв'язки основних параметрів, які описують напружено-деформівний стан висушуваної деревини, для зразків із відомими реологічними характеристиками, що обмежує їх використання тільки теоретичним прогнозуванням. З'ясовано, що регресійні моделі, розроблені для аналізу міцнісних характеристик заданої породи деревини за певних визначених температурно-вологісних умов, мало придатні для оцінювання розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах. На підставі аналізу сучасних публікацій, в яких розглядають широке різноманіття аналітичних рівнянь і числових експериментів, з'ясовано доцільність застосування одномірної моделі для опису механізмів виникнення вологісних і залишкових напружень у процесі сушіння деревини. Побудовано узагальнену фізико-математичну модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах для періоду регулярного режиму. Встановлено деяку невідповідність результатів, обчислених за допомогою моделей на підставі критеріальних рівнянь, та даних, отриманих внаслідок тривалих експериментальних досліджень. Запропоновано спосіб модифікації синтезованих аналітичних залежностей шляхом використання відношень критеріальних функцій, що дасть змогу встановити характер розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах з плином часу та деякою мірою компенсувати похибки моделювання для тривалих досліджень. Розроблено нову методику застосування елементів теорії гіллястих ланцюгових дробів для перетворення відношень вологісних напружень, що в подальшому може забезпечити математичне підґрунтя для імплементації засобів контролю напруженого стану деревини у процес керування її сушінням.

Ключові слова: математична модель; вологообмін; вологоперенесення; критерій Фур'є; гіллясті ланцюгові дробі.

Вступ / Introduction

Одним із перспективних напрямів удосконалення технологій сушіння деревини є використання інформації про її напружений стан. Зважаючи на доволі обмежену кількість наявних на ринку технічних засобів контролю, які можуть дати інформацію про напруження і деформації в перерізі висушуваних пиломатеріалів, їх практичне використання мізерне. Це спричинено недосконалістю наявних фізико-математичних моделей, які описують взаємозв'язки вологісного і напруженого стану деревини, та складністю їх застосування за реальних умов. Більшість запропонованих аналітичних залежностей дають змогу оцінити розподіл напружень та взаємозв'язок основних параметрів, що описують напружено-деформівний стан висушуваних пиломатеріалів із відомими реологічними характеристиками. Однак, практичне застосування отриманої інформації обмежене лабораторними дослідженнями і мало придатне для впровадження в сучасні системи автоматичного керування процесом сушіння деревини.

Тому актуальним завданням сучасних досліджень є

розроблення адаптованих фізико-математичних моделей та розрахункових залежностей на їх основі, які дадуть змогу оцінювати особливості поведінки полів напружень у висушуваних пиломатеріалах. Основна їх відмінність від раніше пропонуваних підходів – можливість передбачення характеру зміни напруженого стану деревини на підставі аналізу сигналів про її поточний стан, отриманих за допомогою технічних засобів контролю. Це дає змогу змінити спосіб застосування фізико-математичної моделі із засобу оцінювання якості перебігу процесу на засіб раціонального керування ним. Водночас синтез нового математичного апарату потрібно проводити із врахуванням можливостей наявних та перспективних технічних засобів визначення напруженого стану висушуваних пиломатеріалів. Це забезпечить можливість подальшої інтеграції розроблених залежностей у сучасні системи керування процесом сушіння.

Об'єкт дослідження – розвиток полів напружень у висушуваних пиломатеріалах.

Предмет дослідження – аналітичні залежності для моделювання закономірностей розвитку полів напру-

Інформація про автора:

Роман Романович Курка, аспірант, асистент, кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

Email: roman.kurka@nltu.edu.ua; <https://orcid.org/0000-0003-3057-1413>

Цитування за ДСТУ: Курка Р. Р. Математичне моделювання розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах. Науковий вісник НЛТУ України. 2025, т. 35, № 6. С. 33–40.

Citation APA: Kurka, R. R. (2025). Mathematical modeling of the development of stress fields in dried wood. *Scientific Bulletin of UNFU*, 35(6), 33–40. <https://doi.org/10.36930/40350604>

жень у висушуваних пиломатеріалах, які дадуть змогу передбачати характер їх поведінки задля коригування наявних стратегій керування процесом сушіння.

Мета роботи – синтезувати адаптовану фізико-математичну модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах, що дасть змогу запропонувати спосіб її модифікації елементами теорії гіллястих ланцюгових дробів для реалізації можливості подальшого практичного застосування отриманих результатів у технологічному процесі сушіння деревини.

Для досягання зазначеної мети визначено такі основні завдання дослідження:

- проаналізувати літературні джерела про наявні аналітичні залежності для аналізу розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах, що дасть змогу запропонувати нові раціональні підходи до прийняття рішень про хід процесу сушіння деревини;
- розробити фізико-математичну модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах на базі критеріальних рівнянь, що дасть змогу оцінити вологісні та залишкові напруження та їх зміну в часі для довільної визначеної координати у перерізі зразка;
- застосувати теорію гіллястих ланцюгових дробів як спосіб удосконалення синтезованої моделі, що дасть можливість встановити характер розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах з плином часу та створить математичне підґрунтя для подальшої імплементації засобів контролю напруженого стану деревини у процес керування її сушінням.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Незважаючи на швидкий розвиток обчислювальних можливостей систем керування процесом сушіння деревини більшість із них використовують загальновідомий принцип функціонування, що полягає у застосуванні двох контурів зворотного зв'язку. Внутрішній контур, який можна вважати автоматичним, забезпечує підтримку вологості та температури у сушарці на заданих рівнях. Зовнішній контур, який безпосередньо визначає стратегію сушіння, досі залишається фактично ручним. Для нього оператор задає умови зміни налаштувань на підставі вимірюваного вмісту вологи в деревині, тривалості перебігу процесу, власного досвіду та емпірично отриманих результатів тривалих експериментів, які мають узагальнену назву – режими сушіння. Їх удосконалення та поліпшення потребує побудови аналітичних та числових моделей, які дадуть можливість автоматизувати, хоча б частково, прийняття рішень у зовнішньому контурі регулювання.

