



Р. І. Майсаківський, М. В. Степаняк

Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИМІРЮВАННЯ ВНУТРІШНЬОЇ ТЕМПЕРАТУРИ ТІЛА ЛЮДИНИ РАДІОТЕРМОМЕТРОМ

Розглянуто принципи роботи радіотермометра під час вимірювання внутрішньої температури тіла людини, що ґрунтуються на фізичних законах теплового випромінювання, зокрема – закону Планка, закону Релея-Джинса, рівняннях теплопровідності та згасання хвиль за законом Бугера-Ламберта, а також температурні властивості тканин, на яких проводять моделювання процесу вимірювання. Запропоновано математичну модель, розроблену для аналізу впливу параметрів роботи радіотермометра, а також впливу характеристик тканин, на яких проводили дослідження щодо вимірювання внутрішньої температури тіла людини. Модель враховує багат шаровість біологічних тканин, теплофізичні властивості кожного шару та метаболічну активність тканин, що впливає на внутрішнє теплове поле, а також параметри роботи радіотермометра, такі як довжина хвилі, частота хвилі, задана глибина вимірювання та інші. Математичну модель реалізовано мовою програмування Python з подальшим моделюванням розподілу температури тканин і вимірювання теплового випромінювання залежно від конфігурації пристрою, а також від характеристик тканини, що дає змогу виконувати числові експерименти для валідації та калібрування параметрів роботи радіотермометра. Оцінено вплив глибини вимірювання температури, довжини хвилі, частоти хвилі та характеристик тканин на методологічну похибку вимірювання температури пристроєм, які можна використати для удосконалення роботи та калібрування радіотермометра. Встановлено, що згасання хвиль істотно впливає на глибину проникнення сигналу, а також на точність вимірювань, особливо у випадку тканин з високими коефіцієнтами поглинання. Результати вимірювання, отримані з математичної моделі, узгоджуються з фізичними принципами та законами, які описують властивості хвиль та температури. Це дослідження забезпечує основу для підвищення точності неінвазивних вимірювань внутрішньої температури тіла людини за допомогою радіотермометрів та адаптації пристроїв для конкретних застосувань.

Ключові слова: виявлення патологій; інвазивне втручання; термодіагностика; термографія; мікрохвильова радіотермометрія.

Вступ / Introduction

Термодіагностика є важливим методом неінвазивного дослідження, який базується на аналізі температурних характеристик тканин людського тіла. Цей підхід використовують для виявлення патологічних змін, таких як запалення, новоутворення чи інші захворювання, що супроводжуються локальними змінами температури. Основна перевага термодіагностики полягає у її здатності забезпечувати раннє виявлення патологій без потреби інвазивного втручання, що є особливо важливим для пацієнтів, які прагнуть уникнути травматичних методів діагностики.

Одним із ключових інструментів термодіагностики є радіотермометр, що дає змогу вимірювати внутрішню температуру тканин на різній глибині. Для підвищення точності таких вимірювань важливо розуміти, як різні параметри роботи пристрою впливають на результати дослідження. Математична модель, що описує фізичні процеси вимірювання, дає змогу аналізувати ці параметри, такі як частота вимірювання, довжина хвилі та

глибина проникнення сигналу.

Розроблення математичної моделі та реалізація її програмного коду в середовищі MATLAB або Python дає змогу проводити числові експерименти. Завдяки цьому можна оцінити вплив ключових параметрів на точність і ймовірну достовірність вимірювань, а також розробити рекомендації для калібрування реальних пристроїв. Такий підхід не тільки покращує ефективність радіотермометрів, а й сприяє їхньому подальшому удосконаленню для практичного використання у медичній діагностиці.

Об'єкт дослідження – моделювання процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини.

Предмет дослідження – методи і засоби встановлення взаємозв'язку між точністю вимірювання внутрішньої температури тіла людини та параметрами роботи радіотермометра, що дасть змогу адаптувати його для виконання конкретних застосувань.

Мета роботи – розробити математичну модель процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини.

