Негрыч О.И. **Анализ влияния оплати труда, уровня налогов и валовой прибыли на прилив прямых иностранных инвестиций**

Проведен регрессионный анализ прилива прямых иностранных инвестиций в основные отрасли экономики Украины. Определена зависимость между такими факторами, как оплата труда наемных работников, валовая прибыль предприятия, налоги на производство и импорт, и притоком прямых иностранных инвестиций в страну. Также проведена оценка влияния общих и специфических факторов для каждой отрасли промышленности. На основании данного исследования возможно сформировать рекомендации по усовершенствованию механизмов привлечения иностранных инвестиций и улучшению инвестиционного климата Украины.

Ключевые слова: прямые иностранные инвестиции, оплата труда наемных работников, налоги на производство и импорт, валовая прибыль, инвестиционный климат.

Negrych O.I. **Analysis of employee compensation, taxes level on production and imports, gross profit margin influence on foreign direct investment inflow**

The regression analysis of foreign direct investment inflow in Ukraine's economy by sectors is described in the article. The author correlated compensation of employees, taxes on production and imports, gross profit margin and foreign direct investments' inflow in the country. Also it is assessed the influence of general and specific factors for each economic sector. On the basis of this analysis it is possible to form the recommendations for the improvement of foreign direct investment attraction policy of Ukrainian. And this can help to improve the investment climate of Ukraine.

Keywords: foreign direct investment, compensation of employees, taxes on production and imports, gross profit margin, investment climate.

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 621.86.063 Доц. Б.Я. Бакай, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ ДЛЯ "БАЛКИ" ЕКВІВАЛЕНТНОЇ ЖОРСТКОСТІ

Розглянуто питання взаємодії круглих лісоматеріалів під час їх захоплювання. Побудовано рівняння втрати стійкості системи круглих лісоматеріалів як системи, що складається з балок сталої еквівалентної жорсткості, утворених круглими лісоматеріалами, із застосуванням імпульсних функцій. Зусилля стискання важелів грейфера для руйнування досліджуваної "балки" запропоновано виразити через двосторонню оцінку.

Ключові слова: круглі лісоматеріали, еквівалентна жорсткість, грейфер.

Вступ. Одним з основних напрямів підвищення ефективності піділмально-транспортувальних операцій на лісових складах є розроблення нового або вдосконалення існуючого устаткування, яке задовольняє сучасні вимоги лісоскладських робіт, підвищує ефективність і забезпечує комплексну механізацію робіт. Вирішення цього інженерного завдання можливе тоді, коли будуть відомі зусилля взаємодії круглих лісоматеріалів між собою.

Під час дослідження взаємодії круглих лісоматеріалів, у процесі захоплювання колод стропами і захоплювачем важільного типу також виявлено утворення "балки" як супутнього негативного явища [1-3], що своєю чергою значно зменшує ефективність виконання робіт [4-6].

Постановка задачі. У процесі переміщення колод назустріч одна одній відбувається їх стискання, що призводить до виникнення "балки" [1-4]. Переміщення колод поза контуром, що утворений важелями грейфера, веде до деякого ущільнення штабеля. У випадку захоплення колод зі зімкненням важелів грейфера відбувається утворення з контактуючих колод жорсткої "балки", а сама лінія контакту характеризується складною кривою [3]. Проте опір цьому ущільненню великий, тому важелі під дією реактивних сил переміщаються до осі грейфера, що викликає додаткове зусилля стискання колод всередині контуру грейфера.

На основі розроблених автором моделей, отримано рівняння згинання "балки" з включеннями в пружну основу, розподілену жорсткість, а також з навантаженнями типу зосереджених сил і моментів [4]. Це рівняння є основним для дослідження втрат стійкості "балки", стиснутої силами N. Загальний випадок навантаження "балки" силами P_i і моментами M_i за наявності пружних опор і пружного шарніра з пружними сталими K_{Mi} і K_{Qi} представлено на рис.

Отримане рівняння моделює поведінку "балки", стиснуту силами N, які виникають у процесі зімкнення важелів грейфера, завантажену зверху колодами, а знизу розташовану на деяких "пружних" опорах, що створені колодами знизу "балки". Зв'язок колод "балки" моделюють в'язями типу загального випадку пружних шарнірів із пружними сталими K_{Mi} і K_{Qi}.