У роботі [12] дослідники розробили спосіб керування технологічним процесом сушіння деревини за допомогою числового розрахунку напружень, які у ній виникають. Одновимірною в'язко-пружною моделлю, яку запропонували автори, адекватно прогнозує параметри напруженого стану, що існують у процесі сушіння: вологісні та залишкові напруження, деформації та межі міцності на розрив. Вони дають змогу оптимізувати сушіння деревини залежно від фактичних параметрів її початкового стану. Проте зазначено, що використання отриманих аналітичних рівнянь за реальних умов можливо виправдати тільки для довготривалого сушіння. Це зумовлено складністю пропонованої математичної апаратури та людським фактором, який все одно присутній у процесі його застосування. Для верифікації працездатності моделі застосовано метод силових секцій. Використання інкрементного підходу до вирішення

гістерезисної в'язко-пружної моделі дає змогу модифікувати її властивості на кожному часовому проміжку та регулювати їх відповідно до вологості та температури деревини згідно з пропонованими емпіричними залежностями.

У роботі [6] науковці висвітлили результати числового експерименту за допомогою математичного апарату скінченних елементів для запропонованої моделі тепломасообміну у висушуваному зразку деревини побудованій на підставі системи диференціальних рівнянь. Метою дослідження було проаналізувати гігромеханічні ефекти, що виникають під час сушіння деревини. Автори застосовували припущення, що тепломасообмін створює напруження та деформації в деревині. Водночас сам розвиток цих факторів не має зворотного впливу на процес, що їх ініціює. Це дало змогу розділити дослідження на два окремі етапи. В обох етапах чисельні методи базувалися на скінченних елементах для просторової дискретизації та окремих оригінальних методах часової дискретизації. Початкова аналітична модель, яку запропонували автори, модифікована для урахування гігроскопічності матеріалу. Отже, було отримано профілі температури і вологості в кожній точці сітки скінченних елементів у різні періоди процесу сушіння деревини. Отримані розподіли вологості у перерізі було використано для побудови механіко-сорбційної моделі. Автори розробили чисельний інструмент для аналізу напружень і деформацій деревини, спричинених сушінням. Відсутність чисельних значень механіко-сорбційних констант виявилася основним обмеженням для практичного використання отриманих результатів дослідження.

У роботі [11] наведено спрощену математичну модель, яка дає змогу оцінити розподіл вологості у висушуваній деревині під час періодів постійної та змінної швидкості сушіння. Авторам вдалось чисельно оцінити напруження, що виникають з моменту, коли вологість на поверхні тіла досягає точки насичення волокон. Для спрощення математичного опису у пропонованій одновимірній моделі запропоновано застосувати зразки у вигляді циліндричного диска із ізольованими плоскими поверхнями. Деревину досліджують у двох випадках – як пружний та в'язко-пружний матеріал. Верифікацію параметрів, отриманих за допомогою запропонованої моделі, здійснено із використанням методу акустичної емісії. Чисельно оцінені напруження, спричинені сушінням, порівнюються з кількістю акустичних сигналів та їх енергією, що контролюються в режимі онлайн. Автори стверджують, що посилене випромінювання акустичних сигналів відбувається в ті моменти, коли напруження, спричинені сушінням, наближаються до свого максимуму.

У роботі [15] автори розглядають одновимірну модель, в якій для визначення напружень під час сушіння соснових пиломатеріалів враховано усадку під впливом вологи, взаємозв'язок напружень і деформацій, механо-сорбційну повзучість, повзучість під впливом часу та деякі температурні ефекти. Запропонована модель дає змогу прогнозувати механізм розвитку і зняття напружень у циклі сушіння. Зазначено, що застосування запропонованої моделі можливе тільки після кількісного визначення необхідних механічних і реологічних властивостей деревини. Побудову моделі здійснено на підставі результатів експериментального сушіння зразків виз-

наченого розміру. У процесі експерименту вимірювалися температура деревини, градієнт вологості та контролювались залишкові напруження по товщині дошки методом силових секцій. Автори декларують можливість застосування запропонованої моделі для визначення градієнта вологості та розподілу температурних профілів у реальному процесі сушіння пиломатеріалів. Відповідно, вона покликана тільки відображати фактичний процес розвитку та зняття напружень задля вдосконалення режимів сушіння деревини.

У роботі [8] висвітлено результати експериментального дослідження процесу сушіння деревини, заготовленої у вигляді дисків. Запропоновано три фізико-математичні моделі для прогнозування напружень під час сушіння, що дають можливість передбачати утворення тріщин у циліндричних ортотропних деревинних матеріалах з радіальними варіаціями властивостей. Результати досліджень показали нелінійний характер розвитку напружень у процесі зменшення вологості через механо-сорбційні ефекти. Встановлено, що підвищення ортотропних властивостей деревинних дисків спричиняють значні деформації у процесі їх сушіння. Унаслідок порівняння даних, отриманих під час числового експерименту, із розробленими моделями визначено залежність умов появи тріщин та їх характеру від радіального розподілу вологості в перерізі диска. Використовуючи отримані математичні моделі, автори декларують можливість передбачити деформацію та напруження, що виникають у межах деревного диска, який вони вважають циліндрично-ортотропним та радіально неоднорідним матеріалом. Також встановлено факт виникнення максимальних напружень на ранній стадії сушіння. Тому мінливість властивостей деревини в межах одного дерева і між окремими деревами може спричинити досить велику різницю в їх поведінці під час сушіння. Автори наголошують на необхідності визначення радіального розподілу реологічних параметрів для конкретної породи деревини, що дасть змогу точніше прогнозувати її напружений стан.

Проведений аналіз останніх досліджень та публікацій доводить, що результати, які отримали автори, дають можливість тільки приблизно оцінити розподіл та встановити деякі взаємозв'язки основних параметрів, які описують напружено-деформівний стан висушуваної деревини, для зразків із відомими реологічними характеристиками, що обмежує їх використання тільки теоретичним прогнозуванням. Про практичне застосування розроблених аналітичних залежностей відомостей немає. На підставі проведеного аналізу встановлено доцільність побудови адаптованої одномірної моделі для опису механізмів виникнення вологісних і залишкових напружень у процесі сушіння деревини, яка реалізує подальшу можливість оброблення даних від засобів технологічного контролю напруженого стану висушуваних пиломатеріалів.

Матеріали та методи дослідження. Систематизацію досліджуваної проблеми виконано на підставі осмислення теоретичних першоджерел щодо теорії явищ тепломасоперенесення та їх застосування для аналізу напружено-деформівного стану у висушуваній деревині. Теоретичний аналіз способів використання критеріальних рівнянь застосовано для синтезу аналітичних залежностей щодо закономірностей розвитку полів нап-

ружень у висушуваних пиломатеріалах. Удосконалення синтезованої фізико-математичної моделі здійснено із застосуванням теорії гіллястих ланцюгових дробів.