Інформація про авторів:

Майсаківський Роман Іванович, аспірант, кафедра комп'ютеризованих систем автоматики, інституту комп'ютерних технологій та метрології. Email: maisakovsky@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0003-5816-0701>

Степаняк Михайло Васильович, канд. техн. наук, доцент, кафедра комп'ютеризованих систем автоматики, інституту комп'ютерних технологій та метрології. Email: mystepanyak@ukr.net; <https://orcid.org/0009-0003-5816-0701>

Цитування за ДСТУ: Майсаківський Р. І., Степаняк М. В. Математичне моделювання процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини радіотермометром. Науковий вісник НЛТУ України. 2025, т. 35, № 2. С. 140–145.

Citation APA: Maisakovskiy, R. I., & Stepanyak, M. V. (2025). Mathematical modeling of the process of measuring human internal body temperature using a radiothermometer. *Scientific Bulletin of UNFU*, 35(2), 140–145. <https://doi.org/10.36930/40350216>

ни радіотермометром, що дасть змогу проаналізувати вплив його параметрів (довжини хвилі та частоти) і характеристик тканин (теплопровідність, поглинання) на точність результатів вимірювання та ефективність його роботи.

Для досягнення зазначеної мети визначено такі основні завдання дослідження:

- проаналізувати фізичні закони випромінювання температури, на підставі яких працює радіотермометр, що дасть змогу визначити основні фактори, які впливають на ефективність його роботи;
- розробити математичну модель для вимірювання температури за допомогою радіотермометра, що дасть можливість врахувати багатошаровість біологічних тканин, їхні теплофізичні властивості, а також особливості поширення електромагнітних хвиль;
- реалізувати математичну модель у програмному середовищі, що забезпечить можливість проведення числових експериментів, моделювання різних сценаріїв вимірювання та валідації отриманих результатів для підвищення точності роботи пристрою;
- оцінити отримані результати роботи математичної моделі, що допоможе визначити оптимальні параметри роботи радіотермометра, оцінити ступінь впливу характеристик тканин на точність вимірювань.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У сучасних дослідженнях значну увагу приділяють математичному моделюванню процесів вимірювання температури біологічних тканин [1, 8, 12]. Зокрема, розглядають різні підходи до опису взаємодії випромінювання з багатошаровими біологічними тканинами та їхнім термічним відгуком [9, 15, 17].

У дослідженні [8] наведено математичну модель нагрівання багатошарових біологічних тканин під дією лазерного випромінювання з урахуванням напівпрозорих границь між тканинами. Вперше розглянуто особливості поглинання та розсіювання випромінювання у напівпрозорих середовищах. Особливу увагу приділено впливу перфузії крові на теплообмін у тканинах. Отримані моделі можуть бути використані для прогнозування теплового впливу лазера на тканини, зокрема – у терапії та діагностиці.

У роботі [12] проведено моделювання розподілу температурного поля у біологічних тканинах у разі термічних уражень. Запропоновано математичну модель, що враховує багатошарову структуру біологічної тканини та розвинену мережу кровоносних судин як джерел тепловиділення. Особливу увагу приділено впливу порушень кровообігу на розподіл тепла у тканинах, що дає змогу оцінювати ступінь термічного ураження шляхом аналізу температурної різниці між здоровими та ураженими ділянками. Описано фізичну модель біологічної тканини, основні припущення для математичного опису процесів теплообміну та граничні умови, що враховують взаємодію тканини з довкіллям.

У роботі [1] розглянуто математичний підхід до моделювання розподілу температури у тканинах людини для неінвазивної діагностики за допомогою функції Баттерворта для апроксимації коливань температури, враховуючи як базову температуру тіла, так і локалізовані її підвищення внаслідок злоякісних пухлин. Моделюють процес вимірювання температури як зважений інтегральний показник за глибиною тканини, у якій проводять вимірювання, враховуючи функцію поля зору, що залежить від частоти та властивостей антени. Ці

моделі дають можливість створювати 2D- і 3D-теплові карти об'єкта моделювання. Дослідження також вказує на значення вибору мікрохвильової частоти для підвищення точності вимірювань.

У дослідженні [17] наведено підхід багатоканального прямого та інверсійного моделювання для неінвазивного вимірювання внутрішньої температури тіла людини. Дослідження зосереджено на мікрохвильовій радіометрії, наголошуючи на математичному моделюванні для реконструкції розподілу температури на підставі поверхневих вимірювань. Виведено рівняння внутрішньої температури тіла людини, інтегруючи вагові функції, які залежать від характеристик антени та діелектричних властивостей тканини. Розроблено алгоритми визначення похибок для радіометрів і запропоновано метод інверсії на підставі нейронної мережі для підвищення точності. Завдяки поєднанню методів, заснованих на фізичних явищах і методах машинного навчання, забезпечено надійну основу для підвищення точності вимірювання температури для моделювання біомедичної термографії.

