

Мачуга О.С., Драбык В.В., Панасюк Н.Н. Исследование особенностей работы действующей модели двигателя Стирлинга

Использование энергии возобновляемых источников для нужд лесозаготовки связано с необходимостью превращения тепловой энергии от сжигания отходов древесины в механическую. Решение такого задания возможно в частности путем использования тепловой машины – двигателя Стирлинга. Представлены результаты экспериментальных исследований режимов работы и определения некоторых параметров модели такого двигателя. Эти результаты могут в дальнейшем использоваться при разработке и внедрении энергетических комплексов, связанных с возобновляемыми источниками.

Ключевые слова: энергия возобновляемых источников, двигатель Стирлинга, эксперимент.

Machuga O.S., Drabik V.V., Panasyuk M.M. The stirling engine operating model's work characteristics investigation

The renewable energy sources using for logging purposes is connect with the necessity to convert thermal energy from burning wood waste into the mechanical energy. Solving this problem is possible in particular by using the heat machine – Stirling engine. The investigation results by the experimental way of the engine's model work modes and definitions of their some parameters are present in this article. These results may be used further during the development and implementation connected with the energy renewable sources complexes.

Keywords: renewable sources energy, the Stirling engine, the experiment.

УДК 004.942:674.047

Аспір. Ю.В. Прусак¹ – НЛТУ України, м. Львів

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ І ВОЛОГОСТІ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ ТІЛ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЗАКОНУ ДАЛЬТОНА

Наведено математичну модель для дослідження розподілу температури і вологості у деревині в процесі сушіння. Граничні умови, які описують взаємодію деревини з агентом сушіння, записано на основі закону Дальтона. На основі різницевого методу наведено алгоритм для чисельної реалізації математичної моделі.

Ключові слова: математична модель, закон Дальтона, сушіння капілярно-пористих матеріалів, вологоперенесення, різницевий метод, метод прогонки.

Для моделювання вологоперенесення у процесі сушіння капілярно-пористих матеріалів переважно використовують диференціальні рівняння перенесення вологи [1, 2] з лінійними граничними умовами Ньютона, коли інтенсивність масообміну між висушуваним матеріалом та агентом сушіння є пропорційною різниці між вологовмістом на поверхні матеріалу U_n і рівноважним вологовмістом U_p :

$$j_n = \beta(U_n(\tau) - U_p), \quad (1)$$

де β – коефіцієнт вологоперенесення, віднесений до перепаду вологовмісту.

Такий підхід дає змогу отримувати аналітичні та чисельні розв'язки рівнянь масоперенесення, які наведено як у вітчизняних, так і закордонних

виданнях [1-5]. Використання граничних умов, які описуються законом випаровування Дальтона, коли інтенсивність масообміну є пропорційною перепаду парціального тиску водяної пари за товщиною пограничного шару, найбільш повно відображає фізичні сутності процесу сушіння і збігається з експериментальними дослідженнями [6, 7].

Але використання у граничних умовах закону Дальтона

$$j_n = \alpha_p(p_{1n} - p_{1c}) \quad (2)$$

відразу вводить не лінійність у математичну модель вологоперенесення.

Формула (2), що відображає взаємодію осушувачого матеріалу з агентом сушіння, є справедливою для стаціонарних процесів. Для нестаціонарних процесів коефіцієнти вологообміну α_p , віднесені до різниці парціальних тисків, є функцією часу.

Як зазначено у [6], використання граничної умови у вигляді співвідношення (1) не лише суперечить з експериментальними дослідженнями [7], але й не узгоджується з теоретичними засобами, наприклад для режиму сталої швидкості сушіння, вологовміст у будь-якій точці матеріалу зменшується у часі за лінійними законами з однією й тією ж швидкістю ($\partial U / \partial \tau = const$). Однак отримані у роботі [5] аналітичні залежності розподілу вологовмісту з використанням граничних умов (1) змінюються у часі за законом, близьким до експоненціального. Тому у подальшому розглянемо моделювання процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів з урахуванням закону Дальтона (2).

Залежність для відносного парціального тиску пари, тобто відношення парціального тиску пари до нормального атмосферного тиску, можна моделювати з допомогою формули Г.К. Філоненка

$$P(T) = 6,03 \cdot 10^{-3} \exp\left(17,3T / (T + 238 \cdot C)\right). \quad (3)$$

Тобто вважаємо, що водяна пара на поверхні висушувачого матеріалу є насиченою. Згідно з даними [7, 8], таке допущення має місце до тих пір, доки вологовміст на поверхні висушувачого матеріалу є меншим від деякого критичного значення. У формулі (3) через T позначено температуру поверхні, тобто $p_{1n} = P(T(x, \tau))$. Тиск середовища визначається формулою $p_{1n} = \phi P(T_n)$, де ϕ – відносна вологість повітря.