Результати дослідження та їх обговорення / Research results and their discussion

Усадкові деформації є неодмінною ознакою процесів сушіння деревини [3]. Водночас, нерівномірний розподіл гігроскопічної вологи спричиняє усадкові напруження [24]. Розглядаючи обидва фактори як вхідні та вихідні параметри відповідно, можна синтезувати аналітичні залежності для опису напружено-деформівного стану деревини з нерівномірним розподілом гігроскопічної вологи.

Рівняння Вольтери-Больцмана відображають напружено-деформівний стан деревини у лінійній, в'язкопружній області деформування [16]. Окресливши область гігроскопічної вологи у матеріалі, за їх допомогою, ми можемо оцінити рівень усадкових напружень у деревині. Це дасть змогу аналізувати стан деревини за заданих температурно-вологісних умов сушіння.

Розглянемо одномірний випадок аналізу напружено-деформівного стану деревини у процесі сушіння із врахуванням її реологічних властивостей. Зразок деревини розглядають як пластину із симетрією відносно центральної площини і одномірним розподілом вологовмісту за товщиною $U(t, y)$.

За допомогою гіпотези тонких перерізів пластину можна представити у вигляді нескінченних тонких шарів [7]. Форма і розміри пластини визначаються кривою розподілу вологовмісту за умови не взаємозв'язаного деформування шарів. Всихання $(l(t) - l_0(t))$ прямо пропорційне вологовмісту U кожного шару [20]:

$$l(t) - l_0(t) = \beta U(t, y) l_0, \quad (1)$$

де: β – коефіцієнт лінійного всихання, l_0 – лінійний розмір абсолютно сухої деревинної пластини.

Зміна лінійних розмірів нескінченних шарів $l(t)$ пластини у процесі сушіння за умов формостійкості є однаковою і відповідає середньому вологовмісту $\bar{U}$ [20], а саме

$$l_{cp}(t) - l_0 = \beta \bar{U}(t) l_0. \quad (2)$$

Усадка дорівнює різниці між довжиною шару у вільному стані (1) і дійсною довжиною:

$$l(t, y) - l_{cp}(t) = \beta l_0 (U(t, y) - \bar{U}(t)). \quad (3)$$

Величина різниці між довжиною шару у вільному стані і дійсною довжиною $(l(t, y) - l_{cp}(t))$ зумовлює появу напружено-деформівного стану і зумовлює нормальні напруження [21]. Для центральних шарів $l(t) > l_{cp}$ існує напруження стискання, а у поверхневих шарах $l(t) < l_{cp}$ – розтягувальні напруження. Також варто зазначити, що напруження, зумовлені всиханням пластини, дорівнюють нулеві, коли вологовміст шару дорівнює середньому вологовмісту.

Виходячи із положень взаємозв'язку деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів згідно з рівнянням Вольтери-Больцмана, напруження у в'язкопружному середовищі (у деревині) з координатою y в будь-який момент часу t опишемо співвідношенням [16], а саме

$$\sigma(t, y) = E(t, y) \left(\frac{l(t, y) - l_{cp}(t)}{l_{\Pi}} - \int_0^t \frac{l(t, y) - l_{cp}(t)}{l_{\Pi}} R(t - \tau, y) d\tau \right), \quad (4)$$

де: $E(t, y)$, $R(t-\tau, y)$ – відповідно модуль пружності і функція релаксації, які залежать від застосованого температурно-вологісного режиму; l_n – лінійний розмір деревини на початку процесу сушіння.

Рівняння (4) із врахуванням співвідношень (2) і (3) запишемо у вигляді

$$\sigma(t, y) = \frac{E(t, y)}{1 + \beta_{II} U_0} (\beta(\tau, y) (U(t, y) - \bar{U}(t)) - \int_0^t \beta(\tau, y) R(t - \tau, y) (U(t, y) - \bar{U}(t)) d\tau), \quad (5)$$

де U_0 , β_{II} – відповідно вологовміст і коефіцієнт лінійного всихання на початку процесу сушіння.

Для зручності подальшого аналізу введемо такі позначення [10]:

$$\sigma_a(t, y) = \frac{E(t, y)}{1 + \beta_{II} U_0} \beta(\tau, y) (U(t, y) - \bar{U}(t)), \quad (6)$$

$$\sigma_s(t, y) = - \frac{E(t, y)}{1 + \beta_{II} U_0} \int_0^t \beta(\tau, y) R(t - \tau, y) (U(t, y) - \bar{U}(t)) d\tau. \quad (7)$$

Тоді повні усадкові напруження можна подати у вигляді алгебраїчної суми двох складових, протилежних за знаком:

$$\sigma(t, y) = \sigma_a(t, y) - \sigma_s(t, y). \quad (8)$$

Складова $\sigma_a(t, y)$ у рівнянні (6) зумовлена пружними властивостями матеріалу. Напруження $\sigma_a(t, y)$ в момент закінчення процесу сушіння t' досягають величини $\sigma_a(t', y)$ та залишаються незмінними $t > t'$. $\sigma_a(t, y) = \sigma_a(t', y) = \text{const}$. За умови вирівнювання вологості за товщиною матеріалу після t' вологовміст $U(t, y) = \bar{U}(t', y)$ наближається до середнього вологовмісту $\bar{U}(t) = \bar{U}(t')$ і складова напружень $\sigma_a(t, y)$ зникає.

Складова $\sigma_s(t, y)$ зумовлена в'язкими властивостями висушуваного матеріалу залежить від розвитку величини $U(t, y) - \bar{U}(t)$ у процесі зміни параметрів агента сушіння. Вирівнювання вологості в перерізі матеріалу після припинення процесу сушіння залишає напруження $\sigma_s(t, y) \neq 0$ рівні $\sigma_s(t', y)$.

Складову $\sigma_s(t, y)$ повних напружень $\sigma(t, y)$ називають залишковими напруженнями, а складову $\sigma_a(t, y)$ – вологісними.

Характер режиму зміни вологовмісту в заданій координаті перерізу деревини визначають за критерієм Фур'є [18]:

$$F_0 = \frac{a_m t}{b^2},$$

де: a_m – коефіцієнт вологоперенесення; b – координата вимірювання; t – тривалість процесу.