У роботі [9] запропоновано підхід неінвазивної мікрохвильової термометрії з використанням спеціалізованого зонда та радіометра для оцінювання температури в багатошарових тканинах людини. Запропонований авторами метод спирається на моделювання термометрії для обчислення вагових функцій тканини, які описують вплив кожного шару у виміряну радіометричну потужність. Враховуючи діелектричні властивості тканин, перевірено модель за допомогою експериментального дослідження, продемонструвавши відстеження температури.

У дослідженні [15] описано підхід до вимірювання температури внутрішніх тканин людини за допомогою багаточастотної мікрохвильової радіометрії. Пропонують використання псевдокореляційних радіометрів, які дають можливість зменшити вплив шуму приймача та підвищити чутливість вимірювань. У дослідженні описано методи калібрування системи, які забезпечують точність відновлення температури. Наведено рівняння для розрахунку глибини проникнення електромагнітних хвиль у тканини, яке залежить від частоти випромінювання, діелектричних властивостей тканин і втрат енергії. Застосовано калібрування та корекцію похибок радіометрів на підставі математичних виразів, що враховують параметри шуму, відбиття сигналу та втрати в кабелях.

Проаналізувавши останні дослідження і публікації, з'ясовано, що математичне моделювання процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини є актуальним методом, який постійно вдосконалюють.

Результати дослідження та їх обговорення / Research results and their discussion

Вимірювання внутрішньої температури тіла людини радіотермометром базується на вимірюванні власного електромагнітного випромінювання внутрішніх частин тіла в області надвисоких частот.

Математична модель роботи радіотермометра базується на фізичних принципах випромінювання теплових хвиль тілом людини згідно із законом Планка і законом випромінювання Больцмана, а також на передачі цих хвиль через тканини. Математична модель роботи радіотермометра дає змогу визначати температуру внутрішніх тканин шляхом вимірювання інтенсивності мікрохвильового випромінювання [6, 7].

Основним компонентом математичної моделі роботи радіотермометра є фізичний закон випромінювання, описаний законом Планка [6]:

$$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu / kT) - 1}, \quad (1)$$

де: $I(\nu, T)$ – інтенсивність випромінювання з частотою ν і температурою T ; h – стала Планка; c – швидкість світла; k – стала Больцмана; T – температура об'єкта.

Для використання цього закону під час роботи радіотермометра, який зазвичай працює в діапазоні від 300 МГц до 10 ГГц, з довжиною хвилі від 5 мм до 1 м потрібно використовувати наближення закону Планка – закон Релея-Джинса, який краще надається для обчислення і спрощує формулу [6]:

$$I(\lambda, T) = \frac{2ck_B T}{\lambda^4}, \quad (2)$$

де: λ – довжина хвилі; T – температура; k_B – стала Больцмана; C – швидкість світла.

Наступним компонентом у математичній моделі є розподіл температури у тканинах залежно від теплопровідності та густини тканини (рівняння теплопровідності) [13]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \frac{q}{\rho c_p}, \quad (3)$$

де: T – температура; t – час; α – коефіцієнт теплопровідності; ρ – коефіцієнт щільності тканини; c_p – питома теплоємність; ∇^2 – оператор Лапласа другого порядку; q – джерело тепла у тканинах, наприклад метаболічна активність.

Також ще одним компонентом, який врахований у математичній моделі, є затухання електромагнітних хвиль у тканинах, описаний законом Бугера-Ламберта, а саме [2]:

$$I(d) = I_0 e^{-\mu d}, \quad (4)$$

де: I_0 – інтенсивність випромінювання на поверхні тканини; μ – коефіцієнт поглинання; d – глибина.

Останнім компонентом у математичній моделі процесу вимірювання температури радіотермометром буде суперпозиція сигналів від різних шарів тканини. Сигнал, який реєструє радіотермометр, є сумою випромінювання від різних шарів тканин, кожен з яких модифікується через поглинання та розсіювання [2, 6], тобто

$$S = \int_0^{d_{\max}} I(d) \times T(d) \times f(d) dd, \quad (5)$$

де: d – глибина; $T(d)$ – температура на глибині d ; $f(d)$ – функція передачі радіотермометра, що враховує апаратні характеристики.

