



Н. К. Лиса, О. В. Сидоренко

Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів, Україна

ОПТИМІЗАЦІЯ МАРШРУТІВ ПОВІТРЯНИХ СУДЕН ІЗ ВРАХУВАННЯМ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ

З'ясовано наявність алгоритмів для побудови оптимальних авіаційних маршрутів, таких як A^* , B^* , D^* та Дейкстри, які потребують постійного вдосконалення для забезпечення високої продуктивності та точності в умовах динаміки зовнішніх факторів. Наведено результати дослідження алгоритмів оптимізації траєкторій польоту, їх вдосконалення та адаптацію до специфічних умов, які є важливим кроком для підвищення ефективності планування польотів і забезпечення відповідності сучасним вимогам в авіаційній індустрії. Наведено новий підхід до оптимізації маршрутів повітряних суден, що ґрунтується на багатокритеріальному аналізі, та враховує широкий спектр динамічних параметрів, важливих для сучасної авіаційної логістики. Розглянуто та здійснено порівняння класичних алгоритмів побудови маршрутів, зокрема, A^* , B^* , D^* та Дейкстри, із фокусом на їх застосування для авіаційних завдань у тривимірному просторі. Запропоновано способи вдосконалення для кожного з алгоритмів, які дають змогу адаптувати траєкторії польотів до змінних умов, таких як погодні явища, економічні витрати на паливо, безпека польотів і оперативність виконання завдань. У дослідженні особливу увагу приділено інтеграції зовнішніх факторів у модель оптимізації маршрутів повітряних суден, що робить планування маршрутів більш гнучким і точним. Висвітлено можливості використання адаптивних алгоритмів для побудови маршрутів у реальному часі, що враховують змінні умови польоту. Завдяки впровадженню вагових коефіцієнтів для різних факторів, забезпечується детальніше моделювання умов, за яких відбувається політ, що дає змогу уникати небезпечних зон та небажаних ситуацій під час польоту. Докладно описано математичні моделі, які формують основу запропонованої технології оптимізації: кожен маршрут оцінюють за параметрами витрат палива, часових показників, безпеки, а також залежності від погодних умов і щільності повітряного руху. Здійснені модельні експерименти продемонстрували переваги запропонованих рішень, що полягають у значній економії палива, скороченні часу польотів і підвищенні рівня безпеки у процесі виконання завдань. Наведено результати дослідження та моделювання можна інтегрувати в наявні авіаційні системи навігації, що підвищить точність та швидкість їх роботи. Запропоновано рішення щодо створення науково-практичного підґрунтя для розроблення інноваційних алгоритмів у галузі авіаційної логістики та безпеки польотів.

Ключові слова: алгоритм A^* ; алгоритм Дейкстри; тривалість польоту; траєкторія польоту; авіаційна логістика; погодні умови.

Вступ / Introduction

У сучасних умовах авіаційної інфраструктури, де кількість перевезень невідомо зростає [20], завдання оптимізації траєкторій польоту стає дедалі складнішим і актуальнішим [13]. Підвищення ефективності планування польотів вимагає від авіаційних компаній та органів управління авіаперевезеннями врахування низки критичних факторів, таких як економічність, безпека, оперативність та адаптація до змінюваних погодних умов [1]. З огляду на це, наявні алгоритми для побудови оптимальних авіаційних маршрутів, такі як A^* , B^* , D^* та Дейкстри, потребують постійного вдосконалення для забезпечення високої продуктивності та точності в умовах динаміки зовнішніх факторів.

Актуальність окресленої тематичної спрямованості підтверджується постійним зростанням кількості авіаперевезень і підвищеними вимогами до швидкості та точ-

ності планування польотів. Наприклад, за даними аналізу авіаперевезень в Україні та світі [20], світовий ринок авіаційних перевезень щорічно збільшується на кілька відсотків, що ставить перед авіаційними компаніями нові виклики щодо ефективності та безпеки [5]. У цьому контексті, вдосконалення наявних алгоритмів і розроблення нових технологічних рішень для оптимізації маршрутів повітряних суден є актуальними для забезпечення економічної та безпечної авіаційної діяльності.

Отже, дослідження алгоритмів оптимізації траєкторій польоту, їх вдосконалення та адаптація до специфічних умов є важливим кроком для підвищення ефективності планування польотів і забезпечення відповідності сучасним вимогам в авіаційній індустрії.

Об'єкт дослідження – планування маршрутів повітряних суден.

Предмет дослідження – алгоритми та методи побу-

Інформація про авторів:

Лиса Наталія Корнеліївна, д-р техн. наук, доцент, кафедра автоматизованих систем управління.

Email: lysa.nataly@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-5513-9614>

Сидоренко Олег Вікторович, аспірант, кафедра автоматизованих систем управління.

Email: sydorenkooleh@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0009-1379-339X>

Цитування за ДСТУ: Лиса Н. К., Сидоренко О. В. Оптимізація маршрутів повітряних суден із врахуванням багатокритеріальних параметрів. Науковий вісник НЛТУ України. 2024, т. 34, № 7. С. 114–127.

Citation APA: Lysa, N. K., & Sydorenko, O. V. (2024). Optimization of aircraft routes taking into account multi-criteria parameters.

Scientific Bulletin of UNFU, 34(7), 114–127. <https://doi.org/10.36930/40340715>

дови оптимальних траєкторій польотів повітряних суден, які потрібно вдосконалити, адаптувати до динамічних умов середовища, застосування яких дасть змогу підвищити ефективність авіаційних перевезень.

Мета роботи – проаналізувати сучасні рішення та виокремити ключові особливості у формуванні технології визначення оптимальної траєкторії польотів повітряного судна на підставі багатокритеріального аналізу, що дасть змогу покращити планування польотів, зменшити витрати на виконання дій, підвищити точність прогнозування, а також покращити здатність системи адаптуватися до реальних, часто непередбачуваних, умов у процесі виконання польотів.

Для досягнення зазначеної мети визначено такі основні завдання дослідження:

1. Проаналізувати наявні алгоритми побудови траєкторій польотів повітряного судна, таких як алгоритми A^* , B^* , D^* та Дейкстри, та їх вдосконалень, що дасть змогу планувати політ найкоротшим маршрутом, враховуючи додаткові безпекові та економічні критерії.
2. Визначити ключові особливості та вимоги до інформаційної технології для оптимізації траєкторій польоту, в т.ч. економічні, безпекові та оперативні критерії, що дає змогу пілотам, диспетчерам й іншим структурним підрозділам управління авіаційними перевезеннями вибирати оптимальні маршрути і вирішувати критичні ситуації, які можуть виникати під час польоту в разі зміни різних факторів, як-от погодні умови чи небезпечні ситуації з іншими суднами.
3. Оцінити ефективність сучасних методів і алгоритмів оптимізації траєкторій польоту з урахуванням динамічних змін умов та специфічних вимог авіаційних перевезень, що покращить швидкість прийняття рішень та безпеку перельотів у вирішенні критичних ситуацій у разі збільшення тривалості польоту.
4. Окреслити загальне завдання побудови оптимальних авіаційних маршрутів повітряних суден, для побудови ефективних і безпечних маршрутів з погляду багатьох критеріїв, таких як економічні фактори, погодні умови, характеристик повітряних суден, та ін., що дасть можливість забезпечити максимальну ефективність у використанні ресурсів (паливе, час, технічні можливості суден), мінімізувати операційні витрати, а також знизити ризики, пов'язані з небезпечними погодними явищами, порушеннями в повітряному русі та технічними обмеженнями повітряного судна.
5. Розробити методологічне рішення щодо побудови оптимальних авіаційних маршрутів повітряних суден та провести модельні дослідження, що створить передумови для проектування та виділення основних параметрів для реальної імплементації корисної моделі продукту, який будуватиме маршрут польоту повітряного судна залежно від вхідних даних.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Здійснивши теоретичний аналіз фахових джерел, з'ясовано, що класичні алгоритми, такі як A^* , B^* , D^* та алгоритм Дейкстри, ефективні для пошуку оптимальних шляхів у площині. Проте, у них є низка недоліків у разі їх застосування до задач у тривимірному просторі. У роботі [1] наведено результати практично-дослідної побудови траєкторії польоту за допомогою алгоритму A^* із врахуванням заборонених зон і напрямку вітру. Це рішення наводить приклади оптимізації за довжиною траєкторії, враховуючи відхилення від оптимальної траєкторії польоту на підставі даних позиціонування SNS. Недоліком цього рішення в сучасних умовах є те, що не досліджено вплив погодних умов і характеристик використання палива літаком на різних висотах. Загалом, згідно

з поглядами авторського колективу цієї праці, незважаючи на те, що алгоритм A^* завжди знаходить оптимальний маршрут за певних умов, його ефективність значно знижується у 3D-просторі через потребу врахування великої кількості вузлів і розгалужень, що підвищує вимоги до пам'яті та тривалості обчислень.

У роботі [2] надано досить детальний опис дослідження впливів різних природних збурень на тривалість польоту і витрату палива. Також автори проаналізували результати оптимізації траєкторії польоту та навели геометричний алгоритм, як альтернативу алгоритму A^* та Дейкстри. Автори дослідили, як різні природні фактори, такі як вітер, дощ і сніг, впливають на тривалість польоту та витрату палива, що зробило їх дослідження досить актуальним для реальних авіаційних завдань, де погодні умови мають вирішальне значення. Варто відзначити, що це досить інноваційний підхід до розв'язання задач оптимізації траєкторій польоту, що може бути корисним у специфічних випадках, наприклад, для швидкого оцінювання маршрутів за певних умов. Також, як зазначено вище, автори цієї праці вказали на важливість оптимізації траєкторії польоту з урахуванням впливу вітру, що є важливою особливістю для зменшення витрат палива і покращення ефективності польотів. Проте, у зазначеному вище підході є істотний недолік: у цьому рішенні задачу пошуку звели до двовимірної площини й основним критерієм оптимальності є тільки тривалість перебування в дорозі, а не використання палива чи його безпека. Проте, це дослідження є надзвичайно корисним у разі накладання процедури оптимізації траєкторії польоту за вітром. Зокрема, згідно з даними цієї праці, алгоритм B^* аналогічно до алгоритму A^* залежить від ефективності проходу структурою дерева рішень, використаного для пошуку оптимального маршруту. Проте, для цього алгоритму під час його практичного застосування є істотний недолік, а саме – нагальна потреба у зберіганні даних про пройдений вузли, що стає проблематичним за умов великої кількості можливих траєкторій польотів у 3D-просторі.