Використовуючи його для деревини із наперед визначеними характеристиками, на підставі залежностей (6)-(8) можна аналізувати поведінку вологісних і залишкових напружень.

Узагальнена фізико-математична модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах для періоду регулярного режиму ($F_0 > 0,2$) має вигляд [22]

$$\sigma_a(t, y) = \frac{E(t, y)}{1 + \beta_{II} U_0} \beta(t, y) (U(t, y) - \bar{U}(t)); \quad (9)$$

$$\sigma_s(t, y) = \frac{E(t, y)}{1 + \beta_{II} U_0} \int_0^t \beta(t, y) R(t - \tau, y) (U(\tau, y) - \bar{U}(\tau)) d\tau,$$

де: $\sigma_a(t, y)$ – вологісні напруження; $\sigma_s(t, y)$ – залишкові напруження; t – тривалість процесу конвективного сушіння деревини; y – координата; $E(t, y)$ – модуль Юнга

(модуль пружності першого роду або модуль пружності під час розтягу); $\beta(t, y)$ – коефіцієнт усадки; β_{II} – початковий коефіцієнт усадки; $R(t-\tau, y)$ – ядро релаксації; U_0 – початковий вологовміст; $\bar{U}(t)$ – середній вологовміст; $U(t, y)$ – поточне значення вологовмісту в точці y .

Різницю поточного значення та середнього вологовмісту можна визначити так [9, 20]:

$$U(t, y) - \bar{U}(t) = \left[(U_{\text{пш}} - U_p) - \frac{2}{Bi} (U_{\text{цш}} - U_{\text{пш}}) \right] A_1 \cos\left(\mu_1 \frac{y}{b}\right) e^{-\mu_1^2 F_0} + 2(U_{\text{цш}} - U_{\text{пш}}) \frac{A_1}{\mu_1^2} \cos\left(\mu_1 \frac{y}{b}\right) e^{-\mu_1^2 F_0} - Bi \left[(U_{\text{пш}} - U_p) - \frac{2}{Bi} (U_{\text{цш}} - U_{\text{пш}}) \right] \frac{A_1}{\mu_1^2} \cos(\mu_1^2) e^{-\mu_1^2 F_0} - 2Bi (U_{\text{цш}} - U_{\text{пш}}) \frac{A_1}{\mu_1^4} \cos(\mu_1^2) e^{-\mu_1^2 F_0},$$

де: $\bar{U}(t)$ – середній вологовміст; $U(t, y)$ – поточне значення вологовмісту в точці y ; $U_{\text{пш}}$ – вологовміст на поверхні дошки; $U_{\text{цш}}$ – вологовміст у центральному шарі дошки; U_p – рівноважний вологовміст; Bi – критерій Біо; A_1 , μ_1 – характеристичні коефіцієнти; F_0 – критерій Фур'є.

Характеристичні коефіцієнти A_1 , μ_1 та критерій Біо Bi визначаються із низки наведених нижче виразів [14]:

$$A_1 = \frac{2 \sin(\mu_1)}{\mu_1 \sin(\mu_1) \cos(\mu_1)}; \quad \text{ctg}(\mu_1) = \frac{\mu_1}{Bi}; \quad Bi = \frac{\alpha b}{a_m},$$

де: α – коефіцієнт вологообміну; a_m – коефіцієнт вологоперенесення; b – координата вимірювання.

Синтезована фізико-математична модель (9) дає змогу отримати інформацію щодо розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах із заданими геометричними параметрами у контрольованих умовах на визначеному відріzkі часу. Однак, аналіз такого класу моделей, побудованих на підставі критерію Фур'є, показує, що зміна комбінацій початкових параметрів формує ряд невизначеностей та неточностей подання фізико-математичної моделі. Із збільшенням часового проміжку, на якому моделюється поведінка напружень, зростає середньоквадратичне відхилення отриманих результатів від емпірично отриманого набору даних реального експерименту [1].

Обмежені технічні можливості щодо верифікації результатів прогнозування розвитку напруженого стану за допомогою розробленої моделі у динамічному режимі потребують пошуку способу її удосконалення.

Загалом вологісний та напружений стан висушуваних пиломатеріалів перебуває у динамічній рівновазі за рахунок штучно створених умов перенесення вологи, які задаються режимами сушіння. Тому для практичного використання інформація, отримана на підставі запропонованої моделі про характер розвитку напружень, потребує постійного уточнення, зважаючи на прийняту практику зміни режиму сушіння деревини відповідно до її стану.

Вирішення цієї проблеми перебуває у площині переходу від отримання точних числових значень розвитку напружень до отримання узагальнених тенденцій поведінки напруженого стану деревини, яка в перспективі гарантуватиме її цілісність та якість.

Для цього визначимо деяку функцію $X_{\text{вол. нап.}}(b_1, b_2, t)$ для вологісних напружень, яка є відношенням двох на-

борів даних для рівняння (9). Значення координат вимірювання b_1, b_2 вибирають так $b_1 < b_2, b_1, b_2 \in (0; R)$.

Отже, запропоноване відношення вологісних напружень розраховують так:

$$X_{\text{вол. нап.}}(b_1, b_2, t) = \frac{\sigma_{2, b_2}(t, y)}{\sigma_{1, b_2}(t, y)}. \quad (10)$$

Відповідно для залишкових напружень функція набуває вигляду

$$\Sigma_{\text{залиш. нап.}}(b_1, b_2, t) = \frac{\sigma_{3, b_2}(t, y)}{\sigma_{3, b_1}(t, y)}. \quad (11)$$

Зрозуміло, що за відсутності градієнта вологості за товщиною висушуваного зразка та його повної однорідності, функції (10), (11) прямуватимуть до одиниці. Зважаючи на мінливість властивостей реальної деревини, їх значення буде характеризувати жорсткість режиму сушіння чи зволоження, яка визначатиме допустимі з погляду цілісності висушуваних зразків температурно-вологісні умови перебігу процесу.

