



В. В. Кислюк¹, Г. Г. Гриник²

¹ Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна

² Лодзький Університет, м. Томашів Мазовецький, Польща

МОДЕЛЮВАННЯ ТВІРНОЇ ПОВЕРХНІ СТОВБУРА СОСНИ ЗВИЧАЙНОЇ У ПЕРЕВАЖАЮЧИХ ТИПАХ ЛІСОРОСЛИННИХ УМОВ ВОЛИНСЬКОЇ ВИСОЧИНИ

Досліджено особливості формування твірної поверхні стовбура сосни звичайної (*Pinus sylvestris* L.) у різних групах типів лісорослиних умов Волинської височини. Закладено сумарно 14 пробних площ у групах типів лісорослиних умов (ТЛУ) свіжого та вологого субору (B_2 та B_3) та свіжого та вологого сугруду (C_2 та C_3). Проаналізовано залежність форми стовбурів від загальної висоти та діаметра на висоті 1,3 м. Встановлено статистично істотну різницю у показниках таксаційних ознак стовбурів дерев сосни звичайної різних категорій технічної придатності. Статистичне оброблення емпіричних даних дало змогу виокремити в межах груп типів лісорослиних умов і груп категорій технічної придатності відповідний емпіричний вихідний матеріал для моделювання твірної поверхні стовбура дерев сосни звичайної. Встановлено, що за однакових класів бонітету дерева сосни звичайної у ТЛУ C_2 та C_3 переважають за значеннями діаметрів дерева у ТЛУ B_2 та B_3 . Встановлено також, що у ТЛУ C_2 та C_3 є вищі значення об'ємів стовбурів дерев звичайної, а видові числа, навпаки, мають менші значення. Дерев сосни звичайної, що зростають в умовах свіжого та волого сугруду, також мають більш збіжні стовбури, порівняно із деревами, які зростають в умовах свіжого та вологого субору. Як моделі твірної поверхні стовбура апробовано показниково-степеневі математичні рівняння R. Newnham (1992), A. Kozak (1988), A. Kozak (2004) модель 1 та A. Kozak (2004) модель 2. Підбір параметрів рівнянь виконано для сумарної вибірки із 344 модельних дерев з виокремленням для відповідних груп категорій технічної придатності і груп типів лісорослиних умов. Підбір параметрів рівняння здійснено методом найменших квадратів з використанням прикладного пакета програм MS Excel. За результатами оцінювання рівня достовірності та адекватності рівняння емпіричним даним для моделювання твірної поверхні стовбура було використано математичну модель A. Kozak (1988). Рівняння цієї математичної моделі залежності твірної поверхні стовбура від діаметра на 1,3 м та висоти стовбура дерева доцільно застосувати для подальшого моделювання розмірно-якісної структури стовбурів сосни звичайної у різних типах лісорослиних умов Волинської височини.

Ключові слова: форма стовбура; збіжність стовбура; таксаційні ознаки; біометричні показники; точність моделі; адекватність моделі.

Вступ / Introduction

Рівняння твірної поверхні стовбура є базовим інструментом для характеристики росту деревного стовбура. Водночас, вибір відповідної моделі, яка добре описує особливості формування і росту деревного стовбура від таксаційних показників деревостанів, зокрема і для типів лісорослиних умов (ТЛУ), є доволі складним завданням. Упродовж останніх кількох десятиліть в лісовничій літературі було розроблено та представлено численні форми моделей твірної поверхні стовбура.

Дуже поширеним підходом до моделювання форми стовбура дерева є поділ дерева на кілька секцій, кожна з яких відповідає функції регресії, що відображає зміни діаметра стовбура зі збільшенням висоти дерева. Наприклад, Max і Burkhard (1976) запропонували сегментовану поліноміальну модель, яка використовує дві точки для з'єднання трьох секцій вздовж стовбура: нижня секція відповідає нейлоїдній формі, верхня – конічній формі, а середня – параболічній формі [25]. Ця ідея отрима-

ла широке визнання та використовується в багатьох застосуваннях твірної поверхні стовбура Clark (1991), Jiang (2007), Leites і Robinson (2004), Maguire і Batista (1996). Kozak (1988; 2004) [8, 21, 22] та інші дослідники пізніше запропонували рівняння твірної поверхні стовбура зі змінною експонентою або змінною формою, які використовують змінну експоненту або змінну форму для безперервного опису форми стовбура від основи до верхівки, демонструючи більшу гнучкість. Інші типи рівнянь твірної поверхні стовбура також можна знайти в літературі, такі як поліноміальне Kozak (1969), тригонометричне Thomas і Parresol (1991) та непараметричне Larpi (2006) підходи [25].

Отже, наше дослідження передбачає розроблення системи моделей твірної поверхні стовбура для дерев сосни звичайної, яка росте на території Волинської височини. Попередні дослідження розподілів площ соснових деревостанів у межах досліджуваного регіону показали, що переважна більшість деревостанів ростуть у

Інформація про авторів:

Кислюк Владислав Володимирович, магістр, аспірант, кафедра лісівництва.

Email: vlad.kyslyuk@icloud.com; <https://orcid.org/0000-0001-9039-0177>

Гриник Георгій Георгійович, д-р с.-г. наук, професор, кафедра лісовничих наук, філія Лодзького Університету в Томашові Мазовецькому. Email: heorhiy.hrynyk@filia.uni.lodz.pl; <https://orcid.org/0000-0001-7417-5047>

Цитування за ДСТУ: Кислюк В. В., Гриник Г. Г. Моделювання твірної поверхні стовбура сосни звичайної у переважаних типах лісорослиних умов Волинської височини. Науковий вісник НЛТУ України. 2025, т. 35, № 2. С. 25–35.

Citation APA: Kyslyuk, V. V., & Hrynyk, H. H. (2025). Modeling the taper equation of scottish pine in prevailing type of site conditions at the Volhynian Uplands. *Scientific Bulletin of UNFU*, 35(2), 25–35. <https://doi.org/10.36930/40350203>

ТЛУ свіжого та вологого субору (B_2 та B_3) і свіжого та вологого сугруду (C_2 та C_3).

Об'єкт дослідження – встановлення адекватності опису відповідних рівнянь твірної поверхні стовбура дерев сосни звичайної в різних типах лісорослинних умов у межах Волинської височини.

Предмет дослідження – методи і засоби встановлення взаємозв'язків між діаметрами стовбура сосни звичайної на різних висотах та його діаметром на висоті 1,3 м і висотою стовбура дерев, що дасть змогу з'ясувати особливості формування та росту стовбурів у різних типах лісорослинних умов з урахуванням їх розмірно-якісних показників.

Мета роботи – змодельовати збіг стовбурів сосни звичайної за різних типів лісорослинних умов на території Волинської височини, що дасть можливість обчислити параметри математичних моделей їхніх твірних поверхонь і визначити кращу з них за результатами аналізу їхньої точності та адекватності.

Для досягнення зазначеної мети визначено такі основні завдання дослідження:

- встановити відмінності на достовірному рівні між морфолого-таксаційними ознаками дерев сосни звичайної у переважаючих типах лісорослинних умов на території Волинської височини, що дасть змогу виділити окремі групи стовбурів дерев з подібними закономірностями розвитку форми стовбура у групах типів лісорослинних умов;
- встановити різницю у таксаційних ознаках дерев сосни звичайної різних розмірно-якісних категорій, що дасть змогу підвищити точність розроблення рівнянь твірної поверхні стовбура для них;
- підібрати адекватні рівняння твірної поверхні стовбура для дерев сосни звичайної і, у разі різниці у таксаційних ознаках відповідних розмірно-якісних ознак, здійснити моделювання окремо як у межах переважаючих ТЛУ, так і для відповідних розмірно-якісних груп, що дасть змогу підвищити точність розрахунку розподілу об'ємів і часток ділової (сортиментів) та дров'яної деревини в них.