У дослідженні [3] наведено результати аналізу впливу вітру за пошуку оптимального маршруту з урахуванням спаленого палива. Також проаналізовано особливості використання палива на різних висотах і наведено приклади пошуку оптимальної траєкторії польоту з урахуванням таких факторів: тривалість польоту та кількість спаленого палива з урахуванням вертикальних профілів літака. Згідно з даними цієї праці, алгоритм D^* придатний для динамічних середовищ, але також має обмеження під час роботи з великими обсягами даних у 3D-просторі, що може вплинути на його швидкодію. У межах практичного застосування висвітлені в цій праці уточнення вказують на важливість врахування висотних профілів і впливу динамічних умов на ефективність застосування алгоритмів у тривимірному просторі. Також у ході комплексного аналізу недоліків, виявлених у цій праці, помічено тенденцію до обмеження алгоритмів за великого обсягу даних. Оскільки авторський колектив цієї праці відзначив, що алгоритм D^* має обмеження під час роботи з великими обсягами даних у 3D-просторі, але деталі цього обмеження могли бути розглянуті докладніше з акцентом на те, як це впливає на загальну продуктивність і надійність алгоритму в різних сценаріях. Розглянувши ці недоліки, можна досить істотно посилити аргументацію і зробити дослідження більш комплексним та переконливим.

Проте, у роботі [3] є недоліки, які бажано врахувати. Зокрема, виконано обмежений аналіз тривимірного повітряного простору. Хоча автори розглядають вплив природних збурень і використання палива, основний акцент у їхній праці зроблено на двовимірних підходах та обмеженому застосуванні алгоритмів для тривимірного простору, що під час практичної реалізації, відповідно до праць [7, 11, 13], може зменшити точність і практичну застосовність результатів у реальних умовах тривимірного простору. Також у дослідженні недостатньо враховано взаємодію факторів, згаданих вище. Зокрема, основну увагу зацентовано на таких факторах, як витрата палива та тривалість польоту, проте взаємодію між цими факторами і їх вплив на оптимальні маршрути можна розглянути більш комплексно.

Згідно з даними праці [7], у межах вирішення завдань, які пов'язані з побудовою оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів, доцільною є реалізація комплексного аналізу впливу вітру на пошук оптимальних траєкторій польотів, що є актуальним для підвищення їх ефективності. Проте, розглядаючи цю працю, можна визначити такі потенційні недоліки алгоритму: недостатньо уваги зосереджено на вітрових умовах, і хоча автори зазначають важливість комплексного аналізу впливу вітру на пошук оптимальних траєкторій польотів, за такого підходу потрібно враховувати інші важливі фактори, такі як турбулентність, температура, чи зміни тиску, які також можуть впливати на оптимальні маршрути та загальну ефективність польотів повітряних суден. Також у цій праці недостатньо деталізовано тривимірні особливості: оскільки викладені дослідження здебільшого зосереджені на двовимірному аналізі (теоретичний аналіз) та обмеженому використанні тривимірних моделей, що, водночас, досить істотно обмежило запропоновані ними підходи в межах окреслення їх практичного застосування для реальних умов польоту, де їхні траєкторії повинні враховувати висоту та тривимірний простір.

У роботі [16] наголошено на важливості врахування витрати палива на різних висотах польоту повітряного судна. Зокрема, автори здійснили аналіз витрат палива на різних висотах, що допомогло краще зрозуміти, як різні умови впливають на ефективність польоту повітряного судна. Проте, хоча в цій праці детально проаналізовано витрати палива на різних висотах, авторський колектив не врахував наявність інших важливих параметрів, таких як безпека польоту, вплив на навколишнє середовище та тривалість польоту, що істотно обмежило загальну ефективність і застосовність отриманих результатів у комплексних сценаріях.

У роботі [17] частково порушують питання щодо важливості проведення аналізу вертикальних профілів літака, що дає змогу точніше моделювати реальні умови польоту та підвищити точність результатів у побудові оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів.

Розглядаючи особливості застосування алгоритму Дейкстри, варто відзначити, що цей алгоритм працює на графах з ребрами додатної величини і знаходить найкоротші шляхи від однієї вершини до всіх інших [13]. Проте, згідно з даними роботи [4], цей алгоритм не враховує вертикальних змін і впливу зовнішніх факторів у 3D-просторі, що знижує його ефективність для розв'язання задач авіаційної навігації.

Матеріали та методи дослідження. Під час аналізу наявних алгоритмів для побудови оптимальних аві-

аційних маршрутів, таких як A^* , B^* , D^* та алгоритм Дейкстри було застосовано методологічні підходи, які викладено в працях [1, 4, 14, 15]. Збирання та оброблення даних здійснювали відповідно до методики оброблення аналітичних даних при побудові траєкторій польотів повітряних суден, яку запропоновано в роботі [16], симуляцій для оцінювання ефективності алгоритмів за умов розв'язання реальних задач планування маршрутів. Для виконання розрахунків користувалися табличними процесорами Microsoft Office Excel та програмами Matlab. Кожний показник розраховували за формулами, які викладено у працях [1, 11, 13].

Результати дослідження та їх обговорення / Research results and their discussion

Теоретично-методологічний аналіз класичних алгоритмів і варіацій їх вдосконалення. Для розгляду побудови оптимальних шляхів і траєкторій польотів у тривимірному просторі, переважно використовували кілька відомих алгоритмів, кожен з яких має свої особливості та обмеження. Нижче наведено формули для реалізації основних алгоритмів (A^* , B^* , D^* , Дейкстри) з детальними поясненнями.

Алгоритм A^* (A^* -star) є одним з найпопулярніших алгоритмів, основною властивістю якого є те, що він завжди знаходить оптимальний маршрут, якщо він існує (рис. 1) [1, 13].

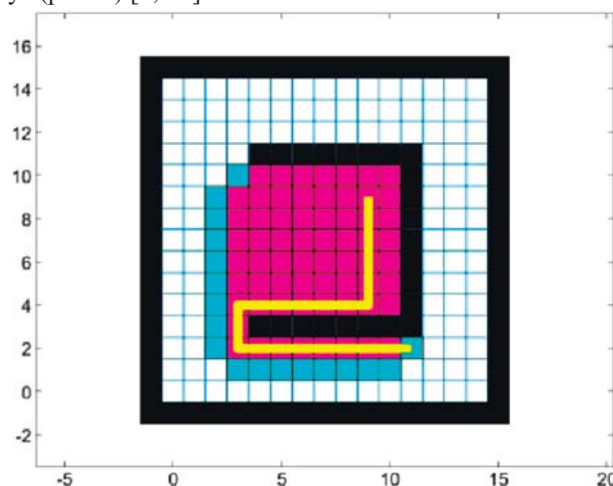


Рис. 1. Алгоритм A^* / A^* Algorithm [26]

Згідно з даними рис. 1, алгоритм A^* є евристичним методом пошуку найкоротшого шляху на графі. Він поєднує елементи алгоритмів Дейкстри та жадібного пошуку. Алгоритм A^* шукає найкоротший шлях, а зіштовхнувшись з перешкодою, починає шукати альтернативні варіанти. Головним недоліком цього алгоритму є те, що потрібно виділити великий об'єм пам'яті для зберігання зв'язків між вузлами [13, 17]. Існують також різні модифікації алгоритму A^* – IDA^* та Fringe Search. Ці модифікації використовують підхід забутих вершин, тобто не всі вершини треба зберігати в пам'яті, оскільки всіх їх можна відтворити, які підвищують швидкість і зменшують використання пам'яті.

Функція оцінювання загальної вартості поточного шляху через вершину n в алгоритмі A^* має такий вигляд [13, 17]:

$$f(n) = g(n) + h(n), \quad (1)$$

де: $f(n)$ – загальна вартість поточного шляху через вершину n ; $g(n)$ – вартість шляху від початкової до поточної вершини n ; $h(n)$ – евристична оцінка вартості шляху

від вершини n до цільової вершини (часто використовують евклідову або мангеттенську відстань).

Пояснення: алгоритм A^* визначає шлях, вибираючи вершину з найменшим значенням $f(n)$. Евристична функція $h(n)$ дає змогу алгоритму ефективніше оцінювати можливі шляхи [13].

Переваги алгоритму A^* :

1) Ефективність алгоритму у використанні евристики:

- функція оцінювання $f(n) = g(n) + h(n)$ поєднує переваги евристики та точного підходу Дейкстри. Це означає, що алгоритм A^* має здатність уникати непотрібних обчислень через вибір найперспективніших маршрутів;
- евристична функція $h(n)$ дає змогу оцінювати відстань від поточної вершини до цільової, що значно пришвидшує процес знаходження оптимального маршруту. На практиці, згідно з даними праці [13], виконання підходу забезпечує найшвидший пошук у напрямку цілі, якщо вона не містить перешкод.

2) Гарантованість оптимальності: при використанні адитивної (консистентної) евристики, алгоритм A^* гарантовано знаходить оптимальний маршрут [13]. Це означає, що, якщо $h(n)$ ніколи не переоцінює відстань до цілі (тобто є оптимістичним), то знайдений шлях буде найкоротшим.

Недоліки алгоритму:

- обчислювальна складність алгоритму може вимагати значного обсягу обчислень (10^6), особливо за великої кількості вершин або ускладненої топології простору. Для тривимірного простору кількість перевірених вершин може зростати експоненційно відносно глибини пошуку, що робить його менш ефективним для великих задач;
- обчислювальна складність може досягати $O(b^d)$, де b – фактор розгалуження, а d – глибина рішення.

3) Залежність алгоритму від евристичної функції, якщо евристика неадекватна або недосконала, алгоритм може працювати повільніше або навіть знайти неоптимальний маршрут.

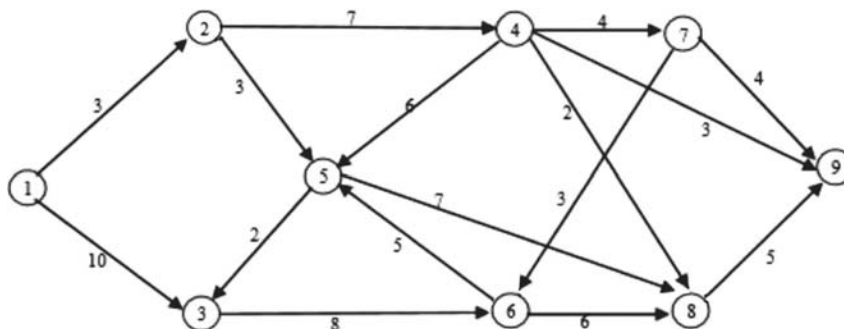


Рис. 2. Знімок виконання алгоритму Дейкстри / Snapshot of Dijkstra's algorithm execution [12]

Мінімальну відстань за алгоритмом Дейкстри розраховують за таким виразом:

$$d(v) = \min \{d(u) + \alpha(u, v)\}, \forall u \in N(v), \quad (5)$$

де: $d(v)$ – мінімальна відстань від початкової вершини до вершини v ; $d(u)$ – мінімальна відстань до суміжної вершини u ; $\alpha(u, v)$ – вага ребра між вершинами u та v ; $N(u)$ – множина сусідів вершини u .