Сформулюємо математичну модель для визначення температури $T(x, \tau)$ та вологовмісту $U(x, \tau)$ у процесі сушіння капілярно-пористих матеріалів з урахуванням граничних умов (2), (3) у такому вигляді:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right) + \frac{\varepsilon r}{c} \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(a_U \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (5)$$

Граничні умови матимуть вигляд:

¹ Наук. керівник: проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук

$$-\lambda \frac{\partial T(l, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=l} = a(T_C - T(l, \tau)) + (1 - \varepsilon)ra(\phi P(T_C) - P(T(l, \tau))); \quad (6)$$

$$d_p(\phi P(T_k) - P(T(l, \tau))) = -a\rho_0 \left(\frac{\partial U(l, \tau)}{\partial x} + \delta \frac{\partial T(l, \tau)}{\partial x} \right) \Big|_{x=l}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial U(0, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Початкові умови:

$$T(x, 0) = f(x); \quad U(x, 0) = g(x); \quad 0 \leq x \leq l; \quad 0 \leq \tau \leq \tau_C. \quad (9)$$

У математичній моделі (4)–(8) прийнято такі позначення:

- λ – коефіцієнт теплопровідності ($Вт/(м \cdot c)$);
- C – питома теплоємність ($Дж/(кг \cdot c)$);
- a – коефіцієнт дифузії ($м^2/c$);
- δ – коефіцієнт термодифузії вологи ($1/c$);
- ε – коефіцієнт випаровування.

Введемо безрозмірні змінні:

$$T^* = T/T_m; \quad U^* = U/U_0; \quad x^* = x/d; \quad \tau^* = a_U \tau^{(10)} / l^2,$$

де $a_U = \lambda / (c\rho_0)$ – коефіцієнт дифузії тепла. Безрозмірний час τ називають критерієм Фур'є Fo . Для нових безрозмірних змінних (10) математична модель запишеться у вигляді:

$$\frac{\partial T^*}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + Ko \frac{\partial U^*}{\partial \tau^*} + W^*; \quad (11)$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial \tau^*} = Lu \frac{\partial^2 U^*}{\partial x^{*2}} + LuPn \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}}; \quad (12)$$

$$Ki_m(P(T_m \cdot T^*(0, \tau^*)) - \phi P(T_m \cdot T_C^*)) = \frac{\partial U^*}{\partial x^*}(0, \tau^*) + Pn \frac{\partial T^*}{\partial x^*}(0, \tau^*); \quad (13)$$

$$\frac{\partial T^*(0, \tau^*)}{\partial x^*} + Bi_U(T_C^* - T^*(0, \tau^*)) + AS^* = (1 - \gamma)KoLu \left(\frac{\partial T^*(0, \tau^*)}{\partial x^*} + Pn \frac{\partial T^*}{\partial x^*}(0, \tau^*) \right); \quad (14)$$

$$\frac{\partial T^*(1, \tau^*)}{\partial x^*} = 0; \quad \frac{\partial U^*(1, \tau^*)}{\partial x^*} = 0; \quad (15)$$

$$T^*(x^*, 0) = 1; \quad U^*(x^*, 0) = 1. \quad (16)$$

У формулах (11)–(16) введено такі позначення:

$$Ko = \frac{rU_0}{CT_m}; \quad Lu = \frac{a_0}{a_U}; \quad Pn = \frac{\delta T_m}{U_0}; \quad Bi_U = \frac{a_U l}{\lambda}; \quad Ki_m = \frac{al}{a_U \rho_0 U_0} - \text{відповідно}$$

критерії Косовича, Ликова, Поснова, теплообмінний критерій Біо, масообмінний критерій Кіріпчова.

Для побудови числового алгоритму введемо рівномірну прямокутну сітку згідно з методом скінченних різниць:

$$x_j^* = j \cdot \Delta x^* \left(\Delta x^* = \frac{1}{n}; j = 0, 1, 2, \dots, n \right);$$

$$\tau_j^* = i \cdot \Delta \tau^* \left(\Delta \tau^* = \frac{\tau_C}{\theta}; i = 0, 1, 2, \dots, n \right). \quad (17)$$