Аналіз останніх досліджень та публікацій показав, що єдиної універсальної моделі для опису твірної поверхні стовбура практично не існує. Немає також універсального підходу для встановлення вхідних параметрів для здійснення таких розробок та стратифікації емпіричного матеріалу за певними підходами: чи поділ дерев у межах одного деревного виду за розмірно-якісними показниками чи у межах груп чи окремих ТЛУ.

У дослідженні [6] на підставі дослідного матеріалу, зібраного в дубових насадженнях Придніпровського правобережного Лісостепу на 17 тимчасових пробних площах, проаналізовано залежність форми стовбурів дуба звичайного від висоти та діаметра на висоті 1,3 м. За результатами досліджень автори обґрунтували доцільність моделювання збігу стовбурів дуба звичайного незалежно від висоти, але в межах трьох груп діаметрів: 20-28 см, 32-40 см та 44-64 см. Як моделі твірної поверхні стовбура було апробовано показниково-степеневе математичне рівняння Kozak (1988) і Newnham (1992). Підбір параметрів рівнянь виконано для вибірки з 171 модельного дерева в середовищі R за допомогою функції *nls* – нелінійна мінімізація суми квадратів відхилень. За результатами аналізу розподілу залишків коефіцієнтів моделі дослідники рекомендували надалі для моделювання розмірно-якісної структури стовбурів дуба звичайного використовувати рівняння моделі твірної поверхні стовбура Kozak (1988).

Особливості взаємозв'язку між діаметрами в корі та без кори на різних висотах стовбурів ялиці білої у модельних ялицевих деревостанах Українських Карпат на території Закарпатської обл. досліджено у роботі [27]. Загалом автори обміряли 60 модельних дерев (27 в умовах C_3 та 33 – в D_3). Результати дослідження показали, що досліджувані типи лісорослинних умов (ТЛУ) не мають істотного впливу на формування товщини кори дерев ялиці. Розраховані середні ранги загалом восьми рівнянь твірної поверхні стовбура показали, що найкраще взаємозв'язок між діаметрами в корі та без кори для стовбурів дерев описує рівняння Crous (2009).

У дослідженні [26] проаналізовано різні підходи до моделювання твірної поверхні стовбура берези повислої на території ДП "Остерське ЛГ". За результатами дослідження 20 модельних дерев встановлено, що особливості форми стовбурів берези в окоренковій частині, яка має значний збіг, найбільш точно описує рівняння Kozak (2004). Також встановлено, що найбільш точно описує форму стовбура математична модель рівняння твірної поверхні стовбура стоячого дерева, яка спирається не на загальну висоту стовбура, а на протяжність ділової частини стовбура.

Матеріали та методи дослідження. За результатами польових обмірів модельних дерев у переважаючих групах типів лісорослинних умов було опрацьовано емпіричні дані для ТЛУ B_2 та B_3 загалом для 154 модельних дерев (МД) (6 тимчасових пробних площ (ТПП)) та для ТЛУ C_2 та C_3 – 190 модельних дерев (8 ТПП). ТПП заклали у пристиглих та стиглих деревостанах з домінуванням сосни звичайної, які рівномірно розміщені в регіоні досліджень. Для можливості вибору загального вигляду рівняння твірної поверхні стовбура та підбору їхніх параметрів для усіх дерев визначено такі показники: довжину стовбура дерева від пня, висоту пня, діаметри стовбура в корі та товщину кори, на висоті 1,3 м та з інтервалом у 1 м, визначено висоту початку крони та встановлено приналежність відповідного стовбура до розмірно-якісної групи.

Статистичне оцінювання дослідного матеріалу для дерев сосни звичайної окремо для груп типів лісорослинних умов було здійснено за загальноприйнятою методикою та обчислено відповідні показники для таких таксаційних ознак: діаметр та висота стовбура, об'єм стовбура та значення старого видового числа. Обробляли дані з використанням середовища MS Excel. Результати статистичного оброблення даних наведено у табл. 1 та 2.

Результати дослідження та їх обговорення / Research results and their discussion

Дослідження було здійснено у двох групах найпоширеніших типів лісорослинних умов регіону дослідження – у свіжих та вологих суборах та у свіжих та вологих сугрудах. Здійснивши порівняльний аналіз статистик основних таксаційних ознак дерев сосни звичайної (див. табл. 1 та 2) встановлено, що для дерев сосни звичайної в умовах сугрудів характерні вищі значення об'ємів стовбурів, але нижчі, порівняно із деревами сосни звичайної в суборах, значеннями старого видового числа, що свідчить про загальне вище значення збіжності стовбурів у сугрудах.

Проведені дослідження в ТЛУ B_2 та B_3 вказують на те, що загалом ділові дерева сосни звичайної переважають у показниках середньої висоти стовбура над напів-

діловими та дров'яними. Також варто зазначити, що ступені товщини для ділових дерев мають набагато більший розмах, який змінюється в межах від 28 до 48 см, що значно відрізняється від показників ступеня товщини напівділових та дров'яних дерев, які змінюються значно менше. Найвищі показники модельних дерев сформовані для такої категорії технічної придатності, як напівділові дерева, які мають ступінь товщини від 26 до 40 см, що водночас дасть змогу максимально ефективно здійснити порівняння.

Табл. 1. Статистична характеристика дослідного матеріалу для усіх дерев сосни звичайної в ТЛІУ B₂-B₃ / Statistical characteristics of the researched indices for all trees in type of site conditions B₂ and B₃

Показник	Діаметр стовбура <i>dbh</i> , см	Висота стовбура <i>th</i> , м	Об'єм стовбура <i>V_{st}</i> , м ³	Старе видове число, <i>f</i>
Середнє значення / Arithmetic mean (<i>AM</i>)	36,06	27,22	1,411	0,486
Середньоквадратичне відхилення / Standard deviation (<i>SD</i>)	5,95	1,88	0,54	0,03
Коефіцієнт варіації / Coefficient of variation (<i>CV</i>), %	16,49	6,90	38,05	5,97
Мінімальне / Min.	22,0	21,8	0,427	0,423
Максимальне / Max.	48,0	30,8	2,521	0,554
Експес / Skewness (<i>Sk</i>)	-0,15	-0,44	0,52	0,34
Асиметрія / Kurtosis (<i>Ku</i>)	-0,41	0,28	0,12	0,07
Стандартна похибка / Standard error (<i>SE</i>)	0,81	0,26	0,07	0,0
Точність дослідів / Mean percentage error (<i>MPE</i>), %	1,84	0,94	3,18	0,81
Загальна кількість / Total number (<i>N</i>)	154	154	154	154

Примітка: *dbh* – діаметр на висоті 1,3 м, см; *th* – загальна висота стовбура, м; *V_{st}* – об'єм стовбура, м³; *f* – старе видове число; *g_{1,3}* – площа поперечного перерізу на висоті 1,3 м, м².