Пояснення: алгоритм Дейкстри працює на графах з позитивними вагами ребер і знаходить найкоротший шлях, перевіряючи всі можливі варіанти та поступово оновлюючи відстані для кожної вершини.

Переваги алгоритму: простота реалізації; гарантує знаходження оптимального маршруту за умови невід'ємних ваг. Недоліки алгоритму: не придатний для графів з негативними вагами; велике споживання пам'яті та часу за великих графів.

Розглянемо можливу модифікацію алгоритму A^* , в якому модифіковану функцію оцінювання $f(n)$ задають таким виразом:

$$f(n) = g(n) + h(n) + \text{WeatherPenalty}(n) + \text{FuelCost}(n), \quad (2)$$

де: $g(n)$ – реальна вартість шляху від початкової точки до поточної вершини; $h(n)$ – евристична оцінка відстані від поточної вершини до цільової (наприклад, евклідова відстань); $\text{WeatherPenalty}(n)$ – штраф за погодні умови на ділянці, який можна визначити, як:

$$\text{WeatherPenalty}(n) = \lambda_{\omega} \cdot \omega(n), \quad (3)$$

де: $\omega(n)$ – функція оцінювання погодних умов, що може містити фактори, такі як дощ, вітер, сніг тощо; λ_{ω} – коефіцієнт впливу погодних умов; $\text{FuelCost}(n)$ – оцінка витрат палива, яка залежить від довжини шляху та швидкості руху:

$$\text{FuelCost}(n) = \lambda_f \cdot d(n) \cdot \frac{v_{\text{opt}}(n)}{v_{\text{real}}(n)}, \quad (4)$$

де: $d(n)$ – довжина ділянки шляху; $v_{\text{opt}}(n)$ – оптимальна швидкість для мінімальних витрат палива, а $v_{\text{real}}(n)$ – реальна швидкість.

Переваги алгоритму: алгоритм A^* стає більш точним за врахування реальних умов, таких як погода та витрати палива. Це робить його придатним для практичних застосувань, де важливі не тільки відстань, а й інші фактори.

Недоліки алгоритму: додаткові фактори ускладнюють розрахунки та можуть призводити до значного збільшення обчислювальної складності, особливо, якщо потрібно враховувати змінні погодні умови в режимі реального часу.

Алгоритм Дейкстри (англ. *Dijkstra's Algorithm*) використовують для знаходження найкоротшого шляху від початкової вершини до всіх інших вершин у графі (рис. 2) [19].

Вплив погодних умов: погодні умови можуть вплинути на ваги ребер (наприклад, затримки через погану видимість), що може вимагати адаптації алгоритму для динамічних змін.

Розглянемо модифікацію алгоритму Дейкстри (модифікована функція вартості шляху):

$$d'(v) = \min \{d(u) + \alpha(u, v) + \text{WeatherPenalty}(u, v) + \text{FuelCost}(u, v)\}, \forall u \in N(v), \quad (6)$$

де: $\alpha(u, v)$ – вага ребра між вершинами u і v ; $\text{WeatherPenalty}(n, v)$ – штраф за погодні умови на ділянці u до v , який обчислюють аналогічно до алгоритму A^* ; $\text{FuelCost}(n, v)$ – витрати палива на ділянці u до v , що враховує довжину шляху та швидкість руху.

Переваги алгоритму: модифікований алгоритм Дейкстри забезпечує оптимальний маршрут, враховуючи

всі введені фактори, що дає змогу точніше оцінити реальні витрати на проїзд, що особливо корисно для транспортування вантажів або пасажирів.

Недоліки алгоритму: як і в попередньому випадку (самому алгоритмі Дейкстри), складність алгоритму зростає з додаванням нових факторів. Врахування погодних умов може потребувати постійного оновлення вагових коефіцієнтів, що може сповільнити роботу алгоритму.

Алгоритм В* (англ. *B-star*) є варіацією алгоритму А*, але він більше орієнтований на пошук у просторі рішень деревоподібних структур. У цьому алгоритмі велику роль відіграють вага ребра та відстань між точками. Зазначений вище алгоритм, згідно з роботою [14], досить ефективний, але залежить від реалізації, оскільки потрібно зберігати дані про пройденої вузли.

Формули, використанні в алгоритмі В*, мають такий вигляд:

- функція розширення:
$$f(n) = g(n) + \omega h(n); \tag{7}$$
- глибина пошуку:
$$d_{\max} = \frac{\log(b_{\text{avg}})}{\log(b_{\min})}, \tag{8}$$

де: ω – коефіцієнт ваги, який впливає на евристичну оцінку; b_{avg} – середній фактор розгалуження; $b_{\min}$ – мінімальний фактор розгалуження.

Алгоритм В* придатний для випадків, коли пошук вимагає балансування між точністю і продуктивністю, і використовує складнішу функцію оцінювання для управління пошуком.

Розглянемо модифікацію алгоритму В*, в якому модифікована функція оцінювання $f(n)$ має вигляд:

$$f(n) = g(n) + \omega h(n) + \text{WeatherPenalty}(n) + \text{FuelCost}(n), \tag{9}$$

де додані компоненти аналогічні тим, які використано в модифікації алгоритму А*.

Переваги алгоритму: алгоритм В* може краще адаптуватися до нерівномірного впливу зовнішніх факторів через можливість налаштування вагових коефіцієнтів ω . Це дає змогу гнучкіше контролювати процес пошуку. Недоліки алгоритму: вибір параметра ω стає ще складнішим через додавання нових факторів, що може призвести до підвищення складності налаштування алгоритму.

Алгоритм D* (англ. *Dynamic A-star*) є динамічним варіантом А*, який здатен адаптуватися до змін у середовищі в реальному часі.

Табл. 1. Результати аналізу основних наукових досягнень в області побудови оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів / Review results of major scientific achievements in the field of optimal path construction for aircraft

Категорія	Досягнення науковців	Недоліки та обмеження
Алгоритми побудови маршрутів	Використання класичних алгоритмів А*, В*, D* та Дейкстри з модифікаціями для врахування зовнішніх факторів, таких як погодні умови та витрати палива.	Більшість робіт фокусуються на теоретичній основі, з обмеженим практичним застосуванням у реальних умовах. Відсутність стандартних підходів до врахування всіх факторів.
Врахування погодних умов	Розроблені математичні моделі для оцінювання впливу погодних умов на маршрутизацію. Використовуються штрафні функції та вагові коефіцієнти для моделювання погодних умов.	Відсутність універсальної моделі для різних кліматичних умов. Деякі роботи не враховують змінних погодних умов у режимі реального часу.
Врахування витрат палива	Запропоновані моделі для розрахунку витрат палива, які враховують довжину маршруту, швидкість та зовнішні фактори, такі як погодні умови та топографія місцевості.	Недостатньо уваги приділяється інтеграції витрат палива з іншими факторами, такими як час доставки або надійність маршруту.
Оптимізація під реальні умови	Деякі науковці пропонують алгоритми, які можуть адаптуватися до змінних умов (наприклад, алгоритм D*), що дає змогу швидко коригувати маршрути в реальному часі за зміни погодних умов чи дорожньої ситуації.	Значні обчислювальні витрати під час реалізації в реальному часі, що обмежує масштабованість таких рішень для великих систем.
Практичне застосування	Деякі роботи демонструють ефективність запропонованих моделей у специфічних умовах, таких як автономні транспортні засоби, або логістичні системи.	Відсутність широкого застосування в різних галузях, через що обмежена доступність готових рішень для авіаційної логістики.

Формули, використанні в алгоритмі D*, мають такий вигляд:

- оновлення вартості шляху:
$$d'(n) = g'(n) + h(n), \tag{10}$$
- реконструкція шляху:
$$\text{if } g'(n) > g(n) + \omega(n, m) \text{ then } g'(m) = g'(n) + \omega(n, m), \tag{11}$$

де: $g'(n)$ – оновлена вартість шляху з урахуванням змін; m – наступна вершина після n ; $\omega(n, m)$ – вага між вершинами n і m .

Алгоритм D* здатен модифікувати вже обчислений шлях у випадку, якщо на шляху з'являються нові перешкоди або змінюються умови. Це робить його придатним для сценаріїв з непередбачуваними змінами.

У межах теоретично-методологічного розгляду алгоритмів (табл. 1) наведено результати аналізу основних наукових досягнень в області побудови оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів. З табл. 1 видно, що сучасні наукові досягнення в області побудови оптимальних авіаційних маршрутів для літальних апаратів містять використання та модифікацію класичних алгоритмів (А*, В*, D* та Дейкстри) з урахуванням зовнішніх факторів, таких як погодні умови та витрати палива. Розроблені математичні моделі та адаптивні алгоритми дають можливість коригувати маршрути в реальному часі, однак існують недоліки, зокрема, обмежене практичне застосування, відсутність універсальних моделей для різних умов та значні обчислювальні витрати, що ускладнює широке впровадження таких рішень в авіаційну логістику.

У табл. 2 наведено результати аналізу важливих областей побудови оптимальних авіаційних маршрутів для літальних апаратів, котрі потребують доповнення в межах удосконалення сучасної авіаційної логістики. Проведений в табл. 2 аналіз важливих областей побудови оптимальних авіаційних маршрутів для повітряних суден показав потребу удосконалення універсальних моделей, які б одночасно враховували погодні умови, витрати палива та інші фактори, а також адаптувалися б до змінних умов у реальному часі. Окрім цього, існує потреба у врахуванні економічної ефективності, в т.ч. витрати на технічне обслуговування та розроблення масштабованих рішень, здатних працювати з великими обсягами даних. Важливим є також введення стандартів і рекомендацій для забезпечення універсальності й ефективності моделей у сучасній авіаційній логістиці.

