

19. Кривошлыков С.Ф. Оценка необходимого количества сил и средств пожаротушения для оперативной локализации ландшафтного пожара // Проблемы пожарной безопасности. – 2008. – Вып. 24. – С. 98-104.

20. Кузик А.Д. Эффективность использования лесовых пожарных автомобилей / А.Д. Кузик, В.В. Попович // Пожарная безопасность : сб. науч. работ. – Львов : Вид-во ЛДУ БЖД, УкрНДІПБ МНС України. – 2010. – № 16. – С. 18-24.

21. Курбатский Н.П. Причина изменения интенсивности лесных пожаров в течение суток / Н.П. Курбатский // Лесное хозяйство. – 1960. – № 4. – С. 31-33.

22. Курбатский Н.П. Техника и тактика тушения лесных пожаров / Н.П. Курбатский. – М. : Изд-во "Гослесбуиздат", 1962. – 154 с.

23. Куценко Л.М. Геометричне моделювання контуру вигорання лісової ділянки / Л.М. Куценко, О.М. Сивальнов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К. : Вид-во КДТУБА. – 1997. – Вип. 61. – С. 27-30.

24. Куценко Л.Н. Прогнозирование контура выгорания растительного материала по результатам сканирования местности / Л.Н. Куценко, Н.Н. Кулешов // Пожарная безопасность. – Черкаси : Вид-во ЧПБ МВС України. – 1999. – С. 11-15.

25. Офіційна сторінка National Interagency Fire Center (США). [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.nifc.gov>

26. Офіційна сторінка МНС України. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.mns.gov.ua/content>

27. Повзик Я.С. Пожарная тактика / Я.С. Повзик. – М. : ЗАО Спецтехника. 1999. – 416 с.

28. Правила пожарной безопасности в лесах Украины // Наказ Держлісгоспу України № 278 від 27.12.2004 р.

29. Рихтер И.Э. Лесная пирология с основами радиэкологии : учебн. пособие / И.Э. Рихтер. – Мн. : Изд-во БГТУ, 1996. – 290 с.

30. Ромін А.В. Передбачення кромки вигорання рослинного матеріалу з урахуванням фактору вітру // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков : Изд-во "Фолио". – 2000. – Вып. 7. – С. 177-179.

31. Свириденко В.Є. Лісова пірологія / В.Є. Свириденко, О.Г. Бабіч, А.Й. Швиденко. – К. : Агропромвидав України, 1999. – 172 с.

32. Созник А.П. Геометрическая модель движения кромки низового лесного пожара / А.П. Созник // Проблемы пожарной безопасности. – Харьков : Изд-во АПБУ. – 2002. – Вып. 11. – С. 188-191.

33. Созник А.П. Флуктуации ветра и скорость распространения низового лесного пожара / А.П. Созник, А.Я. Калиновский // Моделирование лесовых пожаров : тезисы доп. науч.-практ. конф. – Харьков : Вид-во АПБУ, 2003. – С. 6-9.

34. Тарасенко А.А. Развитие научных основ ликвидации наземных ландшафтных пожаров : дисс. ... д-ра техн. наук : спец. 21.06.02 "Пожарная безопасность" / Александр Андреевич Тарасенко; НУ гражданской защиты Украины. – Харьков, 2010. – 473 с.

35. Терещенко В.В. Противопожарная защита и тушение пожаров (леса, торфа, лесосклады) / В.В. Терещенко, Н.С. Артемьев, В.А. Грачев, О.Ю. Сабинин. – М., 2006. – Кн. 6. – 294 с.

Смотр О.А., Грыцук Ю.И., Коваль Н.Я. Стратегическая цель и тактические задачи пожарно-спасательных подразделений при ликвидации лесного пожара

Проанализированы основные стратегии пожаротушения и определены тактические задачи, решаемые пожарно-спасательными подразделениями (ПРП) при ликвидации лесного пожара. Установлено, что основная цель оптимальной стратегии ликвидации лесного пожара заключается в скорейшей ее локализации и реализации активных действий ПРП при дальнейшем тушении сплошных и отдельных источников огня с наименьшими суммарными материальными и экологическим ущербом при ограниченных возможностях задействованных в этом сил и средств пожаротушения.