Математичну модель реалізовано у вигляді програмного коду мовою Python, що дає змогу:

1. Задавати початкові параметри (частоту та довжину хвилі, властивості тканин).
2. Розв'язувати рівняння теплопровідності для розподілу температури у тканинах.
3. Обчислювати загальний сигнал, який реєструє радіотермометр, на підставі параметрів моделі.
4. Обчислити загасання сигналу з урахуванням частоти, глибини і тканини, у якій проводять вимірювання.
5. Візуалізувати вплив параметрів на точність та стабільність вимірювань.

Особливості роботи розробленої програми описано за посиланням [5]. Для виконання програми використано такі вхідні параметри, які за потреби можна зміню-

вати: глибина вимірювання від 0 до 5 см, температура поверхні тіла 310,15 K (37 °C), коефіцієнт теплопровідності тканин 0,5 (що відповідає теплопровідності м'язових тканин), метаболічна теплота, що генерується тканинами 5000 W/m³ (м'язова тканина), густина тканини 1000 кг/m³, питома теплоємність 3500 Дж/кг·K, довжина хвилі 3 см, частота 1 ГГц. За вказаними параметрами отримано результати моделювання процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини радіотермометром, які показано на рис. 1-3.

Як результат виконання програми (див. рис. 1) наведено графік, який вказує, що на поверхні тканини температура тіла людини є нижчою, ніж на глибині, оскільки температура на глибині зазвичай є вищою, ніж на поверхні.

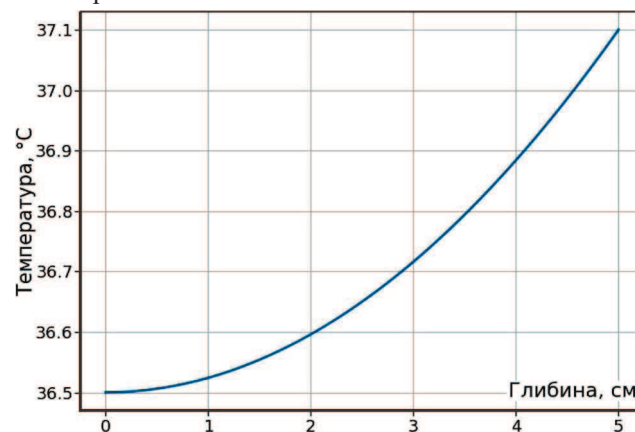


Рис. 1. Залежність температури тіла від глибини вимірювання / Temperature dependence on the measurement depth

Результати виконання програми на рис. 2 вказують на те, що на поверхні тканини тіла людини інтенсивність випромінювання є нижчою, ніж на глибині, оскільки інтенсивність випромінювання залежить від температури, а температура на глибині зазвичай є вищою, ніж на поверхні тіла, що збігається з графіком на рис. 1.

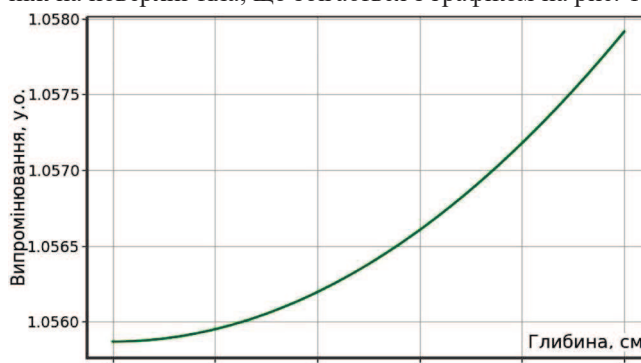


Рис. 2. Залежність інтенсивності випромінювання від глибини вимірювання / Dependence of radiation intensity on the measurement depth

На рис. 3 показано графік затухання хвиль через поглинання тканинами, яке описується експоненціальним законом. Якщо коефіцієнт поглинання великий, сигнал затухає швидше – це обмежує здатність пристрою вимірювати температуру на значних глибинах.