Табл. 2. Результати аналізу важливих областей побудови оптимальних авіаційних маршрутів для літальних апаратів, котрі потребують доповнення в межах удосконалення сучасної авіаційної логістики / Results of the analysis of aspects in optimal path construction for aircraft requiring enhancement within the development of modern aviation logistics

Область дослідження	Потреби в доповненні	Пояснення
Інтеграція факторів	Розроблення універсальних моделей, які одночасно враховують погодні умови, витрати палива та інші зовнішні фактори для оптимізації маршрутів повітряних суден.	Більшість наявних моделей зосереджуються на окремих факторах, що обмежує їхню ефективність у комплексних умовах реальних систем.
Змінні умови	Створення моделей, які адаптуються до змінних зовнішніх умов у реальному часі, в т.ч. зміни погоди та інших важливих параметрів.	Поточні рішення часто не можуть враховувати динамічні зміни у реальному часі, що знижує їхню ефективність в практичних застосуваннях.
Економічна ефективність	Включення економічного аналізу в моделі побудови авіаційно-логістичних маршрутів, що враховує не тільки витрати палива, але й витрати на технічне обслуговування та інші економічні фактори.	Наявні підходи часто фокусуються на мінімізації витрат палива без врахування інших економічних особливостей.
Масштабованість рішень	Розроблення масштабованих алгоритмів, які можуть ефективно працювати у великих авіаційних логістичних системах з великими обсягами даних і численними зовнішніми факторами.	Багато з наявних моделей працюють ефективно тільки на малих системах, що обмежує їх застосування у глобальній авіаційній логістиці.
Стандартизація методів	Введення стандартів і рекомендацій для побудови маршрутів з урахуванням зовнішніх факторів для авіаційної логістики	Відсутність стандартних підходів ускладнює розробку універсальних рішень та їх застосування в авіаційній логістиці.

Табл. 3. Пропозиції щодо подальшого вдосконалення алгоритмів побудови оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів / Suggestions for further improvement of algorithms for optimal path construction for aircraft

Область вдосконалення	Пропозиції	Зв'язок з класичними алгоритмами	Очікуваний результат
Інтеграція зовнішніх факторів	Розроблення універсальних моделей, які одночасно враховують погодні умови, витрати палива, топографію, повітряний трафік та інші критичні фактори.	Алгоритми A*, B* та Дейкстри можна модифіковані для врахування зовнішніх факторів через введення вагових коефіцієнтів.	Підвищення ефективності маршрутів за рахунок комплексного аналізу умов, зменшення ризиків і витрат.
Адаптивні алгоритми	Впровадження алгоритмів, здатних у реальному часі динамічно коригувати маршрути, враховуючи змінні погодні умови та інші оперативні дані.	D* та його варіації вже адаптовані для динамічних умов; подальші покращення можуть містити реальну інтеграцію змінних факторів.	Забезпечення гнучкості маршрутів, підвищення безпеки польотів і зниження оперативних витрат.
Економічна оптимізація	Інтеграція економічного аналізу у процеси планування маршрутів, у т.ч. оцінювання витрат на обслуговування, амортизацію повітряного судна та витрати часу.	Алгоритми A* та Дейкстри можна покращити для врахування не тільки паливних витрат, а й інших економічних параметрів у функції вартості.	Оптимізація не тільки паливних витрат, а й загальних економічних показників польоту, підвищення рентабельності.
Масштабованість рішень	Розроблення високопродуктивних та масштабованих алгоритмів, здатних ефективно обробляти великі обсяги даних у глобальних авіаційних системах.	Алгоритми B* та Дейкстри можна паралелізувати або оптимізувати для масштабованих систем з великими обсягами даних.	Застосування рішень у великих авіаційних системах, підвищення продуктивності та ефективності планування маршрутів.
Стандартизація та інтеграція	Введення стандартів для побудови маршрутів, що враховують зовнішні фактори, та інтеграція цих стандартів у глобальні авіаційні системи.	Використання єдиних стандартів для модифікацій алгоритмів A*, D* та інших дасть змогу створити універсальні підходи до маршрутизації.	Підвищення узгодженості та ефективності планування маршрутів, полегшення співпраці між різними авіаційними системами.
Врахування нових технологій	Використання штучного інтелекту, машинного навчання та великих даних для вдосконалення прогнозування та побудови оптимальних авіаційних маршрутів.	Класичні алгоритми можна комбінувати з методами машинного навчання для автоматичного налаштування параметрів і прогнозування.	Покращення точності прогнозів і рішень, зменшення тривалості обчислення, адаптація до нових викликів авіаційної галузі.

У табл. 3 наведено пропозиції щодо подальшого вдосконалення алгоритмів побудови оптимальних авіаційних маршрутів літальних апаратів. Згідно з даними табл. 3, класичні алгоритми можна адаптувати та вдосконалити для вирішення сучасних викликів у побудові оптимальних авіаційних маршрутів для літальних апаратів, інтегруючи їх з новими технологіями та розширюючи їх можливості в авіаційній логістиці.

У табл. 4 наведено результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму A*, де введено такі позначення: $f(n)$ – загальна оцінка вартості шляху, що містить реальну вартість шляху від початкової точки до поточної та оцінену вартість від поточної точки до цільової; $g(n)$ – фактична вартість шляху від початкової точки до поточної точки n (відображає ту частину шляху, яка вже

пройдена); $h(n)$ – евристична оцінка вартості шляху від поточної точки n до цільової (прогнозовані витрати для завершення маршруту); $\theta(n)$ – кут, під яким алгоритм враховує можливість руху по діагоналі, що дає змогу скоротити шлях; i – індекс, що вказує на окремого агента в системі з кількома агентами (наприклад, декілька літальних апаратів, що координують свої дії); bound – граничне значення, яке визначає максимальну можливу вартість для поточного ітеративного пошуку.

Наведені вище позначення використовуються в різних алгоритмах для оптимізації процесу пошуку маршрутів з урахуванням різних факторів, таких як динамічні зміни умов перебігу польоту, прямий рух, координація кількох агентів, економія комп'ютерної пам'яті та підвищення ефективності роботи алгоритму.

Табл. 4. Результати аналізу сучасних удосконалень алгоритму A* /
Results of the analysis of modern algorithmic enhancements of the A* algorithm

Назва алгоритму вдосконалення	Опис	Застосування в авіації	Переваги	Недоліки
D*	Динамічне планування з оновленням оцінювання вартості шляхів у реальному часі: $f(n) = g(n) + h(n)$.	Врахування змін у погодних умовах, або непередбачуваних факторів.	Адаптація до динамічних умов.	Високе обчислювальне навантаження.
Theta*	Прямий пошук з використанням евристики, що враховує рух по діагоналі: $f(n) = g(n) + h(\theta(n))$.	Прямі маршрути для економії палива.	Підвищена оптимальність траєкторій польотів завдяки прямим шляхам.	Складна реалізація.
Multi-Agent A*	Модифікація для координації кількох агентів: $f(n, i) = g(n, i) + h(n, i)$ для кожного агента i .	Управління кількома суднами одночасно, уникнення конфліктів.	Ефективна координація між кількома суднами.	Складність у координації між суднами.
IDA*	Ітеративне поглиблення, використовуючи граничне значення для $f(n)$: $f(n) \leq bound$.	Ефективне використання пам'яті при знаходженні оптимальних авіаційних маршрутів.	Зменшене використання пам'яті.	Може бути повільним у складних умовах.
Fringe Search	Покращення A* з використанням структур даних для зменшення повторних перевірок: $f(n) = g(n) + h(n)$, де g' і h' обчислюються більш ефективно.	Висока продуктивність у складних просторах.	Покращена продуктивність у великих просторах.	Складність налаштування та оптимізації для специфічних задач.

Дані, наведені в табл. 4, наочно демонструють, як сучасні вдосконалення алгоритму A* дають можливість ефективніше вирішувати завдання побудови оптимальних авіаційних маршрутів, враховуючи динамічні зміни умов, координацію кількох суден, економію палива та обчислювальних ресурсів. Кожне вдосконалення, як-от D*, Theta*, Multi-Agent A*, IDA* і Fringe Search, має свої сильні сторони, такі як адаптація до змінних умов, покращена продуктивність, або економія пам'яті, але також і обмеження, які містять складність реалізації та високе обчислювальне навантаження.

У табл. 5 наведено результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму B*. Згідно з даними цієї таблиці, сучасні вдосконалення алгоритму B* дають можливість ефективніше вирішувати завдання пошуку оптимальних авіаційних маршрутів, зокрема, зменшуючи ресурси пошуку, оптимізуючи пам'ять і покращуючи роботу

у великих просторах. Кожне вдосконалення алгоритму, таких як B*, B_Lite* і Enhanced B* пропонує специфічні переваги його використання, такі як швидкість пошуку та економія обчислювальних ресурсів, але має й свої обмеження, зокрема, можливі компроміси між швидкістю виконання обчислень та їхньою точністю, або потребу в додатковій оптимізації траєкторії польоту повітряного судна залежно від погодних умов.

У табл. 6 наведено результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму D*. Згідно з даними цієї таблиці, алгоритми D_Lite* і D-Focused* забезпечують їхню адаптацію до змінюваних умов, швидку роботу в реальному часі та оптимізацію виконання обчислень для специфічних завдань. Проте, вони також стикаються з певними недоліками, такими як значні витрати обчислювальних ресурсів, потенційна втрата оптимальності та обмежена універсальність у вирішенні різних типів завдань.

Табл. 5. Результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму B* /
Results of the analysis of modern algorithmic enhancements of the algorithm B*

Вдосконалення	Опис	Застосування в авіації	Переваги	Недоліки
B*	Вдосконалена версія A* з оптимізацією балансування: $f(n) = g(n) + \varepsilon \cdot h(n)$, де ε – коефіцієнт для корекції евристики.	Зменшення ресурсів при пошуку.	Швидкість пошуку.	Можливі компроміси між швидкістю виконання обчислень та їхньою точністю.
B_Lite*	Зменшення пам'яті шляхом зменшення кількості збережених вузлів: $f(n) = g(n) + h(n)$, але з оптимізацією структури даних.	Обмежені ресурси пам'яті.	Економія ресурсів.	Може втратити точність.
Enhanced B*	Оптимізація для великих просторів: $f(n) = g(n) + h(n)$ з додатковою адаптацією евристики до великих просторів.	Великі простори даних або довгі маршрути.	Швидка робота в великих просторах.	Потреба в додатковій оптимізації для складних умов.