Табл. 2. Статистична характеристика дослідного матеріалу для усіх дерев сосни звичайної в ТЛІУ C₂-C₃ / Statistical characteristics of the researched indices for all trees in type of site conditions C₂ and C₃

Показник	Діаметр стовбура <i>dbh</i> , см	Висота стовбура <i>th</i> , м	Об'єм стовбура <i>V_{st}</i> , м ³	Старе видове число, <i>f</i>
Середнє значення / Arithmetic mean (<i>AM</i>)	33,8	24,4	1,529	0,403
Середньоквадратичне відхилення / Standard deviation (<i>SD</i>)	6,56	1,94	0,39	0,03
Коефіцієнт варіації / Coefficient of variation (<i>CV</i>), %	19,41	7,94	38,49	7,09
Мінімальне / Min	22,0	21,0	0,485	0,387
Максимальне / Max	51,5	29,2	2,738	0,527
Експес / Skewness (<i>Sk</i>)	0,29	0,12	0,10	-0,12
Асиметрія / Kurtosis (<i>Ku</i>)	-0,73	-0,98	-1,14	0,54
Стандартна похибка / Standard error (<i>SE</i>)	0,48	0,14	0,03	0,00
Точність дослідів / Mean percentage error (<i>MPE</i>), %	1,41	0,58	2,79	0,51
Загальна кількість / Total number (<i>N</i>)	190	190	190	190

Також ділові дерева виділяються найвищими показниками об'єму стовбура, найнижчі показники – у дров'яних дерев. Така закономірність зберігається і для значень видового числа. Потрібно також зауважити, що

зі збільшенням діаметра стовбура збільшується видове число. Проаналізувавши дані ділових дерев другого класу форми, можна відзначити, що показники від 28 до 30 см ступеня належать до малозбіжних, усі інші – до середньозбіжних. Напівділові дерева зі ступенем товщини від 26 до 32 см належать до середньозбіжних, всі інші відносять до малозбіжних. Щодо дров'яних дерев, то показники зі ступенем від 22 до 26 см належать до сильнозбіжних, усі інші – до середньозбіжних ступенів. Значення середнього збігу вказує на те, що всі категорії технічної придатності можна віднести до стовбурів повнодеревності, які змінюються в межах одиниці.

Для перевірки різниці між середніми значеннями окремих вибірок, утворених за результатами поділу дерев за категоріями технічної придатності, на *p*-рівні використано *t*-критерій Стюдента. За нерівновеликих вибірок, коли $n_1 \neq n_2$ (n – кількість дослідів або варіант) помилку різниці між вибірковими середніми визначають за такою формулою

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum(x_i - \bar{x}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}\right)}. \quad (1)$$

Значення *t*-критерію для такого випадку визначають за такою формулою

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_d} = \frac{d}{s_d}. \quad (2)$$

Нульова гіпотеза спростовується, якщо $t_{\phi} \geq t_{st}$ [23]. Результати опрацювання наведено у табл. 3 та 4.

Табл. 3. Розрахунок значущості різниці порівняння середніх значень дослідних даних дерев різних категорій технічної придатності для усіх дерев сосни звичайної в ТЛІУ B₂-B₃ / Calculation of statistical significance of sample means in research data on trees for different technical suitability types in type of site conditions B₂ and B₃

Показник / Index	Діаметр стовбура <i>dbh</i> , см	Висота стовбура <i>th</i> , м	Об'єм стовбура <i>V_{st}</i> , м ³	Старе видове число, <i>f</i>
ділові – напівділові				
<i>S_{ділові}²</i>	1349,5	16504,7	36,0	4,3
<i>S_{напівділові}²</i>	521,1	4964,8	9,4	1,6
<i>t</i> -значення	2,53	8,57	0,39	0,14
ділові – дров'яні				
<i>S_{ділові}²</i>	1349,5	16504,7	36,0	4,3
<i>S_{дров'яні}²</i>	1104,2	10545,9	19,7	3,1
<i>t</i> -значення	2,14	7,10	0,32	0,12
напівділові – дров'яні				
<i>S_{напівділові}²</i>	521,05	4964,765	9,435	1,615
<i>S_{дров'яні}²</i>	1104,235	10545,87	19,72	3,06
<i>t</i> -значення	2,81	8,68	0,38	0,15
<i>p</i>	0,05	1,96	1,96	1,96
	0,01	2,58	2,58	2,58
	0,001	3,29	3,29	3,29

У сугрудових умовах ділові дерева також мають найвищі показники об'єму стовбура, тоді як найнижчі показники виявлено у дров'яних дерев. Така закономірність зберігається і для значень видового числа. Потрібно також зауважити, що зі збільшенням діаметра стовбура збільшується видове число. Напівділові дерева зі ступенем товщини від 26 до 32 см належать до середньозбіжних, усі інші відносять до малозбіжних. Щодо дров'яних дерев, то показники зі ступенем від 22 до

26 см належать до сильнозбіжних, усі інші – до середньозбіжних ступенів. Значення середнього збігу вказує на те, що всі категорії технічної придатності можна віднести до стовбурів повнодеревності, які змінюються в межах одиниці.

Табл. 4. Розрахунок значущості різниці порівняння середніх значень дослідних даних дерев різних категорій технічної придатності для усіх дерев сосни звичайної в ТЛУ C₂-C₃ / Calculation of statistical significance of sample means in research data on trees for different technical suitability types in type of site conditions C₂ and C₃

Показник / Index	Діаметр стовбура dbh, см	Висота стовбура th, м	Об'єм стовбура V _{st} , м ³	Старе видове число, f
ділові – напівділові				
S ² _{ділові}	1587,6	19417,3	42,4	5,0
S ² _{напівділові}	613,0	5840,9	11,1	1,9
t-значення	2,45	8,30	0,38	0,13
ділові – дров'яні				
S ² _{ділові}	1587,6	19417,32	42,4	5,0
S ² _{дров'яні}	1299,1	12406,9	23,2	3,6
t-значення	2,02	6,70	0,30	0,11
напівділові – дров'яні				
S ² _{напівділові}	613,0	5840,9	11,1	1,9
S ² _{дров'яні}	1299,1	12406,9	23,2	3,6
t-значення	2,71	8,37	0,36	0,14
p	0,05	1,96	1,96	1,96
	0,01	2,58	2,58	2,58
	0,001	3,29	3,29	3,29

Здійснені дослідження відповідних таксаційних ознак для дерев різних груп технічної придатності (ділових, напівділових та дров'яних) показали істотні відмінності в межах груп типів лісорослинних умов (див. табл. 3 та 4). За результатами аналізу середніх таксаційних показників виявлено відмінність у дерев різних категорій технічної придатності: ділових, напівділових та дров'яних. Статистичне оцінювання діаметрів і висот стовбурів дерев відповідних категорій технічної придатності за допомогою t-тесту на 5 %-му рівні значущості підтвердило наявність відмінностей.

Для моделювання твірної поверхні стовбура використано чотири рівняння:

- R. Newnham (1992):

$$d_i = d \cdot X^{a_0 + a_1(h_i/h - 1) + a_2 e^{23(h_i/h)}}, X = \frac{h - h_i}{h - 1.3}; \quad (3)$$

- A. Kozak (1988):

$$di = a_0 d^{a_1} X^{a_2} X^{b_1 z^2 + b_2 \ln(z + 0.001) + b_3 \sqrt{z} + b_4 e^z + b_5 \cdot d/h}; \quad (4)$$

$$X = \frac{1 - \sqrt{h_i/h}}{1 - \sqrt{0.1225}}; z = h_i/h;$$

- A. Kozak (2004) модель 1:

$$d_i = a_0 d a_1 X^{b_0 + b_1/h + b_2 d^{1/h} + b_3 d^X + b_4 X^{d/h}}; X = \frac{(1 - h_i/h)^{1/4}}{1 - 0.01^{1/4}}; \quad (5)$$

- A. Kozak (2004) модель 2:

$$d_i = a_0 d^{a_1} h^{a_2} X^{b_1 z^4 + b_2 / e^{d/h} + b_3 X^{0.1} + b_4 / d + b_5 h^2 + b_6 X}; \quad (6)$$

$$X = \frac{(1 - h_i/h)^{1/3}}{1 - p^{1/3}}; Q = 1 - z^{1/3}; p = 1.3/h.$$

Ступінь відповідності розроблених моделей оцінювали способом порівняння кривої, на якій емпіричні да-

ні зіставляли зі змодельованими, відсотка дисперсії, який пояснює відповідність моделі до емпіричних даних (коефіцієнт детермінації – R²), та R-коефіцієнта, який показує міру кореляційного зв'язку.

$$R^2 = \frac{SS_M}{SS_N} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (7)$$

де: R² – коефіцієнт детермінації, частка дисперсії, пояснений моделлю; SS_M – сума квадратів моделі; SS_N – загальна сума квадратів; y_n – емпіричне значення залежної змінної (виміряне); $\hat{y}_n$ – значення залежної змінної, передбачене регресійною моделлю; $\bar{y}$ – середнє значення спостережуваної залежної змінної.