Ключевые слова: лесной пожар, прогнозирования контура кромки распространения огня, стратегия ликвидации лесного пожара, тактика пожаротушения, математическое моделирование.

Smotr O.A., Grytsyuk Yu.I., Koval N.Ya. Strategic goals and tactical objectives of fire and rescue units in liquidation forest fire

Analyzes the main strategies identified fire and tactical problems to be solved by fire and rescue units (FRU) for the elimination of a forest fire. It is established that the main purpose of the optimal strategies for the elimination of forest fire is early to diagnose and implement proactive FRU in further suppression of solid and separate sources of fire with the smallest sum of material and environmental damage with the limited opportunities involved in this effort and fire fighting equipment.

Keywords: forest fires, forecasting contour edges of fire spread, strategy for the elimination of a forest fire, fire fighting tactics, mathematic modelling.

УДК 539.3

Ст. викл. Н.О. Гембара – Українська академія друкарства

РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ В КОРПУСІ АВТОКЛАВА ІЗ ВНУТРІШНІМ ДВОШАРОВИМ ЗАХИСНИМ ПОКРИТТЯМ

Запропоновано розрахункову модель для визначення розподілу температури в оболонках з багатошаровими односторонніми покриттями, за якою задача теплопровідності для системи оболонка-покриття зводиться до визначення температурного поля в оболонці з узагальненими умовами теплообміну із зовнішніми середовищами на її поверхнях. На основі представленої моделі отримано розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для напівобмеженої циліндричної оболонки з одностороннім багатошаровим покриттям. Встановлено вплив двошарового покриття на температурне поле в циліндричному корпусі промислового автоклава. Показано, що нехтування покриттям веде до істотно завищеної оцінки температури.

У хімічних і нафтохімічних виробництвах (аміаку, метанолу, синтетичних жирних спиртів, під час перероблення нафтопродуктів та інше) широко застосовують посудини високого тиску. Велика корозійна активність внутрішнього середовища зумовлює використання захисних покриттів. У товстостінних елементах посудин тиску за підвищених температур внутрішнього середовища виникають значні температурні перепади. Це зумовлює появу високих температурних напружень, які не можна не враховувати при оцінці напруженого стану таких деталей [1].

Розглянемо корпус промислового автоклава у формі циліндричної оболонки товщиною $2h_0$ в ортогональній системі координат $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. На поверхню $\gamma_0 = h_0$ оболонки нанесено багатошарове покриття з різними товщинами $2h_1, 2h_2, \dots, 2h_n$ і теплофізичними характеристиками. Кожний шар покриття вважаємо тонкою оболонкою.

Задача теплопровідності для оболонки і шарів покриття зводиться до розв'язання системи диференціальних рівнянь:

$$p_i^2 t_i + \frac{\partial^2 t_i}{\partial \gamma^2} = 0, \quad (1)$$

де: $p_i^2 = \Delta_i - \frac{1}{a_i} \frac{\partial}{\partial \tau}$; Δ_i – оператор Лапласа в ортогональних координатах (α, β) ; $a_i = \lambda_i / c_i$ – коефіцієнт теплопровідності, c_i – теплоємність, λ_i – коефіцієнти теплопровідності оболонки і шарів покриття, τ – час, $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Приймаємо, що на контактних поверхнях оболонки і шару "1" та між шарами виконуються умови ідеального теплового контакту:

$$t_i = t_{i+1}, \quad \frac{\partial t_{i+1}}{\partial \gamma} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}} \frac{\partial t_i}{\partial \gamma}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (2)$$