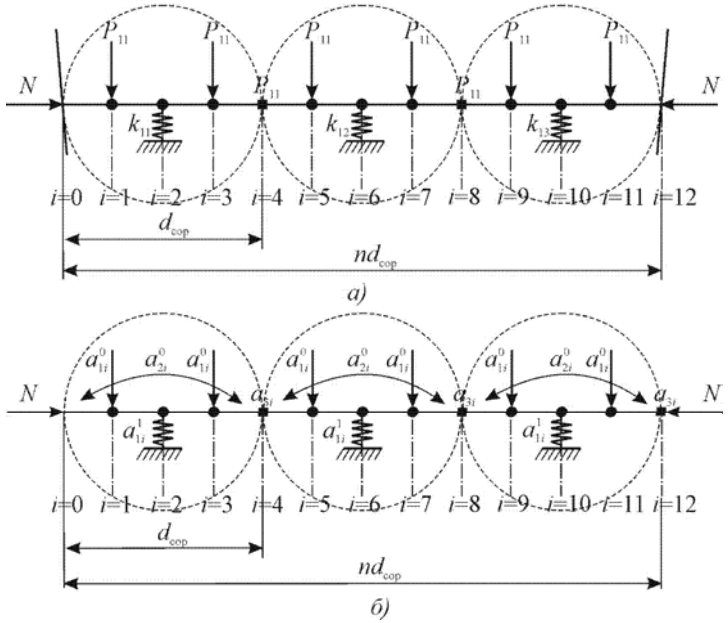

Рис. Представлення моделі "балки": *а – фізична ($n=3$); б – аналітична ($n=3$)*

Рівняння зі сформульованими граничними умовами можна розв'язувати методом сплайн-перетворення аргументу, який полягає в наведенні рівняння з кусково-сталими коефіцієнтами до рівняння зі сталими коефіцієнтами в лівій частині рівняння згину і сингулярною правою частиною.

Спростимо постановку задачі, замінивши змінну жорсткість колод по довжині "балки" з ділянками між включеннями типу "шарнірів" еквівалентною жорсткістю колод прямокутного перетину. Це дасть змогу розглядати "балку" як систему, що складається з балок сталої еквівалентної жорсткості EI_0 і спростить обчислення, пов'язані з використанням сплайн-перетворень [7-9]. Розглянемо можливі підходи до побудови рівнянь згину "балки". Для спрощення розв'язку отриманої моделі замінимо моменти інерції кусково-сталого перерізу еквівалентним моментом інерції перетину прямокутної форми.

Виклад основного матеріалу. У випадку "балки" еквівалентної жорсткості наведемо таке рівняння згину:

$$\upsilon^{\mathrm{IV}} + K^2\upsilon'' = \sum_{i=1}^{n}\frac{P_i}{EI_0}\sigma_1(x-x_i) + \frac{M_i}{EI_0}\sigma_2(x-x_i) - \sum_{i=1}^{n}\frac{K_{2i}}{EI_0}\upsilon'(x_i)\sigma_1(x-x_i) - \\ -\sum_{i=1}^{n}\frac{K_{1i}}{EI_0}\upsilon(x_i)\sigma_1(x-x_i) + \sum_{i=1}^{n}\frac{EI_0}{K_{Mi}}z_K(x_i+0)\sigma_3(x-x_i) - \sum_{i=1}^{n}\frac{EI_0}{K_{Qi}}z'_K(x_i+0)\sigma_4(x-x_i), \tag{1}$$

де: υ – переміщення у заданій точці x_i; $K^2 = N/EI_0$; P_i – навантаження (сили), прикладені до центральної осі; M_i – згинальні моменти; EI_0 – еквівалентна жорсткість; K_{1i} і K_{2i} – коефіцієнти жорсткості пружної опори в перетині $x = x_i$; K_{Mi} і K_{Qi} – пружні сталі (зв'язок колод "балки" моделюють в'язями типу загального випадку пружних шарнірів); z_K і z'_K – згинальний момент і поперечна сила у включеннях типу пружних шарнірів.

Якщо це рівняння привести до безрозмірних координат $x = xl$, тоді отримаємо

$$\upsilon^{\mathrm{IV}} + K^2l^2\upsilon'' = \sum_{i=1}^{n}\frac{P_il^4}{EI_0}\sigma_1(x-x_i) + \frac{M_il^3}{EI_0}\sigma_2(x-x_i) - \sum_{i=0}^{n}\frac{K_{2i}l^3}{EI_0}\upsilon'(x_i)\sigma_1(x-x_i) - \\ -\sum_{i=1}^{n}\frac{K_{1i}l^4}{EI_0}\upsilon(x_i)\sigma_1(x-x_i) + \sum_{i=0}^{n}\frac{EI_0l^2}{K_{Mi}}z_K(x_i)\sigma_3(x-x_i) - \sum_{i=1}^{n}\frac{EI_0l}{K_{Qi}}z'(x_i)\sigma_4(x-x_i). \tag{2}$$

Тоді приймаємо позначення $\beta = -\frac{Nl^2}{EI_0}$, $a^0_{1i} = \frac{P_il^4}{EI_0}$, $a^0_{2i} = \frac{Ml^3}{EI_0}$, $a^1_{1i} = -\frac{K_{1i}l^4}{EI_0}$, $a^1_{2i} = \frac{K_{2i}l^3}{EI_0}$, $a_{3i} = \frac{EI_0l^2}{K_{Mi}}$, $a_{4i} = -\frac{EI_0l}{K_{Qi}}$; $z(x_i) = \upsilon''(x_i-0)$; $z'(x_i) = \upsilon'''(x_i-0)$.