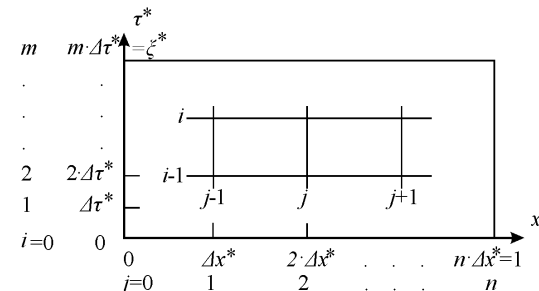


Рис. Шаблон та розбиття для алгоритму реалізації математичної моделі

Поставимо у відповідність безрозмірним функціям математичної моделі сіткові функції:

$$T^*(x^*, \tau^*) \rightarrow T_j^i; \quad U^*(x^*, \tau^*) \rightarrow U_j^i; \quad W^*(x^*, \tau^*) \rightarrow W_j^i; \quad S^*(\tau^*) \rightarrow S^i; \quad (18)$$

Перші два масиви є двовимірні, а інші – одновимірні. Для чисельної реалізації використано схему Кранка-Ніколсона [8]. Нехай згідно з початковими умовами (16) відомий розподіл температури і вологості у j -му шарі за часом. Згідно з (17), дискретний вигляд математичної моделі є таким:

$$J^{i-1} = \frac{U_1^i - U_0^i}{\Delta x^*} + Pn \frac{T_1^{i-1} - T_0^{i-1}}{\Delta x^*};$$

$$\frac{U_j^i - U_j^{i-1}}{\Delta \tau^*} = \frac{Lu}{2 \cdot \Delta x^*} (U_{j+1}^i - 2U_j^i + U_{j-1}^i) + \frac{Lu}{2 \cdot \Delta x^{*2}} (U_{j+1}^{i-1} - 2U_j^{i-1} + U_{j-1}^{i-1}) +$$

$$+ \frac{Lu + Pn}{\Delta x^{*2}} (T_{j+1}^{i-1} - 2T_j^{i-1} + T_{j-1}^{i-1}), \quad j = 1, 2, \dots, (n-1);$$

$$U_n^i = U_{n-1}^i.$$

У співвідношеннях (19) розподіл температур береться з попереднього шару за часом. Із врахуванням шаблону симетричної неявної схеми Кранка-Ніколсона отримаємо:

$$U_0^i = \kappa_1 U_1^i + \mu_1;$$

$$a_j U_{j-1}^i - c_j U_j^i + b_j U_{j+1}^i = -f_j, \quad (j = 1, 2, \dots, (n-1)); \quad (20)$$

$$U_n^i = \kappa_2 U_{n-1}^i + \mu_2.$$

Коефіцієнти приймають такі значення:

$$\kappa_1 = 1; \quad \mu_1 = Pn \cdot (T_1^{i-1} - T_0^{i-1}) - \Delta x^* \cdot J^{i-1};$$

$$a_j = 1; c_j = 2 \left(1 + \frac{\Delta x^{*2}}{\Delta \tau^* \cdot Lu} \right); b_j = 1;$$

$$f_j = U_{j-1}^{i-1} + 2 \left(\frac{\Delta x^{*2}}{\Delta \tau^* \cdot Lu} - 1 \right) U_j^{i-1} + U_{j+1}^{i-1} + 2Pn(T_{j-1}^{i-1} - 2T_j^{i-1} + T_{j+1}^{i-1});$$

$$\kappa_2 = 1; \mu_2 = 0.$$

Система лінійних алгебраїчних рівнянь (20) відносно невідомих $U_0^i, U_1^i, \dots, U_n^i$ з тридіагональною матрицею розмірністю $(n+1) \cdot (n+1)$ розв'язується методом прогонки [9]. Для стійкості реалізації цього методу виконуються умови:

$$|c_j| \geq |a_j| + |b_j|; |\kappa_1| \leq 1; |\kappa_2| \leq 1. \quad (21)$$

Після знаходження масиву U_j^i аналогічним шляхом визначається температура на новому шарі за часом. Для цього запишемо у скінченно-різницевої формі рівняння (11), (14) математичної моделі:

$$\tilde{Q}^{i-1} + (1 - \gamma) \cdot Ko \cdot Lu \cdot J^{i-1} = \frac{T_1^i - T_0^i}{\Delta x^*} + Bi_W (T_b^* - T_0^i) + AS^i;$$

$$\frac{T_j^i - T_j^{i-1}}{\Delta \tau^*} = \frac{1}{2 \cdot \Delta x^{*2}} (T_{j+1}^i - 2T_j^i + T_{j-1}^i) + \frac{1}{2 \cdot \Delta x^{*2}} (T_{j+1}^{i-1} - 2T_j^{i-1} + T_{j-1}^{i-1}) +$$

$$+ \gamma \cdot Ko \cdot \frac{U_j^i - U_j^{i-1}}{\Delta \tau^*} + W_j^i, \quad j = 1, 2, \dots, (n-1);$$