На поверхнях контакту оболонки із зовнішнім середовищем і контакту n -го шару покриття із зовнішнім середовищем відбувається теплообмін за законом Ньютона

$$\frac{\partial t_0}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (t_0 - t_0^c) = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = -h_0, \quad \frac{\partial t_n}{\partial \gamma} + \frac{\alpha_n}{\lambda_n} (t_n - t_n^c) = 0 \quad \text{при} \quad \gamma = h_n. \quad (3)$$

де α_n і α_0 – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь; t_n^c і t_0^c – температури середовищ. Граничні умови на торцевих поверхнях, що обмежують оболонку і покриття, приймаємо першого – третього роду.

Для нестационарної задачі теплопровідності задаємо початкову умову

$$t_i = t_i(\alpha, \beta, \gamma) \quad \text{при} \quad \tau = 0. \quad (4)$$

Використовуючи операторний метод розв'язування диференціальних рівнянь теплопровідності, умови ідеального теплового контакту між шарами та зробивши відповідні математичні перетворення, отримали узагальнену граничну умову теплообміну оболонки із зовнішнім середовищем через тонкі багатошарові покриття:

$$\lambda_{0n} \frac{\partial t_0}{\partial \gamma_0} + \alpha_{0n} t_0 = \alpha_n t_n^c, \quad (5)$$

де $\lambda_{0n}, \alpha_{0n}$ – узагальнені операторні коефіцієнти теплопровідності і тепловіддачі відповідно на поверхні оболонки. Шляхом граничного переходу, коли товщина шару покриття прямує до нуля $h_i \rightarrow 0 (i=1, \dots, n)$ та введенням приведених теплопровідностей $\lambda_i^* = \lambda_i \cdot 2h_i$ і термоопору шарів покриття $r_i = 2h_i / \lambda_i$, отримали наближені формули для $\lambda_{0n}, \alpha_{0n}$:

$$\lambda_{0n} = \lambda_0 (1 + \alpha_n(r_1 + r_2 + \dots + r_n)) = \lambda_0 \left(1 + \alpha_n \sum_{i=1}^n r_i \right), \quad \alpha_{0n} = \alpha_n - \sum_{i=1}^n \lambda_i^*. \quad (6)$$

Таким чином, задача теплопровідності для оболонки з одностороннім багатошаровим покриттям зведена до розв'язання одного диференціального рівняння теплопровідності для оболонки

$$p_0^2 t_0 + \frac{\partial^2 t_0}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (7)$$

з узагальненою граничною умовою (5).

Розв'язок рівняння (7) шукали у вигляді:

$$t_0 = \cos(p_0 \gamma) \cdot A_1(\alpha, \beta, \tau) + \sin(p_0 \gamma) \cdot B_1(\alpha, \beta, \tau), \quad (8)$$

де невідомі коефіцієнти A_1 , B_1 виразили через інтегральні характеристики температури:

$$T_1 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma; \quad T_2 = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma. \quad (9)$$

Підставивши розв'язок (8), виражений через інтегральні характеристики температури T_1 і T_2 , у граничні умови задачі, отримали зв'язану систему рівнянь для визначення величин T_1 і T_2 :

$$p_0^2 h_0^2 T_1 - \varepsilon_0 p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 - \frac{\varepsilon_0^*}{3} \cdot \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 = -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*), \quad (10)$$

$$p_0^2 h_0^2 T_2 - (1 + \varepsilon_0) \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 - 3\varepsilon_0^* p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 = -3(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*),$$

$$\text{де } \varepsilon_0 = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} + \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad \varepsilon_0^* = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad t_c = \frac{1}{2} (t_0^c + t_n^c); \quad t_c^* = \frac{1}{2} (t_0^c - t_n^c).$$

У випадку відсутності покриття, з рівнянь (10) отримаємо аналогічні рівняння для задачі теплопровідності оболонки без покриття [2].