У цих рівняннях у коефіцієнтах a^0_{qi} верхній індекс відповідає за прикладення в точках x_i сил і моментів, індекс $q=1$ відповідає прикладенню сил, $q=2$ – моментів. У коефіцієнтах a^1_{qi} – верхній індекс відповідає за зосередження в точці x_i пружних опор, індекс $q=1$ – за опори, які опираються прогину, $q=2$ – за опори, що чинять опір повороту i-го прогину, i – відповідає номеру зосередженого включення, $i=1\ldots n$, a_{3i}, a_{4i} – за включення для загального випадку пружного шарніра, K_{Mi}, K_{Qi} – пружні сталі шарніра.

Отож, отримаємо таке рівняння:

$$\upsilon^{\mathrm{IV}} - \beta\upsilon'' = \sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{2}a^0_{qi}\sigma_q(x-x_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{2}a^1_{qi}\upsilon^{(q-1)}(x_i-0)\sigma_q(x-x_i) + \\ +\sum_{i=1}^{n}a_{3i}z(x_i+0)\sigma_3(x-x_i) + \sum_{i=1}^{n}a_{4i}z'(x_i+0)\sigma_4(x-x_i). \tag{3}$$

Загальний інтеграл основного рівняння у випадку "балки" еквівалентної жорсткості має вигляд

$$\upsilon(x) = \sum_{k=0}^{3}C_K\psi_K(x) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}a^0_{qi}(-1)^{(q-1)}K_\xi^{(q-1)}\sigma_0(x-x_i) + \\ +\sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}a^1_{qi}\upsilon^{(q-1)}(x_i-0)(-1)^{q-1}K_\xi^{(q-1)}(x,x_i)\sigma_0(x-x_i) + \\ +\sum_{i=1}^{n}\left\{a_{3i}z(x_i)K_\xi^{(2)}(x,\xi)\sigma_3(x-x_i) + a_{4i}z'(x_i)K_\xi^{3}(x,\xi)\sigma_4(x-x_i)\right\}_{\xi=x_i}, \tag{4}$$

де: $a^0_{1i} = \frac{P_i}{EI_0}$, $a^0_{2i} = \frac{M_i}{EI_0}$, $a^1_{1i} = -\frac{K_{1i}\ell^3}{EI_0}$, $a^1_{2i} = \frac{K_{2i}\ell^3}{EI_0}$, $a_{3i} = \frac{EI_0}{K_{M_i}}$, $a_{4i} = -\frac{EI_0}{K_{Q_i}}$, $z(x_i) = \upsilon''(x_i)$, $z'(x_i) = \upsilon'''(x_i)$.

Точки прикладання зосереджених сил і опор співпадають з точками $x_i - 0$. $\psi_k(x)$ – деяка фундаментальна система розв'язків однорідного рівняння (4); $K(x,\xi)$ – його функція впливу. Як фундаментальну систему розв'язків можна прийняти функцію $K(x,\xi)$ і її послідовні похідні по параметру ξ

$$\psi_k(x) = K_\xi^{(k)}(x,\xi)\,|_{\,\xi=0}\,,\ k=\overline{0,3}\,. \tag{5}$$

Для представлення загального розв'язку в явному вигляді треба виключити проміжні параметри $\upsilon^{(r)}(x_i)$, $z^{(r)}(x_i)$ $(r=0,1)$, а саме: проміжні прогини $\upsilon(x_i)$ в точці x_i, проміжні кути повороту $\upsilon'(x_i)$, моменти $z(x_i)$ та перерізуючі сили, неперервні в точках x_i.

Враховуючи неперервність переміщень $\upsilon(x)$ і кутів повороту в точках зосередження пружних опор, моментів і перерізуючих сил у точках зосередження пружних шарнірів та враховуючи, що кути повороту – це похідні від переміщень, а перерізуючі сили – похідні від моментів, приймемо

$$\upsilon^{(r)}(x_i) = \sum_{K=0}^{3} C_k A_{irK}\,,\ z^{(r)}(x_i) = \sum_{K=0}^{3} C_K B_{irK}\,. \tag{6}$$

Зміст цих співвідношень.

