

ЙМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ІМІТАЦІЯ ЦИКЛІЧНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ, УТВОРЕНОГО НА БАЗІ АДИТИВНОЇ МОДЕЛІ

Досліджено ймовірнісні характеристики підкласу циклічних випадкових процесів, що утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої циклічної функції та стаціонарного випадкового процесу, зокрема встановлено, у яких саме ймовірнісних характеристиках цих випадкових процесів є циклічна структура. Обґрунтовано метод імітації таких циклічних випадкових процесів на ЕОМ.

Ключові слова: циклічний випадковий процес, адитивна модель, ймовірнісні характеристики, імітаційне моделювання.

Вступ. Функціонування багатьох сучасних технічних, фізичних, біологічних, економічних систем супроводжується відбуванням у них випадкових процесів, що мають циклічну ймовірнісну структуру. Дослідження цих процесів та розроблення інформаційних систем їх автоматизованого аналізу, прогнозу переважно ґрунтуються на їх математичній моделі у вигляді періодичного випадкового процесу, зокрема періодично корельованого випадкового процесу [1-3], лінійного періодичного випадкового процесу [4, 5]. Однак такі моделі часто є неадекватними циклічним сигналам зі змінним ритмом. У разі необхідності враховувати мінливість ритму циклічних сигналів, у роботі [6] обґрунтовано використовувати клас циклічних випадкових процесів, який, як підклас, охоплює періодичні випадкові процеси.

Одним із найпростіших підкласів циклічних випадкових процесів є випадкові процеси, що утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої числової циклічної функції та стаціонарного випадкового процесу, зокрема білого шуму. У цьому контексті, важливим завданням є дослідження ймовірнісної структури адитивної моделі з метою встановлення, в яких саме ймовірнісних характеристиках цієї стохастичної моделі є циклічність.

Цю роботу присвячено дослідженню особливостей структури ймовірнісних характеристик циклічних випадкових процесів, які утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої циклічної функції та стаціонарного випадкового процесу, а також питанню імітаційного моделювання цього підкласу циклічних випадкових процесів на ЕОМ.

Основна частина. На відміну від єдиного способу адитивного поєднання

$$\xi_T(\omega, t) = f_T(t) + \xi_1(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R} \quad (1)$$

детермінованої T – періодичної функції $f_T(t)$ та стаціонарного у вузькому (чи широкому) розумінні випадкового процесу $\xi_1(\omega, t)$, яке є добре відомим найпростішим представником періодичних випадкових процесів, для циклічних випадкових процесів, можливі два варіанти адитивного поєднання детермінованої та випадкової компонент, а саме:

$$\xi(\omega, t) = f(t) + \xi_1(\omega, t) = f_{2\pi}(y(t)) + \xi_1(\omega, t), \quad (2)$$

$$\xi(\omega, t) = \xi(\omega, y(t)) = f(t) + \xi_1(\omega, y(t)) = f_{2\pi}(y(t)) + \xi_1(\omega, y(t)), \quad (3)$$

де $f(t)$ – детермінована числова циклічна функція із функцією ритму $T(t, n)$, яка утворена шляхом дії оператора перетворення шкали із функцією перетворення шкали $y(t)$ на 2π -періодичну детерміновану функцію $f_{2\pi}(t)$, а саме:

$$f(t) = f_{2\pi}(y(t)). \quad (4)$$

Функція $y(t)$ є зростаючою числовою функцією.

Встановимо, у яких саме ймовірнісних характеристиках математичних конструкцій (2) та (3) є циклічна структура. Математичне сподівання випадкового процесу (2) визначається так:

$$m_\xi(t) = \mathbf{M}\{f(t) + \xi_1(\omega, t)\} = f(t) + \mathbf{M}\{\xi_1(\omega, t)\} = f(t) + m_{\xi_1}, \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}, \quad (5)$$

де m_{ξ_1} – математичне сподівання стаціонарного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t)$.

Математичні сподівання випадкового процесу (3) визначаються так:

$$m_\xi(t) = \mathbf{M}\{f(t) + \xi_1(\omega, y(t))\} = f(t) + \mathbf{M}\{\xi_1(\omega, y(t))\} = f(t) + m_{\xi_1}, \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}. \quad (6)$$

Тобто математичні сподівання випадкових процесів (2) та (3) є рівними і, за рахунок циклічності детермінованої складової $f(t)$, є циклічними числовими функціями, а саме:

$$m_\xi(t) = f(t) + m_{\xi_1} = f(t + T(t, n)) + m_{\xi_1} = m_\xi(t + T(t, n)), t \in \mathbf{R}, \quad (7)$$

де функція $T(t, n)$ згідно з роботою [6], є функцією ритму, яка задовольняє таким умовам.