За допомогою математичної моделі отримано результати вимірювання на різних частотах хвиль та різних глибинах, що представлено на рис. 4. Згідно з даними цієї моделі, для вимірювання внутрішньої температури тіла людини краще підходять хвилі з вищою частотою, наприклад 10 ГГц, оскільки за такої частоти інтенсив-

ність вимірюваного випромінювання є вищою, що підвищує точність вимірювання.



Рис. 3. Залежність інтенсивності випромінювання від глибини вимірювання з урахуванням затухання хвиль / Dependence of radiation intensity on the measurement depth with wave attenuation

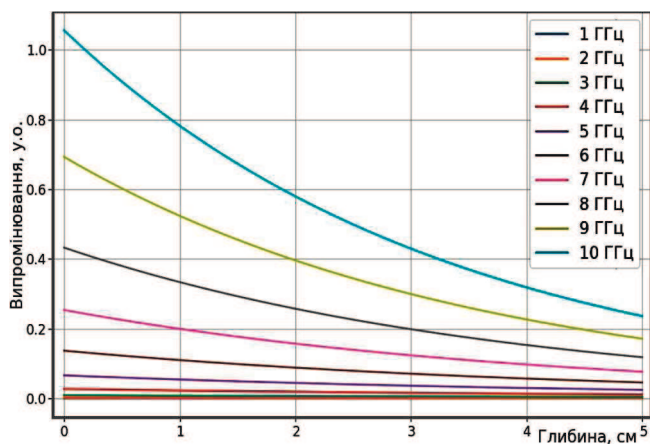


Рис. 4. Залежність інтенсивності випромінювання з різною частотою хвиль від глибини вимірювання з урахуванням затухання хвиль / Dependence of the radiation intensity with different wave frequencies on measurement depth, taking into account wave attenuation

Результати вимірювання, отримані з програми, реалізованої на підставі розробленої математичної моделі, узгоджуються з фізичними принципами та законами, які описують властивості хвиль та температури [4]. Математична модель роботи радіотермометра базується на фізичних принципах теплового випромінювання та враховує особливості поглинання мікрохвильових хвиль у тканинах. Така модель дає змогу конвертувати виміряну інтенсивність випромінювання у значення температури, що використовують для неінвазивної діагностики внутрішніх процесів в організмі.

Обговорення результатів дослідження. У роботі [2] автори дослідили теплові градієнти, що виникають під впливом випромінювання різної довжини хвилі та потужності. Використовують числові методи, зокрема – рівняння біотепла Пеннеса, метод кінцевих елементів та метод кінцевих різниць, реалізовані в MATLAB. Результати моделювання порівнюють з експериментальними даними, отриманими за допомогою тепловізорів. Виявлено, що метод кінцевих різниць дає точніші результати, а похибка між моделями і реальними вимірюваннями залежить від довжини хвилі лазера.

У дослідженні [14] створено математичну модель прогнозування змін температури. Запропонована модель дає змогу виявляти потенційні ураження стопи до появи клінічних симптомів, що робить її перспективною

для профілактики діабетичної стопи за допомогою інфрачервоної термографії. Основною перевагою дослідження є велика вибірка учасників і практичне застосування у вигляді "розумного носка".

У дослідженні [10] запропоновано математичну модель впливу лазерного випромінювання на температуру біологічних тканин. Основна мета – визначення оптимальних параметрів лазерного впливу для медичних застосувань, таких як лазерна терапія та хірургічні втручання. Розглядають різні математичні моделі теплообміну, враховуючи рівняння Пеннеса, модель Каттанео-Вернота, метод Монте-Карло, інтеграл Арреніуса та модель двофазного запізнення. Запропонована вдосконалена модель двофазного запізнення, яка враховує коефіцієнт поглинання біологічного середовища, дає змогу підвищити точність прогнозування температурного градієнта. Результати моделювання показують вплив лазерного випромінювання на різні типи тканин і підкреслюють необхідність точного підбору параметрів для запобігання небажаним побічним ефектам.

У роботі [3] розглянуто різні методи вимірювання температури людського тіла та їх інтерпретацію, приділяючи особливу увагу математичному моделюванню. Окрім інструментальних методів, таких як термографія та сенсорні пристрої, автори аналізують математичні підходи до оцінювання температури, що ґрунтуються на фізіологічних та екологічних факторах. Основні математичні методи, що розглядають: множинна регресія, авторегресійна модель, модель терморегуляції, фільтр Калмана.