Оскільки рівняння згину є рівнянням 4-го порядку, то для визначення C_K досить 4 умов. Це умови або шарнірного закріплення на обох кінцях, за яких прогини і моменти на обох кінцях дорівнюють нулю, або вільні кінці "балки", за яких момент і перерізуюча сила на кінцях дорівнюють нулеві, а всі інші проміжні параметри (прогини, кути повороту, моменти, перерізуючі сили) в точках x_i, які є сталими, повинні бути лінійними комбінаціями параметрів попередніх включень.

У цих співвідношеннях для коефіцієнтів A_{irk}, B_{irk} індекс i відповідає за номер включення, індекс r за r-у похідну, k – за номер фундаментального розв'язку відповідної величини $\upsilon^{(r)}(x_i)$. Тоді значення A_{irk}, B_{irk} визначаються з допомогою рекурентних співвідношень $\sigma_1(x-s_1) = \left[\sigma_0(x-s)\right]'_x$ і $\sigma_2(x-s_1) = \left[\sigma_0(x-s)\right]''_x$, де $\sigma_0(x-s)$ – функція Хевісайда.

$$A_{irk} = \left[K_\xi^k(x,\xi)\right]_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=0}} +$$

$$\sum_{a=1}^{2}\sum_{j=1}^{i-1}\left\{\left[a_{qj}^0(-1)^{(q-1)}K_\xi^{(q-1)}(x,\xi)\right]_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}} + a_{qj}^1 A_{jq-1k}(-1)^{q-1}\left[K_\xi^{(q-1)}(x,\xi)\right]_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}}\right\} + \tag{7}$$

$$+\sum_{j=1}^{i-1}\left\{a_{3i}B_{i0k}\left[K_\xi^{(2)}(x,\xi)\right]_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}} - a_{4j}B_{j1k}\left[K_\xi^{(3)}(x,\xi)\right]_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}}\right\},$$

$$B_{irk} = \left\{\left[K_\xi^k(x,\xi)\right]''_x\right\}_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=0}} + \sum_{q=1}^{2}\sum_{j=1}^{i-1}\left\{\left[a_{qj}^0(-1)^{(q-1)}K_\xi^{(q-1)}(x,\xi)\right]''_x\right\}_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}} +$$

$$+a_{qj}^1 A_{j\,q-1k}(-1)^{q-1}\left\{\left[K_\beta^{(q-1)}(x,\xi)\right]''_x\right\}_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}} + \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{i-1}\left\{a_{3i}B_{j0k}\left\{\left[K_\xi^{(2)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}} - a_{4j}B_{j1k}\left\{\left[K_\xi^{(3)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_x^{(r)}\Big|_{\substack{x=x_i\\ \xi=x_j}}\right\}.$$

Внаслідок цього загальний розв'язок основного рівняння набуде вигляду

$$\upsilon = \sum_{k=0}^{3} C_k \Phi_k(x)\,, \tag{9}$$

де: C_k – сталі, які визначаються з граничних умов; $\Phi_k(x)$ – узагальнені функції Крилова, які визначаємо з рекурентних співвідношень

$$\Phi_k(x) = \left[K_\xi^k(x,\xi)\right]_{\xi=0} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{q=1}^{2}\left[a_{qi}^0 + a_{qi}^1 A_{qi-1k}\right](-1)^{(q-1)}\left[K_\xi^{(q-1)}(x,\xi)\right]_{\xi=x_i}\sigma_0(x-x_i) +$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\left\{\left\{a_{3i}B_{i0k}\left[K_\xi^{(2)}(x,\xi)\right]_{\xi=x_i} - a_{4i}B_{i1k}\left[K_\xi^{(3)}(x,\xi)\right]_{\xi=x_i}\right\}\right\}\sigma_0(x-x_i), \tag{10}$$

де $\sigma_0(x-x_i)$ – функція Хевісайда.