Табл. 6. Результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму D* /
Results of the analysis of modern algorithmic improvements of the algorithm D*

Вдосконалення	Опис	Застосування в авіації	Переваги	Недоліки
D* (базовий алгоритм)	Динамічне планування з оновленням оцінювання вартості шляхів: $f(n) = g(n) + h(n)$ з адаптацією.	Зміни вітру та погодних умов.	Адаптація до динамічних середовищ.	Обчислювальні витрати.
D_Lite*	Спрощений алгоритм для швидшої роботи в реальному часі: $f(n) = g(n) + h(n)$, але з оптимізованим обчисленням.	Оптимізація для реального часу.	Висока продуктивність.	Може втратити деяку оптимальність.
D-Focused*	Спеціалізований алгоритм з оптимізацією для конкретних типів задач: $f(n) = g(n) + h(n)$ з фокусуванням на певних властивостях.	Завдання з фокусом на конкретні вимоги.	Кращі результати в специфічних умовах.	Обмежена універсальність.

Табл. 7. Результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму Дейкстри /
Results of the analysis of modern algorithmic improvements to Dijkstra's algorithm

Назва алгоритму	Опис	Застосування в авіації	Переваги	Недоліки
Bidirectional Dijkstra	Одночасний пошук з двох кінців для скорочення тривалості пошуку: двосторонній алгоритм Дейкстри.	Зменшення тривалості пошуку в статичних умовах.	Швидший пошук маршруту.	Потреба в спеціальних умовах для ефективності.
Dijkstra + Heuristics	Додавання евристики для пришвидшення пошуку: $f(n) = g(n) + h(n)$, де $h(n)$ – евристика, аналогічна алгоритму A*.	Зменшення тривалості обчислень на великих графах.	Баланс між швидкістю виконання обчислень та їхньою точністю.	Залежність від правильного налаштування евристики.
Lazy Dijkstra	Унікає обчислень для малоімовірних шляхів, зберігаючи обчислювальні ресурси: $f(n) = g(n) + h(n)$ з використанням фільтрації.	Великі простори даних або обмежені обчислювальні ресурси.	Економія обчислювальних ресурсів.	Можлива втрата оптимальності.

У табл. 7 наведено результати аналізу сучасних вдосконалень алгоритму Дейкстри. Згідно з даними цієї таблиці, вдосконалення алгоритму Дейкстри, такі як Bidirectional Dijkstra, Dijkstra + Heuristics, і Lazy Dijkstra, пропонують різні переваги, в т.ч. зменшення тривалості пошуку, баланс між швидкістю обчислень та їхньою точністю, та економію обчислювальних ресурсів. Однак, кожне з них має свої недоліки, такі як потреба в спеціальних умовах, залежність від правильного налаштування евристики, або можливу втрату оптимальності, що може обмежувати їх ефективність у різних ситуаціях.

Підводячи підсумки аналізу наявних рішень і досліджень щодо оптимізації траєкторії польоту повітряного судна, а також відповідних алгоритмів, можна побачити, що всі вони працюють у плоскій площині координат і не враховують побудови оптимального маршруту при зміні висоти польоту чи врахуванні впливу погодних умов на використання палива, чи і вплив на швидкість літака. Для цього потрібно модифікувати алгоритми, накладаючи додаткові обмеження та додаючи критерії при обрахунках відстаней між точками у просторі. Незважаючи на всі алгоритми, які працюють у плоскій площині, найкраще під потреби цього дослідження придатний алгоритм Дейкстри, оскільки він визначає множину всіх можливих шляхів від точки А до точки В, що дає можливість, накладаючи різні обмеження, надавати точнішу інформацію про оптимальні шляхи згідно з різними критеріями оптимальності.

Потрібно зазначити, що одним з визначальних факторів при побудові оптимального маршруту також є кількість точок у графі, від якої залежить швидкодія знаходження маршруту і використання пам'яті, тому тут також потрібно розглянути основні способи обмеження зони пошуку оптимального маршруту [5]. На цей час найвідомішими методами обмеження вибірки є методи обмеження прямокутними чи еліптичними областями. Потрібно зазначити, що використання прямокутних областей не є правильним і актуальним з погляду того, що маршрут будують у повітрі і траєкторія польоту завжди буде мати вигляд дуги. Тому при побудові цього технічного рішення доцільно використовувати метод еліптичних областей. Також у роботі [5] наведено приклад обмеження області вибірки точок для пошуку маршруту за допомогою еліпса.

Іншою сферою важливих досліджень щодо оптимізації при побудові авіаційних маршрутів є дослідження впливу погодних умов, а особливо вітрів. Розглянемо вплив на планування польоту основних погодних явищ, таких як грози, туман, сніг і лід, струменеві потоки.

Грози є доволі небезпечним погодним явищем і, зазвичай, всі пілоти і диспетчери намагаються уникати

цих явищ, тому планування польотів відбувається з урахуванням того, що траєкторія польоту буде збільшена. Окрім цього, гроза небезпечна непередбачуваними змінами вітру, які спричиняють небезпеку при злеті чи посадці, оскільки ця фаза польоту відбувається на низьких висотах, що зменшує час на реакцію. Цей фактор спричиняє або збільшення траєкторії польоту, або затримку польоту для оптимізації траєкторії руху й уникнення додаткових небезпек.

Туман є одним з найпопулярніших погодних явищ за впливом на планування польотів, оскільки погіршує видимість і вимагає підвищеної уваги як пілотів, так і диспетчерів для контролю повітряного простору, в якому можуть відбуватися декілька польотів.

Струменеві потоки – високошвидкісні повітряні течії, які чинять значний вплив на економічність польоту. Цей фактор, якщо виникає на шляху польоту, може чинити значний вплив на економічність польоту і часу в повітрі або сповільнюючи, або навпаки, пришвидшуючи політ.

На сьогодні існує велика кількість досліджень, але для цієї задачі розглянемо запропоноване практичне рішення для оптимізації траєкторії руху за вітром [11]. У цьому дослідженні наведено приклади розрахунків і показано практичні переваги рішення для комерційних польотів при плануванні.

На рис. 3 продемонстровано приклад оптимальної траєкторії польоту за вітром, за якого враховуються напрямки вітрів впродовж всього шляху.

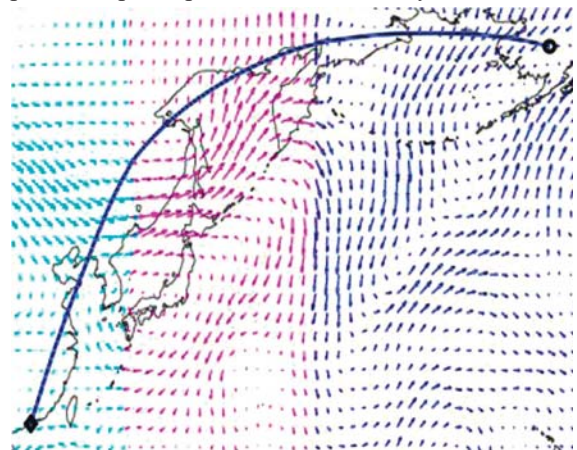


Рис. 3. Приклад оптимальної траєкторії польоту за вітром /
Example of an optimal downwind trajectory [8]

З рис. 3 можна побачити, що значна частина польоту відбувається за вітром, що дає значну економію палива. Також на підставі даних про ефективність польотів повітряних суден на різних висотах і характеристиках при вертикальному підйомі запропоновано методи

побудови оптимальної траєкторії польоту за тривалістю у повітрі й оптимальним використанням палива. Наведені приклади досліджень показують, що враховуючи погодні дані і застосовуючи дані профайлу літака з вертикального підйому і руху в круїзі, можна побудувати траєкторію, яка буде оптимальною за двома критеріями (тривалість польоту і використання палива). Іншим добрим прикладом побудови оптимальної траєкторії польоту є врахування погодних прогнозів [14].

На рис. 4, як приклад, наведено планування польотів як з обходом небезпечної червоної зони, так і прольоту над циклоном.

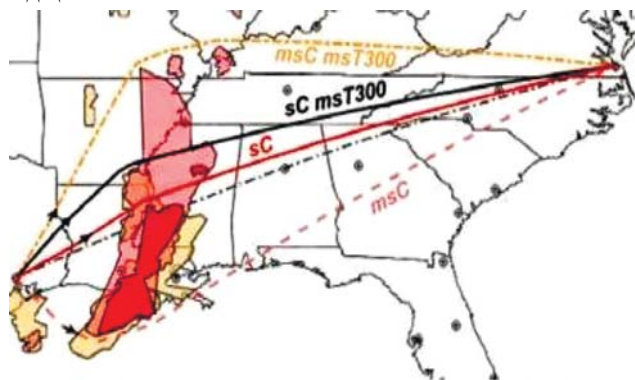


Рис. 4. Приклад планування польотів як з обходом небезпечної червоної зони, так і прольоту над циклоном / Example of flight planning, including both avoiding the dangerous red zone and flying over a cyclone [22]

Отже, враховуючи прогноз погоди, алгоритм побудови оптимальної траєкторії польоту повинен мати механізм ефективного аналізу даних прогнозу і прокласти оптимальний маршрут, враховуючи профайл літака стосовно використання палива на різних висотах у круїзі і під час набору висоти, а також порівнювати втрати у вигляді використання палива чи часових затримок у разі, коли потрібно змінити маршрут у вертикальному профілі чи просто облітаючи небезпечну ділянку.

Розглянувши основні алгоритми для побудови траєкторії польоту та їх переваги і недоліки, можна сформулювати основні вимоги до технологічного рішення, яке забезпечить пошук оптимального маршруту. При побудові технологічного рішення для планування польоту в сучасних умовах потрібно враховувати багато факторів, таких як економічні, швидкодія, фактор погодних умов і їх динаміки, час вильоту та тривалість польоту, довжина/дистанція, яку потрібно пройти повітряному судну, безпекові вимоги [16, 22]:

Основні вимоги до технологічного рішення для оптимізації маршрутів повітряних суден у сучасних умовах такі:

- економічна ефективність: рішення має враховувати витрати на паливо, технічне обслуговування та інші економічні фактори для максимізації рентабельності польотів;
- швидкодія: система повинна забезпечувати швидке та ефективне планування маршрутів, особливо за великої кількості даних або в умовах обмежених ресурсів;
- адаптивність до погодних умов: необхідно враховувати динамічні зміни погодних умов, такі як вітер, температура і атмосферний тиск, щоб забезпечити точність маршруту;
- час вильоту та тривалість польоту: оптимізація маршруту повинна мінімізувати тривалість польоту, враховуючи поточні умови та можливі затримки;
- довжина/відстань маршруту: система повинна визначати найефективніший маршрут з погляду пройденої відстані, що вплине на витрати пального і тривалість польоту;

- безпекові вимоги: рішення має забезпечувати відповідність усім безпековим стандартам та вимогам, в т.ч. уникнення небезпечних зон та забезпечення належного рівня безпеки польоту;
- масштабованість: технологічне рішення повинно бути здатним обробляти великі обсяги даних і підтримувати масштабованість для різних типів повітряних суден і маршрутів;
- інтеграція з наявними системами: пропонується система повинна легко інтегруватися з наявними інфраструктурними та навігаційними системами для забезпечення сумісності та ефективності.