Для подальшого практичного використання нової фізико-математичної моделі (10), (11) на підставі критеріальних рівнянь її компоненту (10) для вологісних напружень запропоновано модифікувати шляхом впровадження елементів теорії гіллястих ланцюгових дробів. Застосовуючи деякі математичні перетворення залежностей, що висвітлені у роботі [2], отримано систему двох рівнянь, яка описує характеристики поведінки розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах:

$$\begin{aligned} X_{\text{вол. нап.}}(b_1, b_2, t) = & \frac{A_{1,2} \left[U_1 - \left(\frac{2}{Bi_2} - \frac{2}{\mu_{1,2}^2} \right) U_2 \right]}{A_{1,1} \left[U_1 - \left(\frac{2}{Bi_1} - \frac{2}{\mu_{1,1}^2} \right) U_2 \right]} \times \frac{\cos\left(\mu_{1,2} \frac{R}{b_2}\right) - \frac{Bi_2}{\mu_{1,2}^2} \cos(\mu_{1,2}^2)}{\cos\left(\mu_{1,1} \frac{R}{b_1}\right) - \frac{Bi_1}{\mu_{1,1}^2} \cos(\mu_{1,1}^2)} \times \\ & \times \left(1 + \frac{2(-\mu_{1,2}^2 a_m t)}{2b_1^2 + \mu_{1,2}^2 a_m t + \frac{(-\mu_{1,2}^2 a_m t)^2}{6b_1^2 + \frac{(-\mu_{1,2}^2 a_m t)^2}{10b_1^2 + \frac{(-\mu_{1,2}^2 a_m t)^2}{14b_1^2 + X_{\text{зал.}}}}} \right) \times \\ & \times \left(1 + \frac{2\mu_{1,1}^2 a_m t}{2b_2^2 - \mu_{1,1}^2 a_m t + \frac{(\mu_{1,1}^2 a_m t)^2}{6b_2^2 + \frac{(\mu_{1,1}^2 a_m t)^2}{10b_2^2 + \frac{(\mu_{1,1}^2 a_m t)^2}{14b_2^2 + X_{\text{зал.}}}}} \right) \times \\ \Sigma_{\text{залиш. нап.}} = & \frac{A_{1,2} b_2^2 (E_T \tau_{\text{рел.}} a_m (-\mu_{1,1}^2) - b_1^2)}{A_{1,1} b_1^2 (E_T \tau_{\text{рел.}} a_m (-\mu_{1,2}^2) - b_2^2)} \left[U_1 - \left(\frac{2}{Bi_2} - \frac{2}{\mu_{1,2}^2} \right) U_2 \right] \times \\ & \times \frac{\left[\cos\left(\mu_{1,2} \frac{R}{b_2}\right) - \frac{Bi_2}{\mu_{1,2}^2} \cos(\mu_{1,2}^2) \right] \left(\text{Exp}\left(-\mu_{1,2}^2 \frac{a_m t}{b_2^2}\right) + E \right)}{\left[\cos\left(\mu_{1,1} \frac{R}{b_1}\right) - \frac{Bi_1}{\mu_{1,1}^2} \cos(\mu_{1,1}^2) \right] \left(\text{Exp}\left(-\mu_{1,1}^2 \frac{a_m t}{b_1^2}\right) + E \right)}, \\ U_1 = & U_{\text{пш}} - U_P; U_2 = U_{\text{цш}} - U_{\text{пш}}; E = \text{Exp}\left(\frac{E}{E_T \tau_{\text{рел.}}}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

де: t – тривалість процесу конвективного сушіння деревини; R – півтовщина дошки; b_1, b_2 – координати вимірювання; E_T – метричний тензор; $U_{\text{пш}}$ – вологовміст на

поверхні дошки; $U_{\text{цш}}$ – вологовміст у центральному шарі дошки; U_P – рівноважний вологовміст; Bi – критерій Біо; $A_{1,1}, \mu_{1,1}, A_{1,2}, \mu_{1,2}$ – характеристичні коефіцієнти; a_m – коефіцієнт вологоперенесення; $X_{\text{зал.}}$ – залишковий член розкладу експоненти в ряд для побудови гіллястого ланцюгового дробу.

Для запропонованого перетворення відношення критеріальних функцій у гіллястий ланцюговий дріб (12) проведено числовий експеримент, у якому розглядають пиломатеріали деревини сосни завтовшки 0,022 м із початковою вологістю 65 %, висушуваних за умов сталого режиму ($T = 88^\circ\text{C}$, $V = 2$ м/с) із різними значеннями відносної вологості агента сушіння ϕ . Вихідні дані для чотирьох досліджених випадків наведено нижче:

- 1) $\phi = 55\%$, $b_1 = 0,006$ м, $b_2 = 0,01$ м, $\alpha = 35 \cdot 10^{-7}$ м/с, $a_m = 18 \cdot 10^{-10}$ м²/с, $Bi_1 = 12,6$, $Bi_2 = 21,4$, $A_{1,1} = 1,26$, $A_{1,2} = 1,27$, $\mu_{1,1} = 1,45$, $\mu_{1,2} = 1,501$ і $X_{\text{зал.}} = 0$;
- 2) $\phi = 50\%$, $b_1 = 0,006$ м, $b_2 = 0,01$ м, $\alpha = 36,5 \cdot 10^{-7}$ м/с, $a_m = 18 \cdot 10^{-10}$ м²/с, $Bi_1 = 13,18$, $Bi_2 = 22,3$, $A_{1,1} = 1,25$, $A_{1,2} = 1,88$, $\mu_{1,1} = 1,46$, $\mu_{1,2} = 1,5$ і $X_{\text{зал.}} = 0$;
- 3) $\phi = 45\%$, $b_1 = 0,006$ м, $b_2 = 0,01$ м, $\alpha = 38 \cdot 10^{-7}$ м/с, $a_m = 18 \cdot 10^{-10}$ м²/с, $Bi_1 = 13,7$, $Bi_2 = 23,2$, $A_{1,1} = 1,24$, $A_{1,2} = 2$, $\mu_{1,1} = 1,441$, $\mu_{1,2} = 1,506$ і $X_{\text{зал.}} = 0$;
- 4) $\phi = 40\%$, $b_1 = 0,006$ м, $b_2 = 0,01$ м, $\alpha = 39 \cdot 10^{-7}$ м/с, $a_m = 18 \cdot 10^{-10}$ м²/с, $Bi_1 = 14$, $Bi_2 = 23,8$, $A_{1,1} = 1,23$, $A_{1,2} = 2,08$, $\mu_{1,1} = 1,46$, $\mu_{1,2} = 1,507$ і $X_{\text{зал.}} = 0$;

Результати числового експерименту наведено на відповідному рисунку.