Задовольняючи розв'язок крайовим умовам для вільної "балки", для якої на краях моменти і перерізуючі сили дорівнюють 0, запишемо

$$z'(0)=0\,,\ z'(1)=0\,,\ z(0)=0\,,\ z(1)=0\,.$$

Отримуємо характеристичне рівняння

$$\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k-1}G_k'(1)\,G_{э-k}(1) = 0\,, \tag{11}$$

де: $G_1(x) = U_0(x)$, $G_2(x) = U_1(x)$. Тоді

$$U_k^{(r)}(1) = \left\{\left[K_\xi^{(k)}(x,\xi)\right]''_x\right\}_x^{(r)}\Big|_{x\big|_{\xi=0}^{x=1}} + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_q^0 + a_{qi}^1 A_{iq-1k}\right](-1)^{q-1}\left\{\left[K_\xi^{(q-1)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_{x\big|_{\xi=x_i}^{x=1}}^{(r)} +$$

$$+\sum_{k=1}^{n}\left\langle a_{3i}B_{i0k}\left\{\left[K_\xi^{(2)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_x^{(r)} - a_{4i}B_{i1k}\left\{\left[K_\xi^{(3)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_x^{(r)}\right\rangle_{\substack{x=1\\ \xi=x_i}}, \tag{12}$$

$$U_k^{(r)}(0) = \left\{\left[K_\xi^{(r)}(x,\xi)\right]_x''\right\}_{x\big|_{\xi=0}^{x=0}}^{(r)}.$$

З точністю до знаку для рівнянь з постійними коефіцієнтами

$$K_\xi^{(r)}(x,\xi) = \phi_x^{(r)}(x-\xi)\,,$$

де $\phi(x) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m^0 \beta^m \dfrac{x^{2m+3}}{(2m+3)!}$ – розклад у ряд по β фундаментального розв'язку однорідного рівняння. Тому

$$\Phi_k(x) = \phi^{(3-k)}(x) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{qi}^0 + a_{qi}^1 A_{iq-1k}\right](-1)^{(q-1)}\phi^{(q-1)}(x-x_i)\,\sigma_0(x-x_i) +$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\left\{\left\{a_{3i}B_{i0k}\phi^{(2)}(x-x_i) - a_{4i}B_{i1k}\phi^{(3)}(x-x_i)\right\}\right\}\sigma_0(x-x_i) \tag{13}$$

$$A_{irk} = \phi^{(3-k+r)}(x_i) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{j=1}^{i-1}\left[a_{qj}^0 + a_{qj}^1 A_{jq-1k}\right]\phi^{(q+r-1)}(x_i - x_j) +$$
$$+\sum_{j=1}^{i-1}\left\{a_{3j}B_{j0k}\left[\phi^{(2)}(x-\xi)\right]_{x\big|_{\xi=x_j}^{x=x_i}}^{(r)} - a_{4j}B_{j1k}\left[\phi^{(3)}(x-\xi)\right]_{x\big|_{\xi=\xi_j}^{x=x_i}}^{(r)}\right\}, \tag{14}$$

$$B_{irk} = \phi^{5-k+r}(x_i) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{j=1}^{i-1}\left[a_{qj}^{0} + a_{qj}^{1} A_{jq-1k}\right]\phi^{(q+1)}(x_i - x_j)(-1)^{q-1} + \\ + \sum_{j=1}^{i-1}\left\{ a_{3j}B_{j0k}\left[\phi_{x-\xi}^{(4+r)}\right]_{\substack{x=x_i \\ \xi=\xi_j}} - a_{4j}B_{j1k}\left[\phi_{x-\xi}^{(5+r)}\right]_{\substack{x=x_i \\ \xi=x_j}}\right\} \quad (15)$$

Визначимо величини, які входять в характеристичне рівняння через *r*-у похідну *k*-го фундаментального розв'язку

$$U_k^{(r)}(1) = \phi^{(k+r+2)} + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{q_i}^{0} + a_{qi}^{1}A_{iq-1k}\right](-1)^{q-1}\left[\phi^{(q+1+r)}(1-x_i)\right] + \\ + \sum_{i=1}^{n}\left\langle a_{3i}B_{i0k}\phi^{(r+4)}(1-x_i) - a_{4i}B_{i1k}\phi^{(5+r)}(1-x_i)\right\rangle \quad (16)$$

$$U_k^{(r)}(0) = \phi^{(r+2+k)}(0) \ \ (r=0,1)\,,\ (r=0,\,1,\,2,\,3)\,,$$

$$G_1(1) = U_0(1) \quad G_1'(1) = U_0'(1) \quad G_2(1) = U_1(1) \quad G_2'(1) = U_1'(1) \quad , \quad (17)$$

$$U_0(1) = \phi^{(2)}(1) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{q_i}^{0} + a_{qi}^{1}A_{iq0}\right](-1)^{q-1}\left[\phi^{(q+1)}(1-x_i)\right] + \\ + \sum_{i=1}^{n}\left[a_{3i}B_{i00}\phi^{(4)}(1-x_i) - a_{4i}B_{i10}\phi^{(5)}(1-x_i)\right]$$