Розв'язати таку систему в загальному випадку дуже складно. Тому для практичних цілей достатньо в рівняннях (10) обмежитись скінченною кількістю членів розкладу в ряд диференціальних операторів $\text{ctg } p_0 h_0$ і $(1 - p_0 h_0 \text{ctg } p_0 h_0)^{-1}$. Наприклад, коли обмежились першими членами, то отримали наближену систему:

$$p_0^2 h_0^2 \cdot T_1 - \varepsilon_0 T_1 - \varepsilon_0^* T_2 = -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*), \quad p_0^2 h_0^2 \cdot T_2 - 3(1 + \varepsilon_0) \cdot T_2 - 3\varepsilon_0^* T_1 = -3(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*) \quad (11)$$

з крайовими умовами:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_1 - T_0^c) = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_2 - T_0^{c*}) = 0$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_1 - T_n^c) = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_2 - T_n^{c*}) = 0 \quad (12)$$

$$T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0^* \quad \text{при} \quad \tau = 0,$$

$$\text{де } T_j^c = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_j^c d\gamma; \quad T_j^{c*} = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_j^c d\gamma, \quad j = 0, n; \quad T_0 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma; \quad T_0^* = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma.$$

Якщо коефіцієнти теплообміну рівні між собою, тобто $\alpha_0 = \alpha_{0n}$, система рівнянь розпадається на два незалежні рівняння.

У загальному випадку, коли система взаємозв'язана, виразивши інтегральні характеристики температури через температурні функції F_1 і F_2 :

$$T_1 = \frac{\delta_2(F_1 - \delta_1 F_2)}{\delta_2 - \delta_1}, \quad T_2 = \frac{\delta_2 F_2 - F_1}{\delta_2 - \delta_1}, \quad (13)$$

звели систему до двох незалежних диференціальних рівнянь для визначення F_i :

$$\Delta F_1 - \eta_1^2 F_1 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_1}{\partial \tau} = -f_1, \quad \Delta F_2 - \eta_2^2 F_2 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = -\frac{1}{\delta_2} f_2, \quad (14)$$

$$\text{де} \quad \delta_{1,2} = \frac{1}{6\varepsilon_0^*} \left[(2\varepsilon_0 + 3) \mp \sqrt{(2\varepsilon_0 + 3)^2 + 12\varepsilon_0^{*2}} \right], \quad \eta_i^2 = (\varepsilon_0 + 3\delta_i \varepsilon_0^*),$$

$$f_i = [\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^* + 3\delta_i (\varepsilon_0 t_c^* + \varepsilon_0^* t)], \quad i = 1, 2.$$

Якщо T_1 і T_2 знайдені, то температуру визначаємо за формулою $t(\alpha, \beta, \gamma) = T_1(\alpha, \beta) + \gamma T_2(\alpha, \beta)$ [3].

Далі розглянули напівобмежену циліндричну оболонку з одностороннім багат шаровим покриттям. Між боковою поверхнею оболонки і навколишніми зовнішнім та внутрішнім середовищами відбувається конвективний теплообмін за законом Ньютона. Причём, $\alpha_0 \neq \alpha_n$. Температура зовнішнього середовища приймається постійною і рівною початковій температурі t_0^c оболонки. Температура внутрішнього середовища t_n^c . На торці оболонки підтримується постійна температура t_1 .

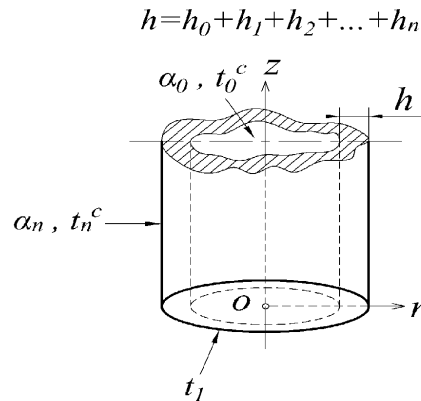


Рис. 1. Розрахункова схема напівобмеженої циліндричної оболонки з одностороннім багат шаровим покриттям