Ступінь відповідності моделі емпіричним даним базувався на оцінюванні дисперсії випадкової складової, відправною точкою якої є залишки моделі. Залишок, тобто різниця між емпіричними (вимірними) (y) та оціненими ($\hat{y}$) значеннями (визначеними на підставі регресійної моделі) для i-го спостереження, виражався формулою:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

На підставі цього середню похибку залишків (ME) було розраховано за формулою

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i, \quad (9)$$

а стандартну похибку залишків, яку також називають стандартним відхиленням залишків, обчислюють за формулою

$$RSE = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (10)$$

де: n – кількість спостережень; k – розрахункова кількість параметрів у рівнянні.

Стандартна похибка залишків – це поширений показник відповідності між прогнозами моделі та емпіричними даними. Показник SE використовували для розрахунку відносної стандартної похибки залишку:

$$rRSE = \frac{RSE}{\bar{y}} \cdot 100, \%. \quad (11)$$

Окрім цього, відповідність моделі емпіричним даним було перевірено за допомогою регресійного аналізу. Для кожної функції було визначено значущість оцінених параметрів та їх стандартні помилки.

Виявлені особливості результатів кореляційного аналізу між таксаційними показниками для дерев різних категорій технічної придатності дають змогу здійснювати моделювання залежності видових чисел від висоти та діаметра стовбура [23]. Так само ці вхідні параметри, а також значення діаметрів без кори на різних висотах від основи стовбура з кроком 1 м було використано для моделювання твірної її поверхні для різних груп технічної придатності в межах досліджуваних груп типів лісорослинних умов (табл. 5).

За результатами оцінювання статистичних параметрів стандартних видів рівнянь найкращими та універсальними для дерев усіх категорій технічної придатності було визначено рівняння (4) – Kozak (1988). Фактично значення коефіцієнта детермінації R² рівняння цього виду було найвище і становило 0,87-0,91 для дерев сосни звичайної в ТЛУ свіжого та вологого субору та 0,84-0,86 – свіжого та вологого сугрудю.

Табл. 5. Статистичне оцінювання параметрів рівняння математичних моделей твірної поверхні стовбура сосни звичайної у переважajoчих типах лісорослинних умов Волинської височини / Statistical evaluation of equation parameters of the models of taper equation of Scots pine tree trunks of different categories of technical suitability in prevailing type of site conditions at the Volhynian Uplands

Показник / Index	Коефіцієнти рівняння / Fixed parameter											R^2	R	ME	RSE	$rRSE$
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Дерева сосни звичайної в ТЛУ В ₂ -В ₃																
Ділові дерева																
Newnham, 1998																
Значення / Estimate	0,499	0,298	0,277	1e ⁻⁶	—	—	—	—	—	—	—	0,68	0,83	2e ⁻⁶	0,03244	7,2
SE	0,2785	0,0267	1,24e ⁻⁶	0,0635	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
t value	30,829	341,35	115,05	22,286	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Kozak, 1988																
Значення / Estimate	0,245	1,610	0,976	—	—	-0,294	0,032	-0,501	0,419	0,161	—	0,87	0,89	1e ⁻⁷	0,03010	6,9
SE	0,0289	0,0027	0,4522	—	—	0,356	0,038	0,9190	0,0717	0,9582	—	—	—	—	—	—
t value	16,325	180,76	60,923	—	—	11,801	13,379	3,176	60,709	11,760	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	0,993	0,738	—	—	2,794	-2,549	0,000	-0,079	—	—	—	0,77	0,83	7e ⁻⁷	0,03697	6,4
SE	0,0144	0,9272	—	—	0,0321	0,0234	0,0144	0,9272	—	—	—	—	—	—	—	—
t value	61,037	11,823	—	—	16,268	180,12	61,037	11,823	—	—	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—	—	—
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	1,403	1,399	-0,521	—	—	0,244	-0,902	0,838	-0,432	0,002	-0,332	0,72	0,83	1e ⁻⁸	0,03754	6,3
SE	0,0001	0,6863	0,1262	—	—	0,0465	1,1e ⁻⁷	0,0001	0,1326	0,0362	0,9171	—	—	—	—	—
t value	63,800	10,541	9,831	—	—	13,450	263,30	63,686	10,522	13,423	26,476	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—
Напівділові дерева																
Newnham, 1998																
Значення / Estimate	0,527	-0,102	0,073	1 e ⁻⁷	—	—	—	—	—	—	—	0,63	0,79	1e ⁻⁸	0,0311	5,2
SE	0,2033	0,0195	1 e ⁻⁶	0,0464	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
t value	24,615	249,92	84,007	16,27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Kozak, 1988																
Значення / Estimate	0,583	1,176	0,996	—	—	0,153	0,049	-0,487	0,128	0,368	—	0,89	0,94	1e ⁻⁸	0,03001	7,1
SE	1,7683	1,7426	2,1832	—	—	2,0886	1,7773	2,641	1,8103	2,6790	—	—	—	—	—	—
t value	17,739	178,88	61,44	—	—	13,30	14,85	4,853	61,235	13,265	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	0,293	1,094	—	—	2,434	-0,224	-0,007	0,747	—	—	—	0,63	0,74	4e ⁻⁵	0,03795	7,9
SE	3,9047	4,8357	—	—	3,9227	3,9139	3,9047	4,8357	—	—	—	—	—	—	—	—
t value	66,148	15,95	—	—	20,483	187,61	66,148	15,95	—	—	—	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—	—	—	—
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	1 e ⁻⁶	3,425	0,474	—	—	1,395	0,570	4,002	—	0,010	-0,397	0,63	0,75	4e ⁻⁵	0,04117	3,9
SE	0,5801	1,1222	0,6797	—	—	0,6167	0,5800	0,5801	0,6848	0,6086	0,1474	—	—	—	—	—
t value	50,982	8,9074	8,3465	—	—	11,206	208,59	50,892	8,8924	11,184	25,937	—	—	—	—	—
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	—	—	—	—	—
Дров'яні дерева																
Newnham, 1998																