$$U_0'(1) = \phi^{(3)}(1) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{q_i}^{0} + a_{qi}^{1}A_{iq0}\right](-1)^{(q-1)}\phi^{(q+2)}(1-x_i) + \\ + \sum_{i=1}^{n}\left[a_{3i}B_{i00}\phi^{(5)}(1-x_i) - a_{4i}B_{i10}\phi^{(6)}(1-x_i)\right] \quad (18)$$

$$U_1(1) = \phi^{(3)}(1) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{q_i}^{0} + a_{qi}^{1}A_{iq-1,1}\right](-1)^{(q-1)}\phi^{(q+1)}(1-x_i) + \\ + \sum_{i=1}^{n}\left[a_{3i}B_{i01}\phi^{(4)}(1-x_i) - a_{4i}B_{i11}\phi^{(5)}(1-x_i)\right] \quad (19)$$

$$U_1'(1) = \phi^{(4)}(1) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\left[a_{q_i}^{0} + a_{qi}^{1}A_{iq-1,1}\right](-1)^{(q-1)}\phi^{(q+2)}(1-x_i) + \\ + \sum_{i=1}^{n}\left[a_{3i}B_{i01}\phi^{(5)}(1-x_i) - a_{4i}B_{i11}\phi^{(6)}(1-x_i)\right] \quad (20)$$

Коли k_{mi} і k_{Qi} рівні еквівалентній жорсткості "балки", то маємо не "балкову систему", а суцільну "балку" жорсткості EI_0.

Функція ϕ та її похідні також є фундаментальними розв'язками однорідного рівняння. Її вираз через параметр β має вигляд

$$\phi^{(r)}(x) = \sum_{m=0}^{\infty}\beta^m\frac{x^{(2m+3-r)}}{(2m+3-r)!} = \sum_{n=0}^{\infty}\phi_n\beta^n = \sum_{s=0}^{\infty}\phi_s^{(r)}(x)\beta^s\,. \quad (21)$$

Якщо $2m+3-r<0$, то член розкладу в ряд відсутній.

Вигляд характеристичного рівняння складний і для представлення більш явного вигляду значення кореня β характеристичного рівняння через

вхідні параметри можна використати двосторонню оцінку. Для цього представимо кожну з величин, які входять у характеристичне рівняння, у вигляді ряду по β.

$$A_{irk} = \sum_{s=0}^{\infty}A_{irks}\beta^s\,,\ B_{irk} = \sum_{s=0}^{\infty}B_{irks}\beta^s\,,\ U_k = \sum_{s=0}^{\infty}U_{ks}\beta^s\,,\ \Phi_k = \sum_{s=0}^{\infty}\Phi_{ks}\beta^s\,, \quad (22)$$

тоді характеристичне рівняння, яке має вигляд

$$U_0'(1)\,U_1(1) - U_1'(1)\,U_0(1) = 0 \quad (23)$$

набуде вигляду

$$\sum_{s=0}^{\infty}U_{0s}'\beta^s\cdot\sum_{s=0}^{\infty}U_{1s}\beta^s - \sum_{s=0}^{\infty}U_{1s}'\beta^s\cdot\sum_{s=0}^{\infty}U_{0s}\beta^s = \sum_{s=0}^{\infty}A_s\beta^s\,, \quad (24)$$

де $$A_n = \sum_{k=0}^{n}\left[U_{0k}'(1)U_{1n-k}(1) - U_{1k}'(1)U_{0n-k}(1)\right], \quad (25)$$

де k – номер коефіцієнта розкладу характеристичного рівняння в ряд по β.

Отже, характеристичне рівняння матиме вигляд ряду по параметру навантаження β. Тоді найпростіша двостороння оцінка для критичного значення параметра β має вигляд

$$\beta_2 < \beta < \beta_3\,, \quad (26)$$

де β_2, β_3 – корені рівнянь

$$A_0 + A_1\beta + A_2\beta^2 = 0\,, \quad (27)$$

$$A_0 + A_1\beta + A_2\beta^2 + A_3\beta^3 = 0\,. \quad (28)$$

Представимо $U_k^{(r)}$ у вигляді ряду по β. З виразу (9) з врахуванням виразу для добутку рядів отримаємо

$$\sum_{k=0}^{\infty}a_kx^k\sum_{k=0}^{\infty}b_kx^k = \sum_{k=0}^{\infty}c_kx^k\,,\ c_n = \sum_{k=0}^{n}a_nb_{n-k}\,. \quad (29)$$