У роботі [18] розглянуто навігаційну систему для роботи для малоінвазивної абдомінальної хірургії. Автори подали проєкт навігаційної системи для роботи для мінімальної черевної хірургії з візуальним керуванням, який міг би компенсувати дихальні рухи пацієнта. Наразі технологія комп'ютерної хірургічної навігації широко застосовується в таких галузях, як ортопедія та нейрохірургія, але в галузі інтервенційної хірургії про неї все ще рідко повідомляється. Дослідники подали систему хірургічної навігації, яка може бути застосована для інтерстиціального лікування. Багатоетапна техніка використовується для іммобілізації тіла пацієнта, складання плану маршруту та відстеження хірургічного інструменту, а також для підвищення точності позиціонування інструментів використовується ультразвуковий зворотний зв'язок у режимі реального часу та реєстрація зображень. Автори розробили системи комп'ютерної хірургічної навігації в малоінвазивній хірургії, яка забезпечить рішення для нагальних потреб в оптичному точному позиціонуванні, плануванні та навігації в черевних хірургіях. В такий спосіб вона може покращити підтримку завершення хірургічної операції, підвищити точність та ефективність традиційних хірургічних методів, а також зменшити страждання пацієнтів від болю.

У роботі [16] проведено аналіз робочого процесу та розпізнавання хірургічних фаз у малоінвазивній хірургії. Автори описали новий підхід до розпізнавання фаз однопортової сигма-резекції інтраопераційно на підставі сигналу положення хірургічних інструментів, ендоскопічного відео та аудіосигналу, що сигналізують про коагуляцію. Детально описано підходи до виявлення звуків коагуляції, а також інструментів, видимих на ендоскопічному відео, за допомогою моделі "мішка слів". Фази втручання розглядаються як класи наївного байес-

сівського класифікатора. Досліджено ознаки, що диференціюють фази втручання. Наївний байєсівський класифікатор розширено динамічною ознакою, яка містить порядок фаз втручання та їх тривалість. Перші результати показують, що у 93,2 % розпізнані фази класифікуються як істинно позитивні.

У дослідженні [11] проведено математичне моделювання процесів теплопередачі в інфрачервоній термографії для неруйнівного контролю. Основну увагу приділяють застосуванню рівнянь теплопровідності, законів теплового випромінювання та алгоритмів цифрового оброблення термограм для виявлення дефектів. У роботі розглядають такі математичні моделі: рівняння Фур'є, диференційне рівняння теплопровідності, закон Стефана-Больцмана, модель імпульсної термографії та числові методи. Автори запропонували алгоритми оброблення термографічних зображень, враховуючи усунення шумів, покращення контрастності зображення та фільтрацію даних.

Проведений аналіз наявних досліджень підтвердив актуальність використання математичних моделей, пов'язаних з вимірюванням внутрішньої температури тіла людини. Запропонована в дослідженні математична модель враховує вплив різних параметрів роботи радіотермометра на точність вимірювання температури. Математична модель і розроблена програма дає можливість не тільки моделювати розподіл температури у тканинах, а й оцінювати вплив довжини хвилі, частоти сигналу та глибини вимірювання на похибку визначення температури за відносно низької складності обчислень. Це створює передумови для калібрування параметрів роботи радіотермометра та їх подальшого вдосконалення відповідно до виконання специфічних застосувань.

Отже, внаслідок виконаної роботи можна сформулювати такі наукову новизну та практичну значущість результатів дослідження.

Наукова новизна отриманих результатів дослідження – розроблено математичну модель, програмний код реалізації якої дає змогу моделювати параметри роботи радіотермометра, враховує характеристики тканин і температурні процеси під час визначення внутрішньої температури тіла людини.

Практична значущість результатів дослідження – розроблені математичну модель і програмний код можна застосовувати як інструмент валідації та калібрування параметрів роботи радіотермометра, що дасть змогу підвищити точність його роботи та адаптувати для конкретних застосувань.

Висновки / Conclusions

Розроблено математичну модель процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини радіотермометром, що дало змогу проаналізувати вплив його параметрів (довжини хвилі та частоти) і характеристик тканин (теплопровідність, поглинання) на точність результатів вимірювання та ефективність його роботи. За результатами дослідження можна зробити такі основні висновки.