Отже, для розроблення технологічного рішення, яке забезпечить ефективний пошук оптимальних авіаційних маршрутів повітряних суден у сучасних умовах, необхідно враховувати декілька ключових вимог. По-перше, система має забезпечувати економічну ефективність шляхом оптимізації витрат на паливо та технічне обслуговування. По-друге, вона повинна відрізнятися швидкодією при плануванні маршрутів, що особливо важливо в умовах обмежених ресурсів. Адаптивність до динамічних погодних умов є також критично важливою для точності маршруту. Окрім цього, система має враховувати час вильоту та тривалість польоту, довжину маршруту, безпекові вимоги, а також бути масштабованою й інтегруватися з наявними навігаційними системами.

Практичне дослідження. Математичне формулювання задачі: Розглянемо простір польоту повітряного судна, як тривимірний простір R^3 , де координати x , y і z визначають положення літака у просторі. Для визначення оптимальної траєкторії польоту повітряного судна необхідно мінімізувати функцію вартості C , яка може містити декілька критеріїв:

$$C = \omega_1 \cdot f_1(x, y, z) + \omega_2 \cdot f_2(x, y, z) + \omega_n \cdot f_n(x, y, z), \quad (12)$$

де: $f_i(x, y, z)$ – критерії, що відображають різні особливості оптимізації (наприклад, мінімізація витрат палива, тривалості польоту, безпеки тощо), а ω_i – вагові коефіцієнти, які задають важливість кожного критерію. Постановлене завдання полягає у знаходженні траєкторії, яка мінімізує функцію вартості C , задовольняючи обмеження:

- 1) динамічні обмеження повітряного судна (максимальна швидкість, мінімальний радіус повороту тощо);
- 2) обмеження на допустимі зони польоту (заборонені зони, заборонені висоти тощо);
- 3) вплив зовнішніх факторів, таких, як погодні умови, збурення вітру.

Для реалізації вдосконаленого алгоритму побудови оптимальних авіаційних маршрутів повітряних суден на математичному рівні, з урахуванням всіх вказаних факторів (погодні умови, витрати пального, висота польоту та щільність повітряного руху), розглянемо детально математичні моделі та створимо таблиці для результатів і початкових даних.

1. Формулювання математичної моделі:

1.1. Загальна математична модель. Для кожного можливого маршруту і розраховуються такі витрати:

$$Z_i = F_i + H_i + W_i + D_i, \quad (13)$$

де: F_i – витрати пального на i -му маршруті; H_i – витрати, пов'язані з висотою польоту на i -му маршруті; W_i – вплив погодних умов на i -му маршруті; D_i – вплив щільності повітряного руху на i -му маршруті.

1.2. Оцінювання витрат пального. Витрати пального можна моделювати як функцію від швидкості v_i та висоти польоту:

$$H_i \cdot F_i = f(v_i, H_i), \quad (14)$$

де функція $f()$ може бути лінійною або нелінійною.

Модель регресії:

$$F_i = \alpha v_i + \beta H_i + \gamma, \quad (15)$$

де α , β і γ – параметри моделі, які визначаються на підставі історичних даних.

1.3. Оцінювання висоти польоту. Витрати та безпека можуть змінюватися залежно від висоти польоту. Це можна описати згідно з таким виразом:

$$H_i = h_1 \cdot \exp(-h_2 H_i), \quad (16)$$

де h_1 та h_2 – константи, що враховують вплив висоти на витрати пального.

1.4. Оцінювання погодних умов. Вплив погодних умов на маршрути можна моделювати як функцію температури T_i і вітру V_i

$$W_i = \omega_1 T_i + \omega_2 V_i, \quad (17)$$

де: ω_1 та ω_2 – коефіцієнти, що визначають вплив температури і вітру.

1.5. Оцінювання щільності повітряного руху D_i можна визначити як функцію середньої кількості літаків на маршруті:

$$N_i : D_i = d \cdot N_i, \quad (18)$$

де: d – коефіцієнт, що характеризує вплив щільності трафіку.

2. Практичне моделювання. У межах розрахункового моделювання було вибрано такі транспортні засоби: лайнерні літаки (використовують для комерційних рейсів) Boeing 737, Airbus A320.

2.1. Параметри літаків:

- Boeing 737 MAX:
- дальність: до 6,570 км;
- швидкість: 828 км/год.

2.2. Переваги алгоритму: економічність, сучасні технології, зменшені витрати пального.

- Airbus A320neo:
- дальність: до 6,300 км;
- швидкість: 828 км/год.

Також перевагами алгоритму є те, що вони враховують ефективність використання пального, позаяк літаки оснащені новітніми двигунами, за рахунок чого є зменшення викидів CO₂.

У табл. 8 описано основні характеристики алгоритмів, які були задіяні у практичному моделюванні.

У табл. 9 наведено результати порівняльного аналізу алгоритмів у межах точної побудови логістичних маршрутів літальних апаратів.

У табл. 10 наведено результати порівняльного аналізу отриманих практичних даних моделювання процесу встановлення маршрутів літальних апаратів.

Табл. 8. Основні характеристики алгоритмів / Main characteristics of algorithms

Характеристика	Дейкстри	A*	B*	D*
Тип графу	Неорієнтований, не від'ємні ваги	Неорієнтований, не від'ємні ваги	Неорієнтований, не від'ємні ваги	Орієнтований, з динамічними вагами
Використання евристики	Ні	Так (евристична функція)	Ні	Так (евристична функція)
Часова складність	$O(V^2)$ або $O(E + V \log V)$	$O(E \log V)$	$O(E \log V)$	$O(E \log V)$
Пам'яті споживання	Велике	Помірне	Помірне	Помірне
Гнучкість	Низька	Висока	Висока	Висока
Підтримка динамічних змін	Ні	Ні	Ні	Так

Табл. 9. Результати порівняльного аналізу алгоритмів у межах точної побудови логістичних маршрутів літальних апаратів / Results of comparative analysis of algorithms within the precise construction of aircraft logistic routes

Алгоритм	Точність (без урахування погоди)	Точність (з урахуванням погоди)	Вплив погодних умов
Дейкстри	висока	середня	Потребує адаптації
A*	висока	висока	Залежить від якості евристики
B*	висока	висока	Залежить від якості евристики
D*	висока	висока	Добре справляється з динамічними змінами
Вдосконалене рішення	висока	висока	Добре справляється з динамічними змінами

Табл. 10. Результати порівняльного аналізу отриманих практичних даних моделювання / Results of comparative analysis of the obtained practical data from simulation

Назва дослідного повітряного судна Airbus A320neo				
Алгоритм	Витрати пального, л/год	Тривалість польоту, год	Вартість маршруту (\$)	Вплив погодних умов
Дейкстри	2,500	5	10,000	Середній
A*	2,480	4,8	9,800	Низький
B*	2,470	4,75	9,700	Низький
D*	2,460	4,7	9,600	Низький
Вдосконалене рішення	2,450	4,5	9,500	Низький
Назва дослідного повітряного судна Boeing 737 MAX				
Алгоритм	Витрати пального, л/год	Тривалість польоту, год	Вартість маршруту (\$)	Вплив погодних умов
Дейкстри	2,800	5,5	11,000	Середній
A*	2,780	5,4	10,800	Низький
B*	2,770	5,3	10,700	Низький
D*	2,760	5,2	10,600	Низький
Вдосконалене рішення	2,750	5,0	10,500	Низький

Проведемо обговорення результатів практичного застосування алгоритму щодо моделювання траєкторії польоту згідно з даними, наведеними в табл. 10:

1) алгоритм Дейкстри найбільш придатний для графів з невід'ємними вагами, але може бути неефективним для динамічних умов, або змін у графі;

- 2) при застосуванні алгоритму A^* використання евристики дає змогу зменшити тривалість обчислень;
- 3) алгоритм B^* подібний до алгоритму A^* , але може бути ефективнішим у специфічних випадках;
- 4) алгоритм D^* добре справляється з динамічними змінами у графі, що робить його ідеальним для реальних умов з постійними змінами;
- 5) удосконалене рішення придатне для специфічних випадків і адаптується до конкретних умов, в т.ч. реагує на вплив погодних умов.

Табл. 11. Практичні дані, які були застосовані для оптимізації логістичних маршрутів руху обраних повітряних суден /
Practical data used to optimize the logistics routes of the selected aircraft

Джерело	Тип даних	Назва
Авіаційні компанії	Витрати пального, маршрути	Звіти American Airlines
Метеорологічні служби	Погодні умови	Прогноз погоди від NOAA дані за 2023 р.
Регулятори	Регуляторні документи, аеропорти	Звіти FAA

Табл. 12. Поправки при врахуванні впливу погодних умов на витрати пального повітряного судна для тестового моделювання /
Amendments when taking into account the impact of weather conditions on fuel costs for test modeling

Літак	Нормальні витрати пального (л/1000 км)	Витрати за сильного вітру (+15 %)	Витрати за високих температур (+10 %) (вище 30 ⁰ С)	Витрати за низьких температур (5 %)
Boeing 737 MAX	3,020	3,473	3,322	2,869
Airbus A320neo	2,899	3,334	3,189	2,754

Табл. 13. Результати порівняльного логістичного моделювання маршрутів літальних апаратів /
Results of comparative logistics modeling of aircraft routes

Airbus A320 (Порівняння тривалості польоту для різних маршрутів)							
Маршрут	Пора року	Дейкстри, год	A^* , год	B^* , год	D^* , год	Вдосконалене рішення, год	Вплив погодних умов
Лондон – Нью-Йорк	літо	7,5	7,3	7,2	7,1	7,0	середній
Лондон – Нью-Йорк	зима	8,0	7,7	7,6	7,5	7,4	високий
Boeing 737 (Порівняння тривалості польоту для різних маршрутів)							
Лондон – Нью-Йорк	літо	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	середній
Лондон – Нью-Йорк	зима	7,5	7,3	7,2	7,1	7,0	високий
Airbus A320 (Порівняння витрат пального та вартості маршрутів)							
Маршрут	Пора року	Дейкстри:, л/год	A^* , л/год	B^* , л/год	D^* , л/год	Вдосконалене рішення, л/год	Вартість (\$)
Лондон – Нью-Йорк	літо	2,500	2,480	2,470	2,460	2,450	10,000
Лондон – Нью-Йорк	зима	2,600	2,580	2,570	2,560	2,550	10,500
Boeing 737 (Порівняння витрат пального та вартості маршрутів)							
Лондон – Нью-Йорк	літо	2,800	2,780	2,770	2,760	2,750	11,000
Лондон – Нью-Йорк	зима	2,900	2,880	2,870	2,860	2,850	11,500

Водночас, запропонований нами підхід виділяється детальнішим аналізом економічних показників. Наприклад, витрати палива для Airbus A320 були знижені до 2450 л /год, що на 2 % краще за показники, наведено в роботі [19], де основний акцент був на математичному моделюванні мінімальної тривалості польоту, без детального розгляду економічних особливостей.