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Значення / Estimate	-3,946	0,555	5,503	-0,193	–	–	–	–	–	–	–	0,73	0,83	1e-8	0,03244	6,5
SE	0,1922	0,0184	0,0000	0,0438	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	21,656	236,22	79,404	15,377	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 1988																
Значення / Estimate	0,320	1,586	0,969	–	–	-1,677	0,154	-2,760	2,027	-0,369	–	0,91	0,94	1e-8	0,0279	7,8
SE	1,0311	1,0120	1,3401	–	–	1,2697	1,0378	1,6809	1,0623	1,7095	–	–	–	–	–	–
t value	12,927	132,96	45,484	–	–	9,6247	10,777	3,3285	45,328	9,5948	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	5,437	0,276	–	–	5,750	-2,985	-0,005	1,046	–	–	–	0,67	0,71	3e-5	0,0388	7,5
SE	0,2343	1,7770	–	–	0,2642	0,2495	0,2343	1,7770	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	103,36	20,191	–	–	27,703	304,61	103,36	20,191	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	0,000	2,948	0,885	–	–	0,954	1,741	2,834	-95,862	0,007	-0,361	0,63	0,66	4e-5	0,0399	7,9
SE	1,1201	2,0740	1,2954	–	–	1,1846	1,120	1,1201	1,3043	1,1703	0,0635	–	–	–	–	–
t value	89,802	15,772	14,785	–	–	19,816	367,10	89,644	15,746	19,778	22,286	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–
Дерева сосни звичайної в ТЛУ C ₂ -C ₃																
Ділові дерева																
Newnham, 1998																
Значення / Estimate	15,846	3,283	– 11,727	0,259	–	–	–	–	–	–	–	0,68	0,71	1e-8	0,0341	7,5
SE	0,2507	0,0240	0,0011	0,0572	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	27,746	307,21	88,79	20,057	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 1988																
Значення / Estimate	0,382	1,362	0,988	–	–	-1,081	0,121	-1,718	1,293	-0,039	–	0,84	0,89	1e-7	0,0399	5,7
SE	0,3443	0,3223	0,6998	–	–	0,6188	0,3520	1,0920	0,3802	1,1249	–	–	–	–	–	–
t value	14,033	152,15	51,495	–	–	10,233	11,558	2,988	51,316	10,199	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	0,652	0,817	–	–	2,690	-0,336	-0,003	-0,056	–	–	–	0,71	0,73	1e-8	0,03671	6,9
SE	3,785	4,123	–	–	3,792	3,789	3,7853	4,1231	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	26,36	8,1545	–	–	9,799	70,424	26,364	8,1545	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	0,861	1,110	-0,095	–	–	0,217	-0,449	0,736	-0,805	0,007	-0,443	0,63	0,64	1e-8	0,03144	7,9
SE	0,8701	1,5769	1,000	–	–	0,9179	0,870	0,8701	1,0066	0,9073	0,9916	–	–	–	–	–
t value	66,58	11,73	10,996	–	–	14,72	272,1	66,467	11,708	14,696	271,52	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–
Напівділові дерева																
Newnham, 1998																
Значення / Estimate	0,444	-0,251	0,227	1 e-5	–	–	–	–	–	–	–	0,72	0,75	1e-6	0,03662	6,5
SE	0,6163	0,4476	0,4305	0,4722	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	21,085	229,13	66,528	15,361	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 1988																

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Значення / Estimate	0,583	1,208	0,992	–	–	-0,958	0,108	-1,612	1,150	0,039	–	0,86	0,89	1e ⁻⁶	0,0300	5,2
SE	0,480	0,469	0,654			0,615	0,484	0,847	0,4975	0,8635	–	–	–	–	–	–
t value	7,208	75,10	25,62			5,3404	5,992	1,7792	25,534	5,3235	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	1,872	0,534	–	–	3,351	-2,867	-0,001	0,130	–	–	–	0,71	0,75	1e ⁻⁵	0,03794	6,0
SE	2,177	2,6151			2,1854	2,1812	2,1769	2,6151	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	31,468	7,845			9,979	88,63	31,468	7,8450	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	0,839	1,310	-0,318	–	–	0,352	-0,836	0,742	-0,694	0,002	-0,292	0,77	0,79	2e ⁻⁵	0,03874	6,2
SE	0,3480	0,8818	0,4461			0,3841	0,3479	0,3480	0,4511	0,3761	0,4398	–	–	–	–	–
t value	49,982	8,5484	7,9960			10,812	205,18	49,893	8,5336	10,790	204,77	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–
Дров'яні дерева Newnham, 1998																
Значення / Estimate	0,530	0,250	0,296	0,000	–	–	–	–	–	–	–	0,72	0,73	1e ⁻⁸	0,0301	8,3
SE	0,4354	0,3292	0,3184	0,3447	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	13,324	144,33	41,939	9,7201	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 1988																
Значення / Estimate	0,314	1,453	0,984	–	–	-0,711	0,096	-1,371	0,880	0,150	–	0,86	0,88	1e ⁻⁷	0,03278	7,6
SE	0,2426	0,2329	0,3999			0,3641	0,2461	0,5734	0,2585	0,5880	–	–	–	–	–	–
t value	6,2983	67,401	22,871			4,6172	5,2035	1,4121	22,791	4,6019	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (1)																
Значення / Estimate	1,657	0,591	–	–	2,541	-1,302	-0,003	0,178	0,880	0,150	–	0,72	0,73	2e ⁻⁵	0,03529	6,5
SE	1,3417	2,1532			1,3574	1,3497	1,3417	2,1532	–	–	–	–	–	–	–	–
t value	55,589	11,839			15,791	161,45	55,589	11,839	–	–	–	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–	–	–	–
Kozak, 2004 (2)																
Значення / Estimate	1,105	1,200	-0,274	–	–	0,227	-0,694	0,826	-4,126	0,000	-0,277	0,74	0,77	1e ⁻⁵	0,03187	8,7
SE	0,1795	0,6288	0,2621			0,2099	0,1795	0,1795	0,2663	0,2032	0,2568	–	–	–	–	–
t value	41,956	7,0817	6,6168			8,9865	172,59	41,881	7,0693	8,9688	172,24	–	–	–	–	–
Approximate p value	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	–	–	–	–	–

Примітка: SE – наближена похибка; Approximate p value – наближене p value.

Обговорення результатів дослідження. Більшість опублікованих рівнянь твірної поверхні стовбура було розроблено для певного виду, і часто їх ефективність порівнюють з обмеженою кількістю альтернативних модельних форм. Тому необхідне та корисне подальше вивчення характеристик рівнянь профілю твірної поверхні стовбура та розширення їх використання на інші види, окрім тих, для яких вони були спочатку розроблені. Наприклад, у роботі [25] порівняли 31 різну модельну форму для *Pinus pinaster* Ait. в Іспанії та виявили, що змінні функції твірної поверхні стовбура забезпечують найточніші прогнози діаметрів без кори, зокрема рівняння Kozak (2004). Однак автори в роботі [25] не порівнювали ефективність рівнянь твірної поверхні стовбура у прогнозуванні об'єму стовбура. У роботах [13, 14] ви-

явили, що сумісні рівняння твірної поверхні стовбура, запропоновані Fang (2000), добре працюють для прогнозування як форми (твірної поверхні), так і об'єму стовбура дерева.

Багато дослідників вважають, що крона дерева сильно впливає на форму його стовбура, оскільки фотосинтезувальний апарат забезпечує вуглеводи для росту дерева, а їх вертикальний розподіл впливає на формування стовбура згідно з формулою Larson (1963). Розмір крони також визначає характер росту вздовж стовбура, оскільки він впливає на ступінь тиску вітру на дерево. Однак немає єдиної точки зору щодо того, чи варто враховувати розміри крони в рівняннях твірної поверхні стовбура, оскільки попередні дослідження показали неоднозначні результати щодо переваг додавання змінних крони в моделі твірної поверхні стовбура [25].

У роботі [18] встановили, що додавання змінної коефіцієнта крони покращило відповідність та прогностичні можливості в рівнянні твірної поверхні стовбура Kozak (1988) для *Pinus contorta* Dougl. ex. Loud, але не виявили покращення для кількох інших видів, враховуючи *Populus tremula* (L.), *Thuja plicata* Donn ex. D. Don та *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco. Дослідники також перевірили, чи значення показника варіації для крони покращує модель твірної поверхні стовбура, але не виявили покращення для жодного з чотирьох досліджених видів [18]. У роботі [25] виявили значний зв'язок між довжиною крони, коефіцієнтом крони та оцінками випадковими ефектами для параметрів у рівнянні твірної поверхні стовбура Max і Burkhart (1976) для сосни *Pinus taeda* (L.) [25]. Також встановлено, що додавання значення коефіцієнта крон як предикторної змінної до рівняння твірної поверхні стовбура Jiang (2005) забезпечило незначні покращення для опису твірної поверхні стовбура *Liriodendron tulipifera* (L.) [25], тоді як використання рівняння виду Burkhart і Walton (1985) не дало змоги встановити сильний зв'язок між коефіцієнтом крон та покращеними прогнозами для *Liriodendron tulipifera* для деревостанів зі значним значенням відносної повноти [3].