1.
 - a) $T(t, n) > 0$, якщо $n > 0$ ($T(t, 1) < \infty$);
 - b) $T(t, n) = 0$, якщо $n = 0$;
 - c) $T(t, n) < 0$, якщо $n < 0$, $t \in \mathbf{R}$.

(8)

2. Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{R}$ та $t_2 \in \mathbf{R}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t, n)$ виконується строга нерівність:

$$T(t_1, n) + t_1 < T(t_2, n) + t_2, \forall n \in \mathbf{Z}. \quad (9)$$

3. Функція $T(t, n)$ є найменшою за модулем ($|T(t, n)| \leq |T_\gamma(t, n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_\gamma(t, n), \gamma \in \Gamma\}$, які задовольняють умови (8) та (9).

Дисперсія випадкового процесу (2) описується залежністю:

$$D_\xi(t) = \mathbf{M}\{[f(t) + \xi_1(\omega, t) - f(t) - m_{\xi_1}]^2\} = \mathbf{M}\{[\xi_1(\omega, t) - m_{\xi_1}]^2\} = D_{\xi_1} = \text{const}, \quad (10)$$

де D_{ξ_1} – дисперсія стаціонарного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t)$. Тобто, дисперсія адитивної моделі (2) не враховує циклічність, оскільки є константою. Те саме стосується і дисперсії випадкового процесу (3).

Початкова моментна функція випадкового процесу (2) визначається згідно з виразом:

$$a_\xi^k(t) = \mathbf{M}\{\xi^k(\omega, t)\} = \mathbf{M}\{(\xi_1(\omega, t) + f(t))^k\} = \mathbf{M}\left\{\sum_{l=0}^k C_k^l \cdot (\xi_1(\omega, t))^{k-l} \cdot f^l(t)\right\} =$$

$$= \sum_{l=0}^k C_k^l \cdot f^l(t) \cdot \mathbf{M} \left\{ \left(\xi_1(\omega, t) \right)^{k-l} \right\} = \sum_{l=0}^k C_k^l \cdot f^l(t) \cdot a_{\xi_1}^{k-l}, \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}, \quad (11)$$

де $a_{\xi_1}^{k-l}$ – початковий момент порядку $k-l$ стаціонарного випадкового процесу $\xi_1(\omega, t)$, а $C_k^l = \frac{k!}{l!(k-l)!}$.

Аналогічним чином можна записати початкову моментну функцію і для процесу (3). Початкові моментні функції процесів (2) та (3) є циклічними числовими функціями. Так, наприклад, для початкової моментної функції випадкового процесу (2), є рівність:

$$a_{\xi}^k(t) = \sum_{l=0}^k C_k^l \cdot f^l(t) \cdot a_{\xi_1}^{k-l} = \sum_{l=0}^k C_k^l \cdot f^l(t + T(t, n)) \cdot a_{\xi_1}^{k-l} = a_{\xi}^k(t + T(t, n)). \quad (12)$$

Одновимірні функція розподілу $F_{\xi}(x, t)$ та щільність розподілу $p_{\xi}(x, t)$ випадкових процесів (2) та (3) є циклічними за аргументом t функціями, а саме:

$$F_{\xi}(x, t) = F_{\xi_1}(x + f(t)) = F_{\xi_1}(x + f(t + T(t, n))) = F_{\xi}(x, t + T(t, n)), x, t \in \mathbf{R}, \quad (13)$$

$$p_{\xi}(x, t) = p_{\xi_1}(x + f(t)) = p_{\xi_1}(x + f(t + T(t, n))) = p_{\xi}(x, t + T(t, n)), x, t \in \mathbf{R}. \quad (14)$$