$$T_n^i = T_{n-1}^i.$$

Після перетворень отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь тридіагонального виду:

$$T_0^i = \kappa_1 T_1^i + \mu_1;$$

$$a_j T_{j-1}^i - c_j T_j^i + b_j T_{j+1}^i = -f_j, \quad (j = 1, 2, \dots, (n-1)); \quad (23)$$

$$T_n^i = \kappa_2 T_{n-1}^i + \mu_2.$$

Коефіцієнти системи рівнянь (23) мають вигляд:

$$\kappa_1 = \frac{1}{1 + \Delta x^* \cdot Bi_W}; \mu_1 = \frac{\Delta x^*}{1 + \Delta x^* \cdot Bi_W} [Bi_W \cdot T_b^* + AS^i - \tilde{Q}^{i-1} - (1 - \gamma) \cdot Ko \cdot Lu \cdot J^{i-1}];$$

$$a_j = 1; c_j = 2 \left(1 + \frac{\Delta x^{*2}}{\Delta \tau^*} \right); b_j = 1;$$

$$f_j = T_{j-1}^{i-1} + 2 \left(\frac{\Delta x^{*2}}{\Delta \tau^*} - 1 \right) T_j^{i-1} + T_{j+1}^{i-1} + \frac{2 \cdot \Delta x^{*2} \cdot \gamma \cdot Ko}{\Delta \tau^*} (U_j^i - U_j^{i-1}) + 2 \cdot \Delta x^{*2} \cdot W_j^i;$$

$$\kappa_2 = 1; \mu_2 = 0.$$

Використовуючи метод прогонки [9], з (23), отримаємо масив температур на новому шарі за часом.

Після цього процедура циклічно повторюється доти, доки вологовміст на поверхні матеріалу ($x = l$) не стане рівним деякому заданому значенню.

Висновки. Отже, наведено математичну модель визначення температурно-вологісного поля у процесі сушіння капілярно-пористих матеріалів для випадку інтенсивності вологообміну поверхні матеріалу з агентом сушіння, що залежить від зміни парціального тиску водяної пари за товщиною пограничного шару.

На основі різницевих методів наведено алгоритм для чисельної реалізації моделі з використанням методу прямої та оберненої прогонки.

Література

1. Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков – М. : Изд-во "Энергия", 1968. – 472 с.
2. Шубин Г.С. Сушка и тепловая обработка древесины / Г.С. Шубин. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 1990. – 335 с.
3. Білей П.В. Тепломасообмінні процеси деревообробки / П.В. Білей. – Л. : Вид-во ЗУКЦ, 2013. – 378 с.
4. Aleksandar Dj. Dedic, Arun S. Mujumdar, Dimitrije K. Voronjec. A Three Dimensional Model for Heat and Mass Transfer in Convective Wood Drying // Drying Technology. – 2003. – Vol. 21, Is. 1. – Pp. 1-15.
5. George Bramhall. Mathematical model for lumber drying // Wood science. – 1979. – Vol. 12, Is. 1. – Pp. 22-31.
6. Афанасьев А.М. Расчет параметров конвективной сушки влажных материалов по заданным характеристикам внешней среды / А.М. Афанасьев, Л.Е. Шашлова // Вестник ВолГУ. – Сер.: Математика. Физика. – 1999. – Вып. 4. – С. 147-151.
7. John F. Siau. Wood: influence of moisture on physical properties // Virginia Polytechnic Institute and State University, 1995. – 227 p.
8. Дульнев Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов / – М. : Изд-во "Высш. шк.", 1990. – 207 с.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М. : Изд-во "Наука", 1988. – 317 с.

Прусак Ю.В. Моделирование температуры и влажности в процессе сушения капиллярно-пористых тел с использованием закона Дальтона

Приведена математическая модель для исследования распределения температуры и влажности в древесине в процессе сушки. Граничные условия, которые описывают взаимодействие древесины с агентом сушки, записаны на основе закона Дальтона. На основе разностных методов приведен алгоритм для численной реализации математической модели.

Ключевые слова: математическая модель, закон Дальтона, сушка капиллярно-пористых материалов, влагоперенос, разностный метод, метод прогонки.

Prusak Yu.V. Modelling of temperature and humidity in the process of drying of capillary-porous bodies with the use of Dal'tona law

In this paper is the mathematical model to research the distribution of temperature and moisture in wood during drying. Boundary conditions which describe the interaction of wood drying agent recorded by Dalton's law. Shown the algorithm for the numerical implementation of the mathematical model based at difference methods.

Keywords: mathematical model, Dalton's law, drying capillary-porous materials, moisture transportation, difference method, tridiagonal matrix algorithm.