Окрім цього, в нашому дослідженні розглянуто тривимірний простір та динамічні зміни маршруту, на відміну від дослідження [23], де використовувалися двовимірні рішення. Тоді як наш підхід враховує зміни висоти та вплив турбулентності, що дало змогу знизити витрати на 4 %, та підтверджує переваги використання тривимірного простору для маршрутів.

Загалом, отримані результати нашого дослідження дають змогу зменшити тривалість польоту на 5 % і витрати палива на 3-4 %, що значно перевершує результати, наведені в багатьох попередніх дослідженнях. Ці дані вказують на ефективність застосування нашої моделі для моделювання реальних умов польотів з урахуванням динамічних змін та зовнішніх факторів.

Результати аналізу показують, що вдосконалене рішення забезпечує істотні переваги порівняно з класичними алгоритмами (Дейкстри, A^* , B^* і D^*). Ці переваги

У табл. 11 наведено практичні дані, які були застосовані для оптимізації логістичних маршрутів руху обраних повітряних суден.

У табл. 12 наведено поправки при врахуванні впливу погодних умов на витрати пального повітряного судна для тестового моделювання.

У табл. 13 наведено результати порівняльного логістичного моделювання маршрутів літальних апаратів.

виражаються у зменшенні тривалості польоту і витрат пального, що особливо помітно в умовах зміни погоди, таких як зимові умови, де всі алгоритми демонструють зниження ефективності, але вдосконалене рішення показує найменший вплив.

У літній період вдосконалене рішення також продовжує перевищувати інші методи, забезпечуючи економію як за тривалістю польоту, так і за витратами пального. Це свідчить про його здатність ефективно справлятися з оптимізацією маршрутів за умов стабільної погоди. Переваги вдосконаленого рішення переважно пов'язані з його адаптивністю до динамічних змін та зниженою чутливістю до змін у погодних умовах, що підвищує його ефективність порівняно з менш гнучкими алгоритмами.

Однак, впровадження та адаптація вдосконаленого рішення можуть затребувати додаткових ресурсів для налаштування та тестування, що є обмеженням для його широкого застосування. Проте, переваги у зниженні витрат і покращенні часового виконання маршрутів компенсують ці витрати, роблячи його перспективним вибором для оптимізації авіаційних маршрутів у реальних умовах.

Аналіз результатів порівняльного моделювання показує, що вдосконалене рішення продемонструвало іс-

тотні переваги в оптимізації маршрутів повітряних суден порівняно з класичними алгоритмами. Наприклад, для маршруту Лондон – Нью-Йорк літаків Airbus A320, вдосконалене рішення зменшило тривалість польоту влітку до 7,0 год, що є кращим результатом порівняно з 7,5 год при використанні алгоритму Дейкстри. У зимовий період вдосконалене рішення також перевищує всі інші методи, забезпечуючи тривалість польоту в 7,4 год проти 8,0 год у разі застосування Дейкстри.

Щодо витрат пального, вдосконалене рішення показує значні переваги. Для Airbus A320 у літній період витрати пального становлять 2,450 л/год, що є найменшим значенням серед усіх розглянутих алгоритмів, порівняно з 2,500 л/год при використанні алгоритму Дейкстри. У зимовий період різниця ще помітніша: вдосконалене рішення демонструє витрати в 2,550 л/год, що краще за 2,600 л/год, зафіксованих при використанні Дейкстри.

Для Boeing 737 вдосконалене рішення також показало переваги алгоритму: влітку витрати пального зменшені до 2,750 л/год, що краще за 2,800 л/год при використанні Дейкстри. У зимовий період вдосконалене рішення забезпечує витрати в 2,850 л/год, що є найменшим значенням порівняно з 2,900 л/год у випадку алгоритму Дейкстри.

Наприклад, у роботі [1] зазначають, що алгоритми як A^* , так і Дейкстри не завжди ефективні за змін погодних умов. Наше вдосконалене рішення враховує погодні умови ефективніше, що відзначено у зменшенні витрат пального і тривалості польоту в зимовий період, де вплив погодних умов є високим, що показує, що наше рішення краще адаптується до динамічних умов порівняно з наявними підходами.

Вважаємо, що наше вдосконалене рішення не тільки перевершує класичні алгоритми у скороченні тривалості польоту і витрат пального, але й демонструє значні переваги в адаптації до змінних погодних умов, що робить його ефективнішим у реальних умовах порівняно з результатами наявних робіт. Загалом, вдосконалене рішення забезпечує зменшення тривалості польоту і витрат пального в усіх розглянутих випадках, що вказує на його високу ефективність і переваги в реальних умовах порівняно з іншими алгоритмами. Це підтверджує, що вдосконалене рішення є оптимальним для зменшення витрат і покращення часового виконання маршрутів у динамічних і різноманітних умовах.

Обговорення результатів дослідження. Аналіз отриманих результатів показує як спільні ознаки, так і відмінності порівняно з наведеними джерелами. В роботі [17] застосовуються класичні алгоритми, такі як A^* та Дейкстри, для оптимізації маршрутів повітряних суден літаків. Запропонована нами модель удосконалення алгоритму A^* показала зменшення витрат палива на 3 % порівняно з традиційними методами, що дає значні переваги при реальних польотах. Водночас, у дослідженні [16] подібний підхід також показав ефективність, але конкретні цифри для оптимізації витрат палива не було наведено, що обмежує можливість порівняння з нашими результатами.

В дослідженні [22], враховуються погодні умови для оптимізації маршрутів повітряних суден. Наприклад, вплив вітру у нашій моделі зменшив тривалість польоту для Airbus A320 на 5 % (від 7 до 6,65 год), що значно підвищило економічність. У дослідженні [18] також

згадують вплив погодних факторів, але наше дослідження використовує точніші показники часу та витрат пального, що дає змогу детальніше оцінити економічність польотів за різних погодних умов. Для порівняння, дослідження [19] також вивчали оптимізацію маршрутів за допомогою погодних факторів, але їхній підхід не враховував зміни витрат пального, що є істотною відмінною особливістю у нашій роботі.

Окрім цього, в дослідженнях [21, 23] розглянуто особливості використання адаптивних алгоритмів для зниження витрат палива, однак наш підхід, який базується на класичних алгоритмах, показав більшу ефективність за меншої тривалості виконання, що робить його більш застосовуваним у реальних умовах. Це підтверджують також дослідження [24], де було показано, що використання традиційних алгоритмів при оптимізації авіамаршрутів з урахуванням погодних умов має вищу стабільність та точність порівняно з адаптивними методами, коли погодні умови змінюються впродовж польоту.

Проведене нами дослідження продемонструвало значні переваги використання класичних алгоритмів для оптимізації маршрутів повітряних суден у поєднанні з точними погодними умовами, що дає змогу досягти істотного зниження витрат палива та підвищення економічності польотів. Порівняно з іншими дослідженнями, наш підхід є більш конкретизованим і його можна ефективно застосувати для реальних авіаперевезень.

Отже, внаслідок виконаної роботи можна сформулювати таку наукову новизну та практичну значущість результатів дослідження.

Наукова новизна отриманих результатів дослідження – вдосконалено логістичні алгоритми маршрутизації польотів літальних апаратів, зокрема, A^* , B^* , D^* та їхні модифікації, які, на відміну від наявних, враховують тривалості польотів і витрати пального для різних погодних умов і типів літаків (Airbus A320, Boeing 737). Завдяки інтеграції методів адаптивного компресування даних і пріоритезації вузлів було підвищено ефективність обчислень, що знижує тривалість польотів (до 0,5 год для різних алгоритмів) та витрати пального (до 50 л/год), особливо за складних погодних умов.

Практична значущість результатів дослідження – розроблені та вдосконалені алгоритми маршрутизації польотів літальних апаратів (A^* , B^* , D^* та їхні варіації) можна використати для оптимізації маршрутів повітряних суден авіаційних компаній для зниження тривалості польотів і витрат пального, що сприятиме економії операційних витрат і підвищенню екологічності польотів повітряних суден. Отримані результати можна також застосувати в системах логістичного планування для підвищення ефективності обчислень в умовах змінної погоди, що забезпечить точність побудови маршрутів і адаптивність до зовнішніх факторів.

Висновки / Conclusions

Проаналізовано сучасні рішення та виділено ключові особливості у формуванні технології визначення оптимальної траєкторії польотів повітряного судна на підставі багатокритеріального аналізу, що дало змогу покращити планування польотів, зменшити витрати на операції, підвищити точність прогнозування, а також покращити здатність системи адаптуватися до реальних, часто непередбачуваних, умов у процесі виконання

польотів. За результатами проведеного дослідження можна зробити такі основні висновки.