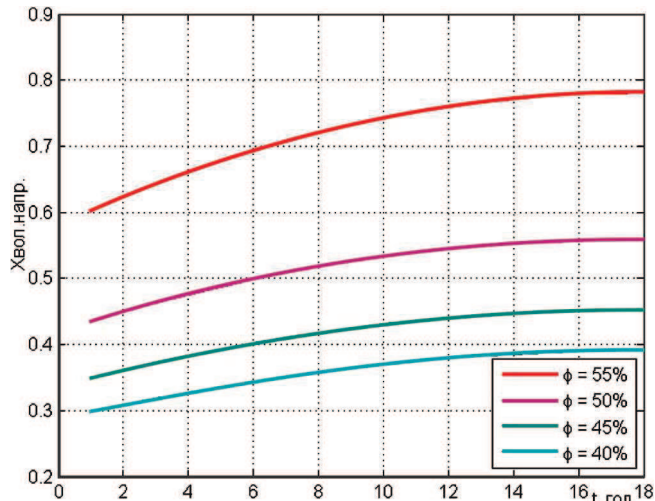


Рисунок. Результати дослідження відношень критеріальних функцій розвитку полів напружень, поданих у вигляді гіллястих ланцюгових дробів для зразка пиломатеріалу із деревини сосни висушуваного за умов відносної вологості агента сушіння 55 %, 50 %, 45 % і 40 % / The results of the study of the relationships between the criterion functions of stress field development presented in the form of branched chain fractions for a sample of pine lumber dried under conditions of relative humidity of the drying agent of 55 %, 50 %, 45 %, and 40 %

Поведінка відношень критеріальних функцій, поданих у вигляді гіллястого ланцюгового дробу (12) для чотирьох розглянутих випадків, ілюструє зростання вологісних напружень у поверхневих шарах досліджуваного зразка внаслідок зменшення відносної вологості агента сушіння. Відповідно, характер зміни величини $X_{\text{вол. нап.}}$ за стаціонарних умов сушіння дає змогу аналізувати розвиток вологісних напружень у часі.

Впровадження пропонованого математичного апарату у технічні засоби сучасної системи керування проце-

сом сушіння деревини дасть можливість прогнозувати характер розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах на підставі аналізу її поточного напруженого стану, контрольованого за допомогою оригінальної системи коаксіальних тензосенсорів та відповідних алгоритмів оброблення їх сигналу для отримання величини $X_{\text{зал.}}$, що буде предметною областю подальших етапів дослідження.

Обговорення результатів дослідження. У роботі [19] автори провели експериментальні дослідження для перевірки результатів числової реалізації фізико-математичної моделі розвитку внутрішніх напружень під час сушіння деревини сосни. Випробування проводилися за умов, еквівалентних конвективному сушінню за фіксованих умов. Застосована методологія передбачає моделювання вологісних напружень, що виникають під час сушіння деревини внаслідок розвитку градієнтів внутрішньої вологості. В основу чисельного експерименту покладено застосування коефіцієнта дифузії. Отримана математична модель є нелінійним набором диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами, які інтегруються чисельно за допомогою методу скінченних елементів. Результати застосування пропонованої одномірної моделі демонструють узгодженість між розрахунковими значеннями та експериментальними даними про деформацію та вміст вологи як у радіальному, так і в тангенціальному напрямках. Автори зробили висновок, що запропонований метод слугує тільки для вивчення загальних тенденцій розвитку напружень під час сушіння деревини сосни.

У роботі [13] автори на підставі проведеного регресійного аналізу результатів тривалого багатofакторного експерименту отримали модель, яка описує процеси критичного розтягування для режимів сушіння деревини бука. Під час експериментів тангенціальна усадка зразків деревини була повністю обмежена за допомогою тензодавача, який вимірював напруження, що виникало під час сушіння. Результати статистичного аналізу підтвердили, що зміна температури істотно впливає на напруження, які виникають у деревині.

У роботах [3, 4] автори запропонували одномірну фізико-математичну модель вологоперенесення та розвитку поверхневих деформацій під час високотемпературного сушіння деревини. Завдяки деякій модифікації за її допомогою пропонують аналізувати розподіл напружень всередині висушуваних пиломатеріалів. Проведений числовий експеримент ілюструє два характерні періоди виникнення усадки. Для першого з них виявлено, що механо-сорбційна деформація матиме основний вплив на величину внутрішніх напружень. Відповідно, ефект повзучості може спричинити значне падіння великих розтягувальних напружень відразу після того, як вони досягнуть пікового значення за рахунок високої температури. Завдяки врахуванню рельєфного ефекту механічно-сорбційних деформацій і деформацій повзучості отримано меншу загальну усадку деревини, ніж у чисто пружно-пластичній фізико-математичній моделі, яка ігнорує ці деформації, спричинені внутрішніми напруженнями. Висновки, які зробили автори [3, 4], ґрунтуються тільки на результатах чисельного моделювання високотемпературних процесів. Обмежені можливості верифікації результатів дослідження та складність адаптації моделі для низькотемпературного сушіння деревини перешкоджають практичному впровадженню пропонованої фізико-математичної моделі.

У роботі [23] наведено результати практичної верифікації аналітичних залежностей, що описують поведінку пиломатеріалів під час конвективного сушіння. Для опису розподілу полів напружень запропоновано спрощену одномірну фізико-математичну модель, яка адаптована для деревини сосни та враховує ефекти переносу вологи в деревині, паропроникнення та їх розподіл у перерізі. Автори засвідчили її працездатність шляхом порівняння результатів чисельного експерименту із статистичними даними замірів для великої кількості висушених зразків. Подальше комп'ютерне моделювання полів напружень показує їх відповідність виміряним під час лабораторних досліджень. За допомогою графічних ілюстрацій наочно продемонстровано, як зміна параметрів та режиму сушіння змінює внутрішні напруження в деревині. Також підтверджено, що результати, отримані для лабораторних зразків, застосовні для випадку повнорозмірних дощок.

У роботі [17] автори розробили новий клас фізико-математичних моделей для визначення граничних полів напружень у тангенціально випиляних дошках із деревини хвойних і листяних порід. Встановлено, що на їх поверхні за рахунок нерівномірного розподілу полів вологості граничним напруженим станом є одновісний розтягувальний напружений стан, а у центральному шарі – двовісний напружений стан.