1. Проаналізовано літературні джерела щодо наявних математичних моделей, пов'язаних з неінвазійним вимірюванням внутрішньої температури тіла людини. Цей напрям постійно розвивається, тому існує потреба в розробленні нових та вдосконаленні наявних математичних моделей.

2. Розроблено математичну модель процесу вимірювання внутрішньої температури тіла людини за допомогою радіотермометра. Враховано властивості радіохвиль, особливості тканини, у якій відбувається вимірювання, глибини та температури. Реалізація моделі мовою Python дає змогу проводити детальні числові експерименти, полегшуючи можливість оцінювання роботи радіотермометра.
3. З'ясовано, математична модель відповідає принципам роботи радіотермометра під час вимірювання внутрішньої температури тіла людини, забезпечує точне відображення процесів поширення та поглинання електромагнітного випромінювання у біологічних тканинах.
4. Встановлено, що для вимірювання внутрішньої температури тіла людини, особливо на глибині більше 1 см, потрібно використовувати вищу частоту хвиль – від 5 до 10 ГГц роботи радіотермометра, позаяк за такої частоти отримують вищу інтенсивність випромінювання, що дає змогу значно зменшити похибку вимірювання.
5. Отриману математичну модель можна використовувати для оцінювання роботи радіотермометра, яка, на відміну від наявних, дає змогу комплексно аналізувати вплив параметрів роботи пристрою та властивостей біологічних тканин на точність вимірювань за відносно низької обчислювальної складності.

References

1. Baklezos, A. T. (2018). Design and Interdisciplinary Simulations of a Hand-Held Device for Internal-Body Temperature Sensing Using Microwave Radiometry. *IEEE Sensors Journal*. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2018.2791443>
2. Bataliya, B. O., & Tereshchenko, M. F. (2023). Modeling of temperature gradients during the interaction of laser radiation with biological tissue. *Visnyk KPI. Series: Instrument Engineering*, 66(2), 93–99. [https://doi.org/10.20535/1970.66\(2\).2023.295047](https://doi.org/10.20535/1970.66(2).2023.295047)
3. Chen, W. (2019). Thermometry and interpretation of body temperature. *Biomedical Engineering Letters*, 9, 3–17. <https://doi.org/10.1007/s13534-019-00102-2>
4. Klemetsen, O. (2012). Design and evaluation of a medical microwave radiometer for observing temperature gradients subcutaneously in the human body. University of Tromsø, Tromsø, Norway. URL: https://www.researchgate.net/publication/277232511_Design_and_Evaluation_of_a_Medical_Microwave_Radiometer_for_Observing_Temperature_Gradients_Subcutaneously_in_the_Human_Body
5. Maisakovskiy, R. I. (2024). Mathematical model of radiothermometer measurements (Computer code). URL: <https://github.com/qroma/radiotermometer>
6. Maisakovskiy, R. I., & Stepanyak, M. V. (2024). Analysis of non-invasive methods for measurement of internal human body temperature. *Scientific bulletin of UNFU*, 34(5), 100–118. <https://doi.org/10.36930/40340515>
7. Maisakovskiy, R. I., & Stepanyak, M. V. (2024). Methods of non-invasive measurement of internal body temperature. *Information-Measuring Technologies IVT-2024: Abstracts of the 2nd International Scientific and Practical Conference*, November 13–14, 2024, Lviv, pp. 180–181. [In Ukrainian]. URL: <https://eu-conf.com/en/events/the-most-difficult-problems-of-youth-and-ways-to-solve-them>
8. Mamuta, O. D., Mamuta, M. S., & Holovko, L. F. (2012). The mathematical model of biological tissue heating under laser radiation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(5(59)), 17–21. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2012.4558>
9. Momenroodaki, P., Haines, W., & Popović, Z. (2017). Non-invasive microwave thermometry of multilayer human tissues. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium (IMS)*, 1387–1390. <https://doi.org/10.1109/MWSYM.2017.8058834>
10. Pashchenko, H. A., & Tereshchenko, M. F. (2024). Modeling the impact of laser irradiation on temperature changes in biological tissues. *Visnyk KPI. Series: Instrument Engineering*, 67(1), 96–102. [https://doi.org/10.20535/1970.67\(1\).2024.306876](https://doi.org/10.20535/1970.67(1).2024.306876)