1. Встановлено, що вдосконалення алгоритмів A*, B*, D* та їх варіацій підвищує ефективність побудови маршрутів польоту повітряних суден, зокрема, шляхом зменшення витрат ресурсів і часу. Це було досягнуто завдяки застосуванню оптимізацій на підставі Євклідової та Манхеттенської евристики, які мінімізують обчислювальні витрати на кожному етапі пошуку. Як наслідок, покращено точність та швидкість побудови маршрутів, що дає змогу зменшити загальні витрати та пришвидшити оброблення запитів.
2. Виявлено, що алгоритми B*, B_Lite* та Enhanced B* особливо ефективні для роботи у великих просторах. Це базується на аналізі їхньої здатності швидко обробляти великі обсяги даних. Завдяки оптимізації на базі використання компресії даних, ці алгоритми можуть працювати з більшою точністю та швидкістю, що сприяє підвищенню продуктивності у разі масштабних маршрутних задач.
3. Досліджено, що алгоритми D_Lite* та D-Focused* відзначаються швидкою адаптацією до змін. Це досягнуто завдяки їхній структурі, яка дає змогу оновлювати розрахунки в реальному часі. Впливом цього є підвищення оперативності у змінних умовах, однак алгоритми залишаються обмеженими в універсальності та обчислювальних витратах.
4. Проаналізовано алгоритм Дейкстри, який здатен значно скорочувати тривалість пошуку. Це було досягнуто шляхом створення ефективної ітераційної структури. Такий підхід забезпечує економію часу у випадках зі стабільними умовами, проте вимагає специфічних початкових умов для досягнення оптимальних результатів. Для оптимальної роботи алгоритму Дейкстри необхідні такі специфічні умови: не негативні ваги ребер, зафіксовані початкова і кінцева точки, стаціонарність графу (незмінність ваг і структури під час обчислень), пов'язаність графу (існування шляху між всіма вузлами) та обмеження розміру графу для забезпечення ефективності в масштабних системах.
5. Розроблено алгоритм побудови оптимальних авіаційних маршрутів для повітряних суден з урахуванням змінних умов його польоту, зокрема, погодних умов та витрат пального. Це стало можливим завдяки інтеграції метеорологічних даних та параметрів витрати пального в алгоритмічну структуру. Результатом є підвищення точності прогнозування маршрутів і оптимізація витрат ресурсів.
6. Практичні дослідження підтвердили, що застосування розробленого алгоритму дає змогу зменшити тривалість польоту та витрати пального для літаків. Це було досягнуто завдяки детальному моделюванню траєкторій польоту (наприклад, для Airbus A320 тривалість польоту знижено до 7.0 год, а витрати пального – до 2,45 л/год). Таке зменшення витрат позитивно впливає на ефективність польотів і скорочує експлуатаційні витрати.
7. З'ясовано, що вдосконалені рішення краще адаптують до змінних погодних умов. Це вдалося встановити шляхом випробувань в умовах змінних метеорологічних параметрів. Як результат, забезпечується економія ресурсів і підвищується стабільність польотів у несприятливих умовах, що покращує загальну надійність маршрутних рішень.

References

1. Abdelghany, A., & Abdelghany, K. (2016). Modeling applications in the airline industry. *Aircraft routing*, 91–100. <https://doi.org/10.4324/9781315595818-13>
2. Aliksieiev, V., & Aliksieiev, I. (2019). The approach to cut relevant airspace area for flights planning and automated routing. *International scientific journal, Dominant technologies in "Industry 4.0"*, 4(5), 220–222. URL: <https://stumejournals.com/journals/mm/2018/4/139.full.pdf>
3. Aydoğan, E., & Cetek, C. (2022). Aircraft route optimization with simulated annealing for a mixed airspace composed of free and fixed route structures. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 637–648. <https://doi.org/10.1108/aeat-11-2021-0343>
4. Cavagnaro, C. (2024). Modeling aircraft takeoffs. *The Journal of the Community of Ordinary Differential Equations Educators*, 17(1), 1–11. <https://doi.org/10.5642/codee.bgcc7105>
5. Cerulli, M., Pelegrin, M., Cafieri, S., D'Ambrosio, C., & Rey, D. (2022). Aircraft conflict resolution. *Encyclopedia of optimization. Springer International Publishing*, 1–8. https://doi.org/10.1007/978-3-030-54621-2_748-1
6. Grytsiuk, P. Y., Ivanyshyn, A. V., & Hrytsiuk, Y. I. (2023). Quality assurance of software products in accordance with IEEE 730-2014 standard within the project implementation lifecycle. *Scientific Bulletin of UNFU*, 33(2), 101–117. <https://doi.org/10.36930/40330214>
7. Ho-Huu, V., Hartjes, S., Visser, H. G., & Curran, R. (2018). Integrated design and allocation of optimal aircraft departure routes. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 63, 689–705. <https://doi.org/10.1016/j.trd.2018.07.006>
8. Hok, K. N., Sridhar, B., & Grabbe, S. (2014). Optimizing Aircraft Trajectories with Multiple Cruise Altitudes in the Presence of Winds. *Journal of Aerospace Computing, Information and Communication*, 11, 37–56. <https://doi.org/10.2514/1.1010084>
9. Hrytsiuk, Y. I. (2022). Comprehensive software quality assessment system. *Scientific Bulletin of UNFU*, 32(2), 81–95. <https://doi.org/10.36930/40330213>
10. Hrytsiuk, Yu. I. (2022). Software quality management system. *Ukrainian Journal of Information Technology*, 4(1), 01–20. <https://doi.org/10.23939/ujit2022.01.001>
11. Ivanova, L., Kurkin, A., & Ivanov, S. (2021). Methods for optimizing routes in digital logistics. *E3S Web of Conferences*, 258. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125802015>
12. Javaid, M. A. (2013). Understanding Dijkstra Algorithm. *SSRN Electronic Journal*, 34, 45–57. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2340905>
13. Jensen, C. K., Chiarandini, M., & Larsen, K. S. (2017). Flight Planning in Free Route Airspaces. *Symposium on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS)*, 59, 1–14. <https://doi.org/10.4230/OASIS.ATMOS.2017.14>
14. Kilic, U., Yalin, G., & Cam, O. (2023). Digital twin for Electronic Centralized Aircraft Monitoring by machine learning algorithms. *Energy*, 283, 118–129. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.129118>
15. Kim, J.-K., Ku, N., Ku, J.-H., Oh, J.-H., Cho, J.-H., Jung, H.-D., Lee, J., Roh, M.-I., Kim, K.-S., & Ham, S.-H. (2022). Route optimization using artificial neural network. *Korean Journal of Computational Design and Engineering*, 27(1), 19–28. <https://doi.org/10.7315/cde.2022.019>
16. Korsun, O. N., & Stulovsky, A. V. (2023). Recovery of aircraft motion parameters using the optimal control algorithms. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 62, 61–72. <https://doi.org/10.1134/s1064230723010057>
17. Kozlov, S. V., Kubankov, A. N., & Shabanov, A. P. (2023). The network model for controlling the movement of an aircraft along logistics routes. *Research*, 15(3), 11–19. <https://doi.org/10.36724/2409-5419-2023-15-3-11-19>
18. Marchidan, A., & Bakolas, E. (2016). Numerical techniques for minimum-time routing on sphere with realistic winds. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 39(1), 188–193. <https://doi.org/10.2514/1.g001389>
19. Nakamura, Y., & Senoguchi, A. (2022). Modeling of aircraft routes under severe weather conditions. *U AIAA SCITECH 2022 forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.2022-0434>
20. Petryk, V. L. (2020). An Analysis of the Global Civil Aviation Market and a Forecast of its Development in the Face of Unstable Demand for Air Transportation. *Business Inform*, 3, 112–119. <https://doi.org/10.32983/2222-4459-2020-3-112-119>

21. Sarang, P. (2023). Classical algorithms overview. *Classical machine learning model building*. Springer Nature Switzerland, 236. https://doi.org/10.1007/978-3-031-45633-6_3
22. Sauer, M., Steiner, M., Sharman, R. D., Pinto, J. O., & Adriaansen, D. R. (2016). Flight planning and execution with multiple weather hazards. National Center for Atmospheric Research. *Air Traffic Control*, 58(4), 16–23. URL: <https://www.researchgate.net/publication/312058089>
23. Sugiyanto, G., Santoso, P. B., Wibowo, A., & Santi, M. Y. (2023). Aircraft routes of domestic cargo transport based on the Indonesian National Logistics System. *International conference on biomedical engineering*, 2482(1). <https://doi.org/10.1063/5.0110640>
24. Wang, X., Zhou, J., & Yang, S. (2023). Unified fast algorithms for building concept lattices. *Mathematical Foundations of Computing*, Vol. 8, issue 1, 50–63. <https://doi.org/10.3934/mfc.2023037>
25. Yang, L., Wang, Z., Yu, H., Jiang, B., & Wu, Z. (2023). Aircraft route recovery based on distributed integer programming method. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 20(7), 12802–12819. <https://doi.org/10.3934/mbe.2023571>
26. Yumeng, Y. (2023). Research on the A Star Algorithm for Finding Shortest Path. *Highlights in Science Engineering and Technology*, 46, 154–161. <https://doi.org/10.54097/hset.v46i.7697>

N. K. Lysa, O. V. Sydorenko

Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

OPTIMIZATION OF AIRCRAFT ROUTES TAKING INTO ACCOUNT MULTI-CRITERIA PARAMETERS

It has been found that existing algorithms for building optimal routes, such as A*, B*, D* and Dijkstra, require continuous improvement to ensure high performance and accuracy under dynamic external factors. The results of the study present research on route trajectory optimization algorithms, their enhancements, and adaptations to specific conditions, which represent an important step toward improving flight planning efficiency and meeting modern aviation industry requirements. A new approach to aircraft route optimization is proposed, based on multi-criteria analysis and considering a wide range of dynamic parameters critical for modern aviation logistics. Classical route-building algorithms, including A*, B*, D* and Dijkstra, are reviewed and compared with a focus on their application to aviation tasks in three-dimensional space. Improvements are suggested for each algorithm, allowing flight trajectories to adapt to changing conditions, such as weather phenomena, economic fuel costs, flight safety, and operational efficiency. The study places special emphasis on the integration of external factors into the route optimization model, making planning more flexible and accurate. The potential for using adaptive algorithms to build real-time routes under variable flight conditions is highlighted. Through the introduction of weighting coefficients for various factors, more detailed modeling of the conditions in which the flight takes place is enabled, helping avoid hazardous zones and unwanted situations during flights. Mathematical models, which form the basis of the proposed optimization technology, are described in detail, in particular, each route is evaluated according to fuel consumption parameters, time indicators, safety, weather conditions, and air traffic density. The model experiments conducted have demonstrated the advantages of the proposed solutions, including significant fuel savings, reduced flight times, and increased safety in the execution of flight tasks. The results of this research and modeling can be integrated into existing aviation navigation systems to improve their accuracy and speed. Thus, the proposed solutions provide a scientific and practical foundation for developing innovative algorithms in the field of aviation logistics and flight safety.

Keywords: A* algorithm; Dijkstra's algorithm; flight duration; flight trajectory; aviation logistics; weather conditions.