Оскільки коефіцієнти теплообміну на поверхнях різні $\alpha_0 \neq \alpha_n$, то задача про визначення температурного поля в оболонці з покриттям зводиться до розв'язування незалежних рівнянь (14). Застосувавши інтегральне перетворення Лапласа, отримали розв'язок цієї задачі у вигляді:

$$\theta_i = \frac{F_i(z, \tau) - F_{i0}}{F_i^c - F_{i0}} = \frac{1}{2} \left[e^{-\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} - \eta_i \sqrt{\tau} \right) + e^{\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} + \eta_i \sqrt{\tau} \right) \right]. \quad (16)$$

На основі отриманого розв'язку обчислили температурне поле в циліндричному корпусі промислового автоклава з внутрішнім діаметром 3 м і товщиною стінки 0,3 м. Внутрішня стінка резервуара захищена двошаровою наплавкою з нержавіючої сталі. Приймали такі граничні умови. Через циліндричні поверхні відбувається теплопередача у внутрішнє ($\alpha_2 = 1123 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, $t_n^c = 314^\circ\text{C}$) і зовнішнє ($\alpha_0 = 35 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, $t_0^c = 25^\circ\text{C}$) середовища. На торцевій поверхні знизу задана температура $t_1 = 100^\circ\text{C}$ [4]. Коефіцієнти теплопровідності приймалися: $\lambda_0 = 46,5 \text{ Вт} / \text{м} \cdot ^\circ\text{C}$; $\lambda_1 = \lambda_2 = 23 \text{ Вт} / \text{м} \cdot ^\circ\text{C}$; $h_1 + h_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Температуру корпусу розраховували для двох випадків: 1) для стінки корпусу без покриття з теплофізичними характеристиками α_0 і λ_0 ; 2) з ураху-

ванням покриття (α_{0n} , λ_{0n}). На рис. 2-4 подано результати розрахунків розподілу температури корпусу автоклава за формулою (16).

З рисунків видно, що найбільший градієнт температури виникає на торцевій поверхні у зоні нагрівання. По мірі віддалення від торця температура вирівнюється.

Важливо зазначити, що нехтування покриттям при розрахунках дає завищену приблизно на 25 % оцінку температури, а це призводить до істотно заниженої оцінки термічних напружень.

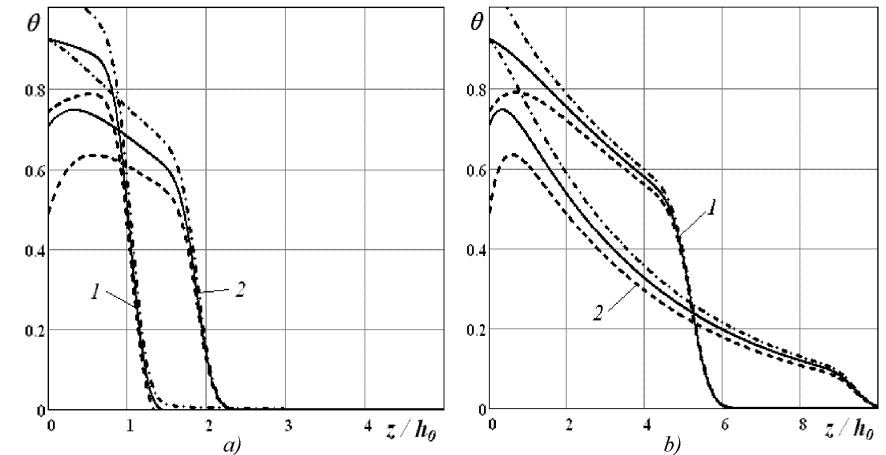


Рис. 2. Розподіл температури вздовж твірної циліндричної оболонки після 100 с (а) і 500 с (б) від початку нагрівання (суцільна лінія – $r = 0$; штрихова – $r = h_0 / 2$; штрих-пунктирна – $r = h_0 / 2$): 1 – для пластини без урахування покриття; 2 – з урахування покриття