Звідси

$$U_{ks}^{(r)}(1) = \phi_s^{(k+r+2)}(1) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}a_{qi}^{0}(-1)^{q-1}\phi_s^{(q+1+r)}(1-x_i) + \sum_{q=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}a_{qi}^{1}(-1)^{q-1}\times \\ \times\sum_{j=0}^{s}A_{iq-1ks}\phi_{s-j}^{(q+1+r)}(1-x_i) + \sum_{i=1}^{n}\left\langle a_{3i}\sum_{j=0}^{s}B_{i0ks}\phi_{s-j}^{(r+4)}(1-x_i) - a_{4i}\sum_{j=0}^{s}B_{i1ks}\phi_{s-j}(1-x_i)\right\rangle, \quad (30)$$

$$A_{irks} = \phi_s^{(3-k+r)}(x_i) + \sum_{q=1}^{2}\left[\sum_{j=1}^{i-1}a_{qj}^{0}\phi_s^{(q+r-1)}(x_i-x_j) + \sum_{j=1}^{i-1}\sum_{l=0}^{s}a_{qj}^{1}A_{jq-1ks}\phi_{s-\ell}^{(q+r-1)}(x_i-x_j)\right] + \\ + \sum_{j=1}^{i-1}\sum_{l=0}^{s}\left\{a_{3j}B_{j0ks}\phi_{s-l}^{(2+r)}(x_i-x_j) - a_{4j}B_{j1ks}\phi_{s-l}^{(3+r)}(x_i-x_j)\right\} \quad (31)$$

$$B_{irks} = \phi_s^{(5-k+r)}(x_i) + \sum_{q=1}^{2}\left[\sum_{j=1}^{i-1}(-1)^{q-1}a_{qj}^{0}\phi_s^{(q+1)}(x_i-x_j) + \sum_{j=1}^{i-1}(-1)^{q-1}a_{qj}^{1}\sum_{l=0}^{s}A_{jq-1ks}\phi_{s-l}^{q+1}(x_i-x_j)\right] + \\ + \sum_{j=1}^{i-1}\left\{a_{3j}\sum_{l=0}^{s}B_{j0ks}\phi_{s-l}^{(4+r)}(x_i-x_j) - a_{4j}\sum_{l=0}^{s}B_{j1ks}\phi_{s-l}^{(5+r)}(x_i-x_j)\right\}. \quad (32)$$

Якщо в перетині x_i якесь з включень не прикладено, то a_{qi}^0, a_{qi}^1, a_{3i}, a_{4i} дорівнюють у цьому перетині нулеві і його вклад у вираз для $U_{ks}^{(Z)}$ дорівнює нулеві. Тоді значення нижньої оцінки для критичного значення параметра β має вигляд

$$\beta_2^2 + \frac{A_1}{A_2}\beta_2 + \frac{A_0}{A_2} = 0, \tag{33}$$

$$\beta_2 = -\frac{A_1}{2A_2} + \sqrt{\left(\frac{A_1}{2A_2}\right)^2 - \frac{A_0}{A_2}}. \tag{34}$$

Запишемо значення перших коефіцієнтів розкладання характеристичного рівняння (25)

$$A_0 = U'_{00}U_{10} - U'_{10}U_{00}, \tag{35}$$

$$A_1 = \left(U'_{00}U_{11} - U'_{10}U_{01}\right) + \left(U'_{01}U_{10} - U'_{11}U_{00}\right), \tag{36}$$

$$A_2 = \left(U'_{00}U_{12} - U'_{10}U_{02}\right) + \left(U'_{01}U_{11} - U'_{11}U_{01}\right) + \left(U'_{02}U_{10} - U'_{12}U_{00}\right), \tag{37}$$

$$A_3 = \left(U'_{00}U_{13} - U'_{10}U_{03}\right) + \left(U'_{01}U_{12} - U'_{11}U_{02}\right) + \left(U'_{02}U_{11} - U'_{12}U_{01}\right) + \left(U'_{03}U_{10} - U'_{13}U_{00}\right). \tag{38}$$

Отже, з допомогою рекурентних співвідношень побудовано вирази для необхідних коефіцієнтів розкладу функцій і проміжних параметрів, які входять у характеристичне рівняння.

Висновки:

1. На основі аналізу результатів теоретичних досліджень підтверджено перспективність моделювання "балкової системи" – системи, що складається з балок сталої еквівалентної жорсткості, утворених круглими лісоматеріалами, із застосуванням імпульсних функцій 1-4 порядків.
2. Для прогнозування параметра грейфера – зусилля стискання важелів грейфера для руйнування досліджуваної "балки", запропоновано його значення виразити через двосторонню оцінку.