Використання запропонованої у роботі [19] моделі для оцінювання напружень, що виникають у реальних процесах сушіння деревини, обмежене. Це зумовлено тим, що стратегія керування параметрами технологічного процесу, які реалізуються сучасним обладнанням, передбачають зміну окремих фаз сушіння. Відповідно, умови для кожної із них істотно різняться. Тому результати розрахунків, отримані внаслідок числового експерименту за допомогою пропонованої моделі, матимуть деяку зростаючу похибку оцінювання напружень за умов використання, відмінних від зафіксованих в експерименті.

Результати, які отримали автори дослідження [13], показують ступінь взаємозв'язку між основними параметрами режиму сушіння та напруженнями, що виникають у деревині бука внаслідок їх впливу. Запропоновані регресійні моделі неможливо застосовувати для оцінювання розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах. Відповідно, їх практичне використання обмежене аналізом міцнісних характеристик деревини за певних визначених температурно-вологісних умов.

Автори дослідження [23] констатують, що отримані результати не враховують змін основних реологічних параметрів висушуваних пиломатеріалів під дією зміни температури. Відповідно, результати комп'ютерного моделювання, верифіковані для лабораторних досліджень, важко застосувати за реальних умов, де температурно-вологісні параметри змінюються відповідно до вибраної фази режиму сушіння деревини. Реологічні властивості деревини та особливості деформування залежно від різних умов температурно-вологісних та механічних навантажень використовуються для вдосконалення існуючих та розроблення нових технологій гідротермічного та механічного оброблення, пресування та модифікування. Вирішення цієї проблеми ускладнюється тим, що деревина належить до класу фізично нелінійних, природних гетерогенних полімерів, характеризується високою гідрофільністю і значною мінливістю фізико-

механічних характеристик. Тому дослідження та прогнозування реологічної поведінки деревини залежно від зміни температури і вологості для напрямів анізотропії, визначення характеристик функцій повзучості або релаксації за експериментальними даними є важливою та актуальним завданням.

Аналітичний спосіб визначення розподілу компонентів тензора напружень та їх допустимих значень, який навели автори у роботі [17], потребує окремого розроблення способу його верифікації. Тому практичне застосування пропонованих залежностей зводиться до встановлення характеру та місця виникнення напружень у перерізі висушуваних пиломатеріалів.

Унаслідок обговорення результатів дослідження було підтверджено доцільність проведеного наукового пошуку щодо застосування відношень критеріальних функцій як засобу, який дасть змогу встановити характер розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах з плином часу. На відміну від наявних рішень, він дає змогу здійснити подальшу практичну імплементацію отриманих залежностей для реалізації засобів технологічного контролю напруженого стану деревини у процесі сушіння.

Отже, внаслідок виконаної роботи можна сформулювати такі наукову новизну та практичну значущість результатів дослідження.

Наукова новизна отриманих результатів дослідження – отримала подальший розвиток теорія математичного моделювання розвитку полів напружень у висушуваних матеріалах, яка за рахунок імплементації елементів теорії гіллястих ланцюгових дробів, на відміну від наявних підходів, дасть змогу побудувати нові раціональні способи прийняття рішень про хід процесу сушіння деревини.

Практична значущість результатів досліджень – запропонована фізико-математична модель та побудовані на її основі математичні залежності з елементами теорії гіллястих ланцюгових дробів можуть бути використані як математичне підґрунтя для створення програмного забезпечення сучасної системи керування сушінням деревини, що забезпечить раціональне використання енергоресурсів та підвищить якість висушуваних пиломатеріалів за рахунок використання інформації про їх напружений стан.

Висновки / Conclusions

Синтезовано адаптовану фізико-математичну модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах, що дало змогу запропонувати спосіб її модифікації елементами теорії гіллястих ланцюгових дробів для реалізації можливості подальшого практичного застосування отриманих результатів у технологічному процесі сушіння деревини. За результатами проведеного дослідження можна зробити такі висновки:

1. Аналізуючи сучасні літературні джерела, встановлено, що більшість наявних фізико-математичних моделей, які описують розвиток напружень у висушуваних пиломатеріалах – одномірні. Виявлено основні методи та технічні засоби, які застосовують для верифікації результатів моделювання напруженого стану деревини у процесі сушіння за допомогою аналітичних залежностей та їх числових реалізацій. Встановлено, що досі не існує математичного обґрунтування для прямих методів контролю напружень та їх розвитку в перерізі висушуваних пиломатеріалів.

2. Розроблена адаптована фізико-математична модель розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах на базі критеріальних рівнянь дає змогу оцінити вологісні та залишкові напруження та їх зміну в часі для довільної визначеної координати в перерізі зразка.
3. Для синтезованої фізико-математичної моделі запропоновано її модифікацію елементами теорії гіллястих ланцюгових дробів. Це дасть змогу встановити характер розвитку полів напружень у висушуваних пиломатеріалах з плином часу, забезпечить компенсацію похибки моделювання, притаманної критеріальним функціям, та створить математичне підґрунтя для подальшої імплементації засобів контролю напруженого стану деревини у процес керування її сушінням.