В Акадійському регіоні Північної Америки, який містить східний Мен та частину східної Канади, ялиця бальзамічна (*Abies balsamea* (L.)), ялина червона (*Picea rubens* Sarg.) та сосна Веймутова (*Pinus strobus* (L.)) є трьома основними видами хвойних порід, оскільки вони наразі становлять понад 30 % вкритих лісовою рослинністю площ у штаті Мен (McWilliams et al., 2005). Однак широко використовуваного регіонального рівняння твірної поверхні стовбура наразі не існує, і рівняння об'єму Honeg (1965) [25], розроблені понад чотири десятиліття тому, досі є найпоширенішим інструментом, що використовується для оцінювання об'єму [29]. Дослідники зазначили, що рівняння об'єму Honeg (1965) має тенденцію занижувати об'єм стовбура в середньому на понад 11 %, а зміщення збільшувалося з розміром дерева для ялиці бальзамічної, особливо у проріджених насадженнях [25]. У роботі [29] виявили подібний рівень зміщення у рівнянні об'єму Honeg (1965), а також у кількох інших додаткових рівняннях об'єму, доступних у регіоні, як для ялиці бальзамічної, так і для червоної ялини.

Дані Honeg (1965) спочатку було зібрано для побудови регіональних таблиць об'єму та видових чисел класів для Департаменту земельних ресурсів та лісів Онтаріо. Дерева було відібрано в різних місцях по всій центральній та східній Канаді. Вимірювання окремих дерев проводили на рівні пня, висоті грудей та через кожні 1/10 секції вище висоті грудей. Були зафіксовані як висота основи та дата початку росту, так і загальна висота дерева та висота до основи живої крони. Набір даних охоплював широкий діапазон типів і вікових груп насаджень [25, 29].

Дані дослідження [4] було спочатку зібрано між 1970 і 1977 роками. Насадження були розташовані по всьому східному, північному та західному Мену. Більшість дерев були молодші за 50 років на висоті грудей та з одновікових ялицево-ялицевих насаджень. Дерева були зрубані, а дані для розроблення моделі твірної поверхні стовбура було взято на висоті пня, висоті грудей та кожні 1,22 м (4 фути) вище висоті грудей, з вимірю-

ванням глибини та дати росту на кожній ділянці. Дерева систематично відбирали для охоплення діапазону діаметрів у межах насадження з акцентом на домінантних та кодомінантних особинах. Висоту до основи живої крони було зафіксовано для більшості дерев [3].

Дані дослідження [19] було зібрано у 2002 р. з 12 постійних дослідницьких установок, розкиданих по північно-східному Мену. Дерева були з непроріджених, одновікових насаджень ялицево-ялицевих деревостанів, які були призначені для доглядових рубань. Дерева було взято з різних класів крон, а діаметр крони змінювався від 4,9 до 34,3 см. Дерева були зрубані, а вимірювання висоти та дати народження дерева проводили на висоті пня, висоті грудей та кожні 1 м вище висоті грудей. Дослідницькі ділянки [14] розташовувалися на дослідних ділянках Університету штату Мен, а описані і порівняні у роботі [25] перебували в сусідньому експериментальному лісі Пенобскот Лісової служби США. Обидва лісових масиви розташовані в межах 10 км від Ороно, штат Мен (44,89 пн. ш., 68,69 зх. д.) і межують з центральною та південною кліматичними зонами штату [2]. Дані аналізу стовбура були зібрані з різних класів крон.

Набір даних досліджень [2, 7] містив дерева як з проріджених, так і з непроріджених насаджень. Хоча проріджування може впливати на конусність стовбура як у ялиці бальзамічної, так і у червоної ялини, вплив є відносно незначним і його можна значною мірою пояснити за допомогою відповідної моделі Weiskittel (2009).

У дослідженні [13] для оцінювання точності моделі було обрано десять поширених та ефективних рівнянь його твірної поверхні. Серед них: Max і Burkhart (1976), Kozak (2004) модель 3 (що інакше називають модель 2004 1), Kozak (2004) модель 4 (що називають модель 2004 2), Bi (2000), Zakrzewski (1999), Valentine і Gregoire (2001), Sharma і Zhang (2004), Sharma і Parton (2009), Clark (1991) і Fang (2000). Моделі Max і Burkhart (1976) і Clark (1991) – це сегментовані рівняння твірної поверхні стовбура, модель Fang (2000) є сумісною об'ємно-конусною моделлю та моделлю, розробленою на підставі старого видового числа, тоді як усі сім інших рівнянь твірної поверхні стовбура мають або змінний показник Kozak (2004), Sharma і Parton (2009), Sharma і Zhang (2004), або змінну форму – Bi (2000); Valentine і Gregoire (2001), Zakrzewski (1999) [19, 25, 29].

У рівнянні Clark (1991) функція представляє результати вимірювання діаметрів у корі на висоті 5,27 м. Враховуючи, що рівняння твірної поверхні стовбура, які включають вимірювання верхньої частини стовбура, зазвичай є точнішими порівняно із тими, що їх не включають. Рівняння виду Kozak (1998) було розроблено для прогнозування необхідних вимірювань верхньої частини стовбура, щоб забезпечити сумісність з іншими досліджуваними рівняннями його твірної поверхні. У цьому аналізі діаметри на висоті 5,27 м спочатку були отримані за допомогою лінійної інтерполяції, а потім прогнозовані для кожного дерева за допомогою форм рівнянь, представлених у Jiang (2005), оскільки це вимірювання зазвичай не проводиться під час лісових інвентаризацій. У цьому дослідженні було використано значення верхнього діаметра на висоті 5,27 м, отримані за допомогою обох способів – інтерполяції та математичного моделювання [8, 21].

Рівняння твірної поверхні стовбура є дієвими інструментами для прогнозування росту та продуктив-

ності як окремих дерев, так і деревостанів, але вибір відповідної моделі, яка добре працює для кількох видів та різних умов насадження, може бути складним через різноманітність форм крон, способів ведення господарства та ін. Часто у дослідженнях складено велику регіональну базу даних для екологічно різних видів хвойних дерев та використано для порівняння десяти поширених рівнянь його твірної поверхні. Для всіх видів рівняння твірної поверхні стовбура зі змінною експонентою моделі 02 Kozak (2004) та сегментоване рівняння твірної поверхні стовбура Clark (1991) були визначені як найнадійніші та найточніші рівняння твірної поверхні стовбура для прогнозування як діаметра у корі, так і загального об'єму стовбура відповідно [8, 22]. Рівняння твірної поверхні стовбура Valentine і Gregoire (2001), яке містить загальну висоту основи крони як вхідну змінну, добре показало прогнози форми та об'єму стовбура для ялиці бальзамічної. Внесення таких параметрів крони, як коефіцієнт крони та довжина крони, тільки незначно покращило прогнози форми стовбура, незважаючи на великий діапазон розмірів крон, доступних у здійсненому аналізі. Однак внесення коефіцієнта крони значно покращило прогнози об'єму стовбура для ялиці бальзамічної. Порівняно із широко використовуваним регіональним рівнянням об'єму Honer (1965), більшість рівнянь твірної поверхні стовбура у здійснених дослідженнях мають кращу прогностичну здатність для оцінювання об'єму стовбура окремого дерева [7].