11. Qu, Z., Jiang, P., & Zhang, W. (2020). Development and application of infrared thermography non-destructive testing techniques. *Sensors*, 20(14), article ID 3851. <https://doi.org/10.3390/s20143851>
12. Shtefura, J., Shevchenko, K., Kozyr, O., & Statsenko, O. (2021). Modelling of temperature field distribution in biological tissue thermal lesion. *Herald of Khmelnytskyi National University*, 297(3), 208–215. <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2021-297-3-208-215>
13. Thambynayagam, Michael. (2011). The Diffusion Handbook: Applied Solutions for Engineers, McGraw-Hill, URL: https://books.google.com.ua/books/about/The_Diffusion_Handbook_Applied_Solutions.html?id=wPQmTRbTnpEC&redir_esc=y
14. Torreblanca González, J., Gómez-Martín, B., Hernández Encinas, A., Martín-Vaquero, J., Queiruga-Dios, A., & Martínez-Nova, A. (2021). The use of infrared thermography to develop and assess a wearable sock and monitor foot temperature in diabetic subjects. *Sensors*, 21(5), article ID 1821. <https://doi.org/10.3390/s21051821>
15. Villa, E., Aja, B., de la Fuente, L., Artal, E., Arteaga-Marrero, N., Ramos, G., & Ruiz-Alzola, J. (2023). Multifrequency microwave radiometry for characterizing the internal temperature of biological tissues. *Biosensors*, 13(1), 25. <https://doi.org/10.3390/bios13010025>
16. Weede, Oliver, Dittrich, Frank, Wörn, Heinz, Jensen, Brian, Knoll, Alois, & Wilhelm, Dirk. (2012). Workflow analysis and surgical phase recognition in minimally invasive surgery. In: 2012 *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Guangzhou, China, pp. 1080–1074. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2012.6491111>
17. Wu, J., & Liu, J. (2024). Accurate Detection of Human Skin Tissue Temperature Based on Microwave Radiation Method. *Preprints*, article ID 202403.0167. <https://doi.org/10.20944/preprints202403.0167.v1>
18. Zhai, W., Zhao, Y., & Jia, P. (2008). A navigation system for minimally invasive abdominal intervention surgery robot. In: 2008 *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*, Chengdu, China, pp. 819–823. <https://doi.org/10.1109/RAMECH.2008.4690873>

R. I. Maisakovskiy, M. V. Stepanyak

Lviv Polytechnic National University, Lviv

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF MEASURING HUMAN INTERNAL BODY TEMPERATURE USING A RADIOTHERMOMETER

The principles of operation of a radiothermometer for measuring the internal temperature of the human body, based on the physical laws of thermal radiation, particularly Planck's law, Rayleigh-Jeans law, equations of thermal conductivity and wave attenuation according to the Bouguer-Beer-Lambert law, as well as the temperature properties of the tissues on which the measurement is modeled, are considered. A mathematical model is proposed to analyze the influence of radiothermometer operation parameters, as well as the impact of the characteristics of the tissues under study on the measurement of the human internal body temperature. The model considers the multilayered nature of biological tissues, the thermophysical properties of each layer, and the metabolic activity of tissues, which affects the internal thermal field, as well as the parameters of the radiothermometer, such as wavelength, wave frequency, set measurement depth, and others. The model is implemented using the Python programming language to simulate the tissue temperature distribution and measure thermal radiation depending on the device configurations and tissue characteristics, which allows for numerical experiments to validate and calibrate the radiothermometer operating parameters. The influence of the relationship between the depth of temperature measurement, wavelength, wave frequency, and tissue characteristics on the methodological error of temperature measurement by the device has been assessed, which can be used to optimize and calibrate the radiothermometer. It was found that wave attenuation significantly affects the depth of signal penetration and measurement accuracy, especially in the case of tissues with high absorption coefficients. The measurement results obtained from the mathematical model are consistent with the physical principles and laws that describe the properties of waves and temperature. This study provides a basis for improving the accuracy of non-invasive measurements of internal human body temperature using radiothermometers and adapting devices for specific applications.

Keywords: pathology detection; invasive intervention; thermal diagnostics; thermography; microwave radiothermometry.