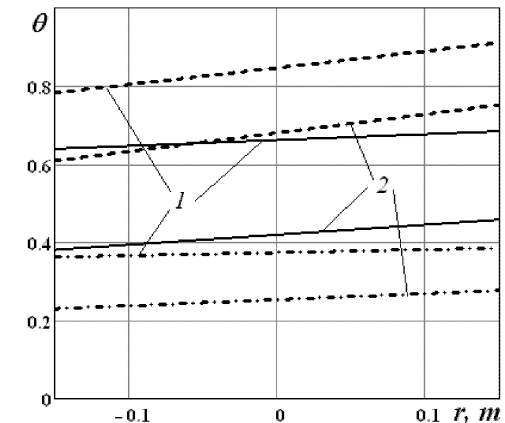


Рис. 3. Розподіл температури по товщині стінки циліндричної оболонки на різних відстані від торця (штрихова – $z / h_0 = 1$; суцільна лінія – $z / h_0 = 3$; штрих-пунктирна – $z / h_0 = 5$)

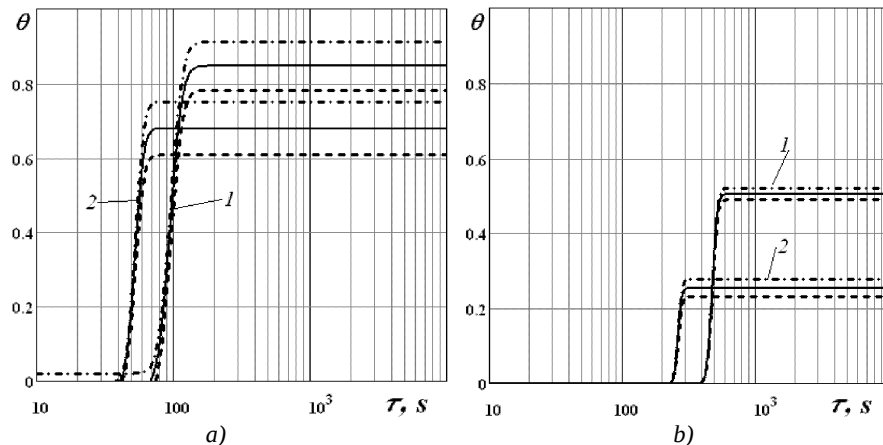


Рис. 4. Зміна температури з часом в різних точках вздовж циліндричної оболонки на відстані $z/h_0 = 1$ (а) і $z/h_0 = 5$ (б) від торця (суцільна лінія – $r = 0$; штрихова – $r = -h_0/2$; штрих-пунктирна – $r = h_0/2$)

Література

1. Гецов Л.Б. Механизм деформирования и разрушения многослойных покрытий при термоциклировании / Л.Б. Гецов, А.И. Рыбников // Физико-химическая механика материалов. – 1993. – № 6. – С. 48-55.
2. Подстригач Я.С. Термоупругость тонких оболочек / Я.С. Подстригач, Р.Н. Швец. – К. : Изд-во "Наук. думка". – 1978. – 343 с.
3. Гембара Н.О. Моделирование теплопроводности оболочек с двусторонним многослойным покрытием / Н.О. Гембара, Й.И. Лучко // Вісник Тернопільського національного технічного університету : наук. журнал. – 2013. – № 1. – С. 222-230.
4. Хисматулин Е.Р. Сосуды и трубопроводы высокого давления : справочник / Е.Р. Хисматулин, Е.М. Королев, В.И. Лившиц и др. – М. : Вид-во "Машиностроение". – 1990. – 384 с.