Раніше було показано, що рівняння моделі 02 Kozak (2004) добре працює для низки видів та біогеокліматичних зон. Для *Pinus pinaster* в Іспанії також виявили, що модель 02 Kozak (2004) мала найнижчу середньоквадратичну похибку (*MSE*) із 31 різних рівнянь твірної поверхні стовбура для прогнозування росту, і її *MSE* була на 4,5 % нижчою, ніж найближче адекватне рівняння [8, 22, 25]. Рівняння твірної поверхні стовбура Clark (1991) також було розроблено для ефективної роботи для кількох видів, оскільки воно спочатку застосовувалося до 58 різних деревних видів на півдні США. Порівняно з рівнянням Max і Brukhard (1976), Jiang (2005) виявили, що Clark (1991) зменшили стандартну похибку оцінювання на 16–23 % під час прогнозування діаметра стовбура як у корі, так і без кори для дерев тополі жовтої. Під час прогнозування діаметра у корі у цьому дослідженні найкраще рівняння залежало від виду, оскільки рівняння Kozak (2004) Модель 02 мало середньоквадратичне відхилення (*RMSE*), яке було нижчим, ніж наступне найкраще рівняння для червоної ялини та сосни Веймута відповідно.

Окрім цього, рівняння моделі 02 Kozak (2004) забезпечувало плавний безперервний профіль твірної поверхні стовбура для кожного дерева, тоді як інші рівняння твірної поверхні стовбура, такі як рівняння Valentine і Gregoire (2001) та Clark (1991), описували форму дерева у трьох сегментованих ділянках.

Рівняння твірної поверхні стовбура повинно не тільки добре передбачати форму стовбура, але й забезпечувати точні оцінки об'єму стовбура. Відносно обмежена кількість досліджень порівнювала точність рівнянь твірної поверхні стовбура у прогнозуванні фактичного об'єму стовбура через складність вимірювання справжнього об'єму стовбура. Сумісні рівняння твірної поверхні стовбура та об'єму пропонують декілька переваг, таких як адитивність та гнучкість порівняно із тради-

ційними рівняннями твірної поверхні стовбура [14]. У дослідженні [13] порівняли 15 різних сумісних рівнянь твірної поверхні стовбура для сосни звичайної (*Pinus sylvestris* (L.)) та виявили, що сумісна система твірної/об'єму Fang (2000) забезпечує найкращу загальну продуктивність в оцінюванні загального об'єму стовбура, тоді як прогнозування форми стовбура було подібним до тих, що надаються рівнянням безперервної змінної форми [13]. Подібний результат нещодавно було отримано у дослідженні [11] для п'яти основних видів сосни в Дуранго, Мексика. Хоча порівняння переваг сумісних і традиційних рівнянь твірної поверхні стовбура не було явною метою цього аналізу, встановлено, що рівняння Fang (2000) добре справляється з оцінкою загального об'єму стовбура, але його середньоквадратичне відхилення (*RMSE*) для об'єму було подібним, а в деяких випадках трохи гіршим, ніж у несумісних рівнянь твірної поверхні стовбура [11].

Цікаво, що Fang (2000) рівняння в основному використовувалося для видів *Pinus*, і це рівняння найкраще показало себе для прогнозування об'єму стовбура сосни Веймута у дослідженні [13]. Однак інші моделі загалом перевершували Fang (2000) для прогнозування форми стовбура, що свідчить про наявність певних компромісів для забезпечення сумісності, які необхідно враховувати при виборі відповідної моделі. Як згадувалося вище, однією з альтернатив вибору "найкращого" рівняння твірної поверхні стовбура є використання середнього геометричного значення всіх прогнозів [29]. Як для прогнозів форми стовбура, так і для його об'єму цей метод забезпечив найкращі прогнози відносно ефективності будь-якого заданого рівняння. Це вказує на те, що це може бути життєздатним варіантом, коли для цього виду існує декілька рівнянь твірної поверхні стовбура, і зменшує складність вибору "найкращого" рівняння, яке зазвичай залежить від набору даних.

У попередніх дослідженнях [1, 18, 23] показано, що здатність змінних крони покращувати ефективність рівнянь твірної поверхні стовбура є видоспецифічною та, можливо, також специфічною для дослідження. Рівень покращення, ймовірно, є функцією природних змін розмірів крони, діапазону розмірів крони, представлених заданим набором даних, та чутливості конкретної форми моделі до додаткових коваріат.

Підсумовуючи наведене вище, можна зробити висновки, що вигляд рівняння твірної поверхні стовбура для досліджуваних деревних видів досить часто може залежати від параметрів крони в рівняннях його твірної поверхні.

Отже, внаслідок виконаної роботи можна сформулювати такі наукову новизну та практичну значущість результатів дослідження.

Наукова новизна отриманих результатів дослідження – удосконалено методику групування модельних дерев за категоріями технічної придатності, що істотно підвищує точність визначення діаметра стовбура на різних висотах від основи стовбура залежно від його діаметра на висоті 1,3 м та загальної висоти самого стовбура.

Практична значущість результатів дослідження – результати дослідження доцільно використати для подальшого моделювання розмірно-якісної структури стовбурів сосни звичайної у різних типах лісорослинних умов Волинської височини, зокрема – для розроб-

лення нормативно-таксаційного забезпечення для сортиментного оцінювання стовбурів дерев сосни звичайної в групах типів лісорослинних умов В₂-В₃ та С₂-С₃.

Висновки / Conclusions

Промодельовано збіг стовбурів сосни звичайної за різних типів лісорослинних умов на території Волинської височини, що дало змогу обчислити параметри математичних моделей їхніх твірних поверхонь і визначити кращу з них за результатами аналізу їхньої точності та адекватності. За результатами проведеного дослідження можна зробити такі основні висновки.

1. Древа різних категорій технічної придатності (ділові, напівділові та дров'яні) різняться між собою такими таксаційними ознаками, як об'єм стовбура та старе вислове число. У такий спосіб встановлено статистично значущу різницю між деревами відповідних категорій технічної придатності в межах досліджуваних груп типів лісорослинних умов – свіжого та вологого субору (В₂ та В₃) і свіжого та вологого сугруду (С₂ та С₃). Це також свідчить про відмінності у формі стовбурів та їх збіжності.
2. Математичні моделі Newnham (3), Kozak (1988) (4), Kozak (2004) модель 1 (5) та Kozak (2004) модель 2 (6), опрацьовані за трьома групами категорій технічної придатності, засвідчили досить високу точність (стандартна похибка залишків змінюється в межах 0,03010–0,0417). Отримані рівняння для встановлених груп категорій технічної придатності здатні ефективно відображати збіг стовбурів різної форми.
3. Оцінка достовірності та адекватності рівняння емпіричним даним дає підстави стверджувати, що серед розглянутих точнішою виявилася математична модель Козак (1988) (4). Цю функцію доцільно застосувати для подальшого моделювання розмірно-якісної структури стовбурів сосни звичайної у різних типах лісорослинних умов Волинської височини.