Література

1. Wang J. Effects of Tong Shapes on Hydraulic Log Grapple's Performance in Loading and Unloading Operations / Jingxin Wang // International Journal of Forest Engineering: Forest Products Society. – Madison, WI, USA, January 2003. – Vol. 14, No. 1. – 59-66 p.
2. Wang J. Modelling and validating the grabbing forces of hydraulic log grapples used in forest operations / Jingxin Wang; Chris B. LeDoux; Lihai Wang // International Journal of Forest Engineering: Forest Products Society. – Madison, WI, USA, January 2005. – Vol. 16, No. 1. – 77-85 p.
3. Таубер Б.А. Грейферные механизмы / Б.А. Таубер. – Изд. 3-е, [перераб. и доп.]. – М. : Изд-во "Машиностроение", 1985. – 272 с.
4. Бакай Б.Я. Основні принципи розроблення аналітичної моделі процесу захоплювання лісоматеріалів грейфером мобільної навантажувальної машини / Б.Я. Бакай // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2012. – Вип. 22.15. – С. 164-169.
5. Kryzanowski Tony. Multi-Purpose Yard Machine / Tony Kryzanowski // Logging & Sawmilling Journal: MacLean Hunter Ltd. – Vancouver, BC, Canada, July 1997. [Electronic resource]. – Mode of access http://www.forestnet.com/archives/July_97/denharco.html. – Title from the screen.
6. Stirling Jim. Logger-built grapples find a market niche / Jim Stirling // Logging & Sawmilling Journal: MacLean Hunter Ltd. – Vancouver, BC, Canada, September 1996. [Electronic resource]. – Mode of access http://www.forestnet.com/archives/Sept_96/grapple.html. – Title from the screen.

7. Конашенко С.И. О расчете балок, имеющих упругие шарниры и лежащих на упругом основании с двумя характеристиками / С.И. Конашенко // Исследования колебаний подвижного состава : сб. науч. тр. – Днепропетровск : Изд-во ДИИТ. – 1977. – Вып. 190/23. – С. 37-48.
8. Лазарян В.А. Обобщенные функции в задачах механики / В.А. Лазарян, С.И. Конашенко. – К. : Вид-во "Наук. думка", 1974. – 192 с.
9. Баженов В.А. Численные методы в механике : монографія / В.А. Баженов и др. – Одесса : Изд-во "Астропринт", 2004. – 564 с.

Бакай Б.Я. **Математическая модель процесса потери устойчивости для "балки" эквивалентной жесткости**

Рассмотрены вопросы взаимодействия круглых лесоматериалов при их захвате. Построены уравнения потери устойчивости системы круглых лесоматериалов как системы, состоящей из балок постоянной эквивалентной жесткости, образованных круглыми лесоматериалами, с применением импульсных функций. Усилия сжатия захватов грейфера для разрушения исследуемой "балки" предложено выразить через двустороннюю оценку.

Ключевые слова: круглые лесоматериалы, эквивалентная жесткость, грейфер.

Bakay B.Ya. **Basic principles creating of the analytical model of the capture timber grab mobile loading machine**

Considered issues of the problems of the interaction of round timber during their capture. The equations of the loss of stability of roundwood as a system consisting of a constant beam of equivalent stiffness formed round timber, using the pulse function. Proposed to commend a two-sided estimate of compression force of the grapple for break the study "beams".

Keywords: round timber, equivalent stiffness, timber-loading grapple.

УДК 621.83

Доц. І.М. Ольховий, канд. техн. наук; доц. Л.Ф. Дзюба, канд. техн. наук; доц. О.В. Меньшикова, канд. фіз.-мат. наук – Львівський ДУ безпеки життєдіяльності

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГИНУ БАЛКИ СИМЕТРИЧНИМ ШТАМПОМ ЗІ СТАЛИМ РАДІУСОМ КРИВИЗНИ

Внаслідок дослідження плоского поперечного згину балки на двох опорах штампом з основою сталого радіуса отримано залежності для розподіленого навантаження, поперечної сили та згинального моменту з урахуванням деформації зсуву. Побудовано графіки розподілу цих параметрів та обчислено значення нормальних та дотичних напружень на небезпечних ділянках балки біля опор.

Ключові слова: балка, згин, зсув, розподілене навантаження, згинальний момент, поперечна сила.

Актуальність і огляд основних результатів. Під час розрахунків на міцність елементів конструкцій інженерних споруд та машин, які можна вважати балками, є випадки згинання розподіленим навантаженням з певним законом зміни вздовж довжини балки. Таке згинання також відбуватиметься внаслідок дії на балку жорстких тіл (штампів) певної форми. У цьому разі закон зміни розподіленого навантаження визначається виглядом кривої, якою описана основа штампа.

Розглянемо випадок, коли основа штампа описана симетричною відносно осі y дугою кола радіуса r (рис. 1).