Гембара Н.О. Распределение температуры в корпусе автоклава с внутренним двухслойным защитным покрытием

Представлена расчетная модель для определения распределения температуры в оболочках с многослойными односторонними покрытиями, по которой задача теплопроводности для системы оболочка-покрытие сводится к определению температурного поля в оболочке с обобщенными условиями теплообмена с внешними средами на ее поверхностях. Получено решение нестационарной задачи теплопроводности для полуограниченной цилиндрической оболочки с односторонним многослойным покрытием. Установлено влияние двухслойного покрытия на температурное поле в цилиндрическом корпусе промышленного автоклава. Показано, что пренебрежение покрытием ведет к существенно завышенной оценке температуры.

Hembara N.O. Allocation of temperature in the corpus of autoclave with an internal double-layer protective coating

The paper presents a theoretical model for determining the temperature distribution in the shells with one-sided multilayer coatings. As a result, the problem of heat conduction for the shell with coatings reduced to the determination of temperature field in the shell with generalized conditions of heat exchange with external environments on of her surface. Obtained a solution non stationary problem of heat conduction for a semi-infinite cylindrical shell with one-sided multilayer coating. Impact of two-layer coating on the temperature field in a cylindrical body of the industrial autoclave found. It is shown that neglecting the impact coating leads to the significant overestimation of temperature.

УДК 517.945 Доц. В.П. Караицький, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

РОЗРАХУНОК ТРИВИМІРНИХ ПОТЕНЦІАЛЬНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Виведено основні формули методу кінцевих елементів для розрахунку тривимірних статичних потенціальних магнітних полів в областях, заповнених нелінійними безгістерезисними анізотропними середовищами, з використанням лагранжових кінцевих елементів 1-4 порядків, кубатурних формул чисельного інтегрування та ітераційного методу Ньютона.

Ключові слова: потенціальне магнітне поле, магнітна характеристика, лагранжовий тетраedr, метод кінцевих елементів, кубатурна формула.

Розглянемо краєву задачу розрахунку статичного магнітного поля у тривимірній області D об'ємом V , вільній від струмів. Для зручності міркувань припустимо, що всередині області D маємо однорідне, безгістерезисне середовище з нелінійними магнітними властивостями. Це потенціальне магнітне поле описується рівняннями:

$$\text{rot} \vec{H} = 0, \quad (1)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (2)$$

де: $\vec{H}$, $\vec{B}$ – відповідно вектор напруженості магнітного поля і вектор магнітної індукції, пов'язані між собою через магнітну характеристику середовища

$$\vec{B} = \vec{B}[\vec{H}] \text{ або } \vec{H} = \vec{H}[\vec{B}]. \quad (3)$$

Скалярний магнітний потенціал U , пов'язаний з $\vec{H}$ співвідношенням

$$\vec{H} = -\text{grad} U, \quad (4)$$

яке задовольняє умову (1).

Основне рівняння, що описує це магнітне поле, одержимо, якщо підставити (4) з врахуванням (3) у рівняння (2),

$$\text{div} \vec{B}[-\text{grad} U] = 0 \quad (5)$$

Відповідно до відомого принципу мінімуму збереженої енергії магнітного поля, розподіл потенціалу U в області D повинен бути таким, щоб мінімізувати цю енергію. Знаходження мінімуму енергії чи коенергії потенціального магнітного поля математично еквівалентне розв'язанню рівняння (5).

Якщо на межі Γ області розрахунку D задано розподіл потенціалу U , тоді всередині області встановлюється таке магнітне поле, якому відповідає мінімум збереженої магнітної коенергії, представленої функціоналом

$$F = \int_V W dV, \quad (6)$$

де

$$W = \int_0^{\vec{B}} \vec{B} d\vec{H} \quad (7)$$

– густина коенергії магнітного поля.

Розподіл потенціалу U всередині області D , що мінімізує функціонал F , забезпечує розв'язання краєвої задачі. Умову мінімуму функціонала представляємо у вигляді