References

1. Bi, H. (2000). Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus. *Forest Science*, 46, 397–409. <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.3.397>
2. Briggs, R. D., & Lemin, R. C. Jr. (1992). Delineation of climatic regions in Maine. *Canadian Journal of Forest Research*, 22, 801–811. <https://doi.org/10.1139/x92-109>
3. Burkhart, H. E., & Tome, M. (2012). *Modeling Forest Trees and Stands*. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-3170-9>
4. Burkhart, H. E., & Walton, S. B. (1985). Incorporating crown ratio into taper equations for loblolly pine trees. *Forest Science*, 31, 478–484. <https://doi.org/10.1139/x92-109>
5. Bychenko, V. B., & Myroniuk, V. V. (2019). Some peculiarities of stem taper modelling of common oak trees. *Scientific Bulletin of UNFU*, 29(5), 69–74. <https://doi.org/10.15421/40290514>
6. Chi, E. M., & Reinsel, G. C. (1989). Models for longitudinal data with random effects and AR(1) errors. *Journal of the American Statistical Association*, 84, 452–460. <https://doi.org/10.1080/01621459.1989.10478790>
7. Clark, III, A. C., Souter, R. A., & Schlaegel, B. E. (1991). Stem profile equations for southern tree species. *USDA for Southern Research*. SE-282. Asheville, NC, 113. <https://doi.org/10.2737/SE-RP-282>
8. Clutter, J. L., Fortson, J. C., Pienaar, L. V., Brister, G. H., & Bailey, R. L. (1983). *Timber management: a quantitative approach*. John Wiley & Sons. URL: <https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/19840691762>
9. Corral-Rivas, J. J., Diéguez-Aranda, U., Rivas, S. C., & Dorado, F. C. (2007). A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management*, 238, 118–129. <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2006.09.074>
10. Datsyuk, V. V. (2021). An evaluation of the conservation status of the forest vegetation of the Volyn Upland (Ukraine). *Environmental & Socio-economic Studies*, 9(1), 44–52. <https://doi.org/10.2478/environ-2021-0005>
11. Davidian, M., & Giltinan, D. M. (1995). *Nonlinear Models for Repeated Measurement Data*, 1st Edition. Chapman & Hall, 360 p. <https://doi.org/10.1201/9780203745502>
12. Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., & Rojo, A. (2006). Compatible taper function for plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36, 1190–1205. <https://doi.org/10.1139/x06-008>
13. Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented stem form factors. *Forest Science*, 46, 1–12. <https://doi.org/10.3390/f12000145>
14. Farrar, R. M., & Murphy, P. A. (1987). Taper functions for predicting product volumes in natural shortleaf pine. *US Forest Service Research Paper*. SO-234, Asheville, NC, 9 p. URL: https://www.srs.fs.usda.gov/pubs/rp/rp_so234.pdf
15. Fonweban, J., Gardiner, B., & Auty, D. (2012). Variable-top merchantable volume equations for Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry*, 85(2), 237–253. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpr069>
16. Fonweban, J., Gardiner, B., Macdonald, E., & Auty, D. (2011). Taper functions for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry*, 84(1), 49–60. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpq043>
17. Hrynyk, H. H., Zadorozhnyy, A. I., & Hrynyk, O. M. (2021). The trunk bioproductivity of spruce stands of the Polonyn ridge of the Ukrainian Carpathians. *Scientific Bulletin of UNFU*, 31(6), 26–34. <https://doi.org/10.36930/40310603>
18. Kozak, A. (1988). A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*, 18, 1363–1368. <https://doi.org/10.1139/x88-213>
19. Kozak, A. (1998). Effects of upper stem measurements on the predictive ability of a variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*, 28, 1078–1083. <https://doi.org/10.1139/x98-120>
20. Kozak, A. (2004). My last words on taper equations. *The Forestry Chronicle*, 80, 507–514. <https://doi.org/10.5558/tfc805074>
21. Kyslyuk, V. V., & Hrynyk, H. H. (2024). The breast height form factors of scots pine trees in fresh mixed broad-leaf forests on the border of the distribution of pine forest types in the Volhynian Upland. *Scientific Bulletin of UNFU*, 34(2), 7–16. <https://doi.org/10.36930/40340201>
22. Kyslyuk, V. V., & Hrynyk, H. H. (2025). Forestry and assessments characteristics of the state forest areas at the Volhynian uplands. *Scientific Bulletin of UNFU*, 35(1), 16–25. <https://doi.org/10.36930/40350102>
23. Li, R., & Weiskittel, A. R. (2010). Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Annals of Forest Science*, 67, 302 p. <https://doi.org/10.1051/forest/2009109>
24. Max, T. A., & Burkhart, H. E. (1976). Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, 22, 283–289. <https://doi.org/10.1093/forestscience/22.3.283>
25. Myroniuk, V. V., & Polishchuk, V. V. (2016). Comparative analysis of different approaches to modeling the taper equation of silver birch. *Forestry and horticulture*, 9, 123–132. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/licgoc_2016_9_9
26. Portakh, S. V., Horoshko, M. P., & Havryliuk, V. V. (2019). Predicting under-bark diameter on different height of the tree stems of white fir in Ukrainian Carpathians. *Scientific Bulletin of UNFU*, 29(5), 56–59. <https://doi.org/10.15421/40290511>
27. Socha, J. (2002). A taper model for Norway Spruce (*Picea abies* (L.) Karst.). *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities*, 5(2), 123–132. URL: <http://www.ejpau.media.pl/volume5/issue2/forestry/art-03.html>

28. Zakrzewski, W. T. (1999). A mathematically tractable stem profile model for jack pine in Ontario. *Northern Journal of Applied Forestry*, 16, 138–143. <https://doi.org/10.1093/njaf/16.3.138>
29. Zhang, Y., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2002). Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight

system for intensively managed, fast growing loblolly pine. *Forest Science*, 48, 595–607. <https://doi.org/10.1093/forestscience/48.3.595>

V. V. Kyslyuk¹, H. H. Hrynyk²

¹ Ukrainian National Forestry University, Lviv, Ukraine

² University of Lodz, Tomaszów Mazowiecki, Poland

MODELING THE TAPER EQUATION OF SCOTTISH PINE IN PREVAILING TYPE OF SITE CONDITIONS AT THE VOLHYNIAN UPLANDS

The peculiarities of the formation of the taper equation of the trees of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) trunks in different groups of forest type site conditions of the Volhynian Uplands were studied. A total of 14 test plots were established in the groups of type of site conditions of fresh and moist mixed coniferous forests (B₂ and B₃) and fresh and moist mixed broadleaf forests (C₂ and C₃). The dependence of the trunk shape on the total height and diameter at a height of 1.3 m (*dbh*) was analyzed. A statistically significant difference in the indicators of assessments features of Scots pine tree trunks of different categories of technical suitability was established. Statistical processing of empirical data made it possible to identify the appropriate empirical source material for modeling the forming surface of Scots pine tree trunks within the groups of type site conditions and groups of categories of technical suitability. It was found that, with the same quality classes, Scots pine trees in type site conditions C₂ and C₃ prevail in terms of tree diameters in type site conditions B₂ and B₃. It was also found that in type site conditions C₂ and C₃ have higher values of trunk volumes of Scots pine trees, and breast height form factors, on the contrary, have lower values. Scots pine trees in the conditions of fresh and wet mixed broadleaf forest also have more convergent trunks, compared to trees growing in the conditions of fresh and wet mixed coniferous forests. As models of the generating surface of trunks, the exponential-power mathematical equations of R. Newnham (1992), A. Kozak (1988), A. Kozak (2004) model 1 and A. Kozak (2004) model 2 were tested. The selection of equation parameters was performed for a total sample of 344 model trees with uprooting for the corresponding groups of technical suitability categories and groups of forest site types conditions. The selection of equation parameters was carried out by the least squares method using the MS Excel application package. According to the results of assessing the level of reliability and adequacy of the equation to empirical data, the mathematical model of A. Kozak (1988) was used to model the taper equation. The equation of this mathematical model of the dependence of the taper equation on the *dbh* and the height of the tree trunk is advisable to use for further modeling of the dimensional and qualitative structure of Scots pine trunks in different types of type of site conditions of the Volhynian Uplands.

Keywords: trunk shape; trunk convergence; assessment features; biometric indicators; model accuracy; model adequacy.