References

1. Andrashek, Y. V., Kurka, R. R., & Petrosyuk, O. M. (2024). Implementation of a mathematical model for the distribution of moisture fields in the conditioning process of thermally modified ash wood. *Scientific Bulletin of UNFU*, 34(2), 116–123. <https://doi.org/10.36930/40340215>
2. Antonova, T., Dmytryshyn, R., & Kurka, R. (2022). Approximation for the Ratios of the Confluent Hypergeometric Function $F^{(N)}_D$ by the Branched Continued Fractions. *Axioms*, 11(9), article ID 426. <https://doi.org/10.3390/axioms11090426>
3. Barber, N. F. (1968). A Theoretical Model of Shrinking Wood. *Holzforschung*, 22(4), 97–103. <https://doi.org/10.1515/hfsg.1968.22.4.97>
4. Chen, G., Keey, R. B., & Walker, J. C. F. (1997). The drying stress and check development on high-temperature kiln seasoning of sapwood *Pinus radiata* boards. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 55(2-4), 169–173. <https://doi.org/10.1007/bf02990539>
5. Chen, G., Keey, R. B., & Walker, J. C. F. (1997). The drying stress and check development on high-temperature kiln seasoning of sapwood *Pinus radiata* boards. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 55(2-4), 59–64. <https://doi.org/10.1007/bf02990517>
6. Felix, S., & Morlier, P. (1992). Modelling of Stresses and Strains in a Piece of Wood Under Drying. *Holzforschung*, 46(5), 369–378. <https://doi.org/10.1515/hfsg.1992.46.5.369>
7. Grönquist, P., Wittel, F. K., & Rüggeberg, M. (2018). Modeling and design of thin bending wooden bilayers. *Public Library of Science one PloS one*, 13(10), article ID e0205607. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0205607>
8. Kang, W., Lee, N. H. (2002). Mathematical modeling to predict drying deformation and stress due to the differential shrinkage within a tree disk. *Wood Science and Technology*, 36, 463–476. <https://doi.org/10.1007/s00226-002-0153-5>
9. Kherais, M., Csébfalvi, A., Len, A., Fülöp, A., & Pál-Schreiner, J. (2024). The effect of moisture content on the mechanical properties of wood structure. *Pollack Periodica*, 19(1), 41–46. <https://doi.org/10.1556/606.2023.00917>
10. Kopynets, Z. P. (2003). Rational structure of drying modes for thin sawn timber. *Scientific Bulletin of UNFU*, 13(2), 127–130. URL: https://nv.nltu.edu.ua/Archive/2003/13_2/127_Kopynets_13_2.pdf
11. Kowalski, S. J., & Smockiewicz-Wojciechowska, A. (2007). Stresses in dried wood. Modelling and experimental identification. *Transport in Porous Media*, 66, 145–158. <https://doi.org/10.1007/s11242-006-9011-5>
12. Lessard, R. A., Limbert, D. E., Pokoski, J. L., & Hill, J. L. (1982, December). A Stress Model for Lumber Drying Control. The American Society of Mechanical Engineers *The Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 104(4), 283–289. <https://doi.org/10.1115/1.3139710>
13. Majka, J., & Sydor, M. (2023). Analysis of stress development during kiln drying of beech timber. *European Journal of Wood and Wood Products*, 81, 1189–1200. <https://doi.org/10.1007/s00107-023-01967-y>
14. Ozarkiv, I. M. (2002). Generalized criterion method for calculating the time of convective drying of thin sawdust and sheet mate-

- rials. *Scientific Bulletin of UNFU*, 12(5), 121–126. URL: https://nv.nltu.edu.ua/Archive/2002/12_5/33.pdf
15. Pang, S. (2000). Modelling of stress development during drying and relief during steaming in pinus radiata lumber. *Drying Technology*, 18(8), 1677–1696. <https://doi.org/10.1080/07373930008917806>
 16. Pobereyko, B. P. (2014). Justification of restrictions on the practical use of Volterra-Boltzmann equations. *Scientific Bulletin of UNFU*, 24(4), 328–332. URL: https://nv.nltu.edu.ua/Archive/2014/24_4/328_Pob.pdf
 17. Pobereyko, B., Flud, L., & Koshyrets, S. (2015). Determination of the Limiting Stress State in the Timber with the Gradient Humidity Fields. *PRO LIGNO*, 11(1), 12–17. URL: <http://www.proligno.ro/ro/articles/2015/1/pobereyko.pdf>
 18. Rokun, R. (2017). Basics of wood steaming and drying technology. *Scientific Bulletin of UNFU*, 27(1), 168–171. <https://doi.org/10.15421/40270140>
 19. Salinas, C., Chavez, C., Ananias, R. A., & Elustondo, D. (2015). Unidimensional Simulation of Drying Stress in Radiata Pine Wood. *Drying Technology*, 33(8), 996–1005. <https://doi.org/10.1080/07373937.2015.1012767>
 20. Shaffer, B. W. (1968). Elastic-plastic stress distribution within reinforced plastics loaded normal to its internal filaments. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 6(12), 2316–2324. <https://doi.org/10.2514/3.4989>
 21. Sokolovsky, Y., & Dendyuk, M. (2008). Mathematical modeling of the two-dimensional viscoelastic state of wood during drying. *Physical and mathematical modeling and information technologies*. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/21878/07-Sokolowskiy.pdf>
 22. Spirochin, A. K., & Pinchevska, O. O. (2021). Technology of drying and protecting wood, Part 1. URL: <https://dglb.nubip.edu.ua/bitstreams/d38b733b-069f-4f41-9d89-c95549c9c120/download>
 23. Svensson, S., & Mårtensson, A. (2002). Simulation of drying stresses in wood. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 60(1), 72–80. <https://doi.org/10.1007/s00107-001-0266-9>
 24. Tan, L., Yuan, Y., Zhao, Z., Xu, Y., & Yuan, Y. (2023). Insights in mechanism of drying shrinkage by pore-scale modeling of heat-moisture and stress-strain distribution for high-moisture porous media. *International Journal of Thermal Sciences*, 188, article ID 108226. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108226>

R. R. Kurka

National Forestry University of Ukraine, Lviv, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF THE DEVELOPMENT OF STRESS FIELDS IN DRIED WOOD

Solving the complex problem of identifying the stress state of wood during drying requires the development of a mathematical apparatus adapted to the characteristics of existing technical means of measurement and control. It has been established that most authors of published scientific studies on this topic do not consider the practical application of the physical and mathematical models they describe. At the same time, the proposed analytical dependencies make it possible to approximately estimate the distribution and establish some interrelationships between the main parameters describing the stress-strain state of dried wood for samples with known rheological characteristics, which limits their use to theoretical forecasting only. It has been found that regression models developed for analyzing the strength characteristics of a given wood species under certain specified temperature and humidity conditions are not very suitable for estimating the development of stress fields in dried lumber. Based on an analysis of recent publications, which consider a wide variety of analytical equations and numerical experiments, it has been established that it is advisable to use a one-dimensional model to describe the mechanisms of moisture and residual stress formation during wood drying. A generalized physical and mathematical model of the development of stress fields in dried lumber for the period of regular mode has been constructed. Some discrepancies have been found between the results calculated using models based on criterion equations and the data obtained as a result of long-term experimental studies. A method for modifying synthesized analytical dependencies by using criterion function ratios has been proposed, which will make it possible to establish the nature of the development of stress fields in dried sawn timber over time and, to some extent, compensate for modeling errors for long-term studies. A new method has been developed for applying elements of the theory of branched chain fractions to convert moisture stress ratios, which may subsequently provide a mathematical basis for implementing means of controlling the stress state of wood in the process of managing its drying.

Keywords: mathematical model; moisture exchange; moisture transfer; Fourier criterion; branched chain fractions.