Коваріаційна функція випадкового процесу (2) дорівнює:

$$\begin{aligned} C_{\xi}(t_1, t_2) &= \mathbf{M} \{ \xi(\omega, t_1) \cdot \xi(\omega, t_2) \} = \mathbf{M} \{ (\xi_1(\omega, t_1) + f(t_1)) \cdot (\xi_1(\omega, t_2) + f(t_2)) \} = \\ &= \mathbf{M} \{ \xi_1(\omega, t_1) \cdot \xi_1(\omega, t_2) + \xi_1(\omega, t_1) \cdot f(t_2) + \xi_1(\omega, t_2) \cdot f(t_1) + f(t_1) \cdot f(t_2) \} = \\ &= C_{\xi_1}(t_2 - t_1) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2) + m_{\xi_1} \cdot f(t_1) + f(t_1) \cdot f(t_2). \\ C_{\xi}(t_1, t_2) &= C_{\xi_1}(t_2 - t_1) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2) + m_{\xi_1} \cdot f(t_1) + f(t_1)f(t_2) \neq \\ &\neq C_{\xi_1}(t_2 + T(t_2, n) - t_1 - T(t_1, n)) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2 + T(t_2, n)) + m_{\xi_1} \cdot f(t_1 + T(t_1, n)) + \\ &+ f(t_1 + T(t_1, n)) \cdot f(t_2 + T(t_2, n)) = C_{\xi}(t_1 + T(t_1, n), t_2 + T(t_2, n)), t_1, t_2 \in \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (15)$$

Тобто коваріація випадкового процесу (2) не є циклічною за сукупністю аргументів, оскільки у загальному випадку

$$C_{\xi_1}(t_2 - t_1) \neq C_{\xi_1}(t_2 + T(t_2, n) - t_1 - T(t_1, n)), t_1, t_2 \in \mathbf{R}.$$

Коваріаційна функція випадкового процесу (3):

$$\begin{aligned} C_{\xi}(t_1, t_2) &= \mathbf{M} \{ \xi(\omega, t_1) \cdot \xi(\omega, t_2) \} = \mathbf{M} \{ (\xi_1(\omega, y(t_1)) + f(t_1)) \cdot (\xi_1(\omega, y(t_2)) + f(t_2)) \} = \\ &= \mathbf{M} \{ \xi_1(\omega, y(t_1)) \cdot \xi_1(\omega, y(t_2)) + \xi_1(\omega, y(t_1)) \cdot f(t_2) + \xi_1(\omega, y(t_2)) \cdot f(t_1) + f(t_1) \cdot f(t_2) \} = \\ &= C_{\xi_1}(y(t_2) - y(t_1)) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2) + m_{\xi_1} \cdot f(t_1) + f(t_1) \cdot f(t_2). \\ C_{\xi}(t_1, t_2) &= C_{\xi_1}(y(t_2) - y(t_1)) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2) + m_{\xi_1} \cdot f(t_1) + f(t_1)f(t_2) = \\ &= C_{\xi_1}(y(t_2) + T(y(t_2), n) - y(t_1) - T(y(t_1), n)) + m_{\xi_1} \cdot f(t_2 + T(t_2, n)) + \\ &+ m_{\xi_1} \cdot f(t_1 + T(t_1, n)) + f(t_1 + T(t_1, n)) \cdot f(t_2 + T(t_2, n)) = \\ &= C_{\xi}(t_1 + T(t_1, n), t_2 + T(t_2, n)), t_1, t_2 \in \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (16)$$

Тобто коваріація випадкового процесу (3), на відміну від коваріації процесу (2), є циклічною за сукупністю аргументів, оскільки

$$C_{\xi_1}(y(t_2) - y(t_1)) = C_{\xi_1}(y(t_2) + T(y(t_2), n) - y(t_1) - T(y(t_1), n)), t_1, t_2 \in \mathbf{R}.$$

Кореляційна функція випадкового процесу (2):

$$\begin{aligned} R_{\xi}(t_1, t_2) &= C_{\xi}(t_1, t_2) - m_{\xi}(t_1) \cdot m_{\xi}(t_2) = \\ &= C_{\xi_1}(t_2 - t_1) + m_{\xi_1} \cdot (f(t_2) + f(t_1)) + f(t_1)f(t_2) - (f(t_1) + m_{\xi_1})(f(t_2) + m_{\xi_1}) = \\ &= C_{\xi_1}(t_2 - t_1) + m_{\xi_1} \cdot (f(t_2) + f(t_1)) + f(t_1)f(t_2) - (f(t_1)f(t_2) + m_{\xi_1}f(t_1) + m_{\xi_1}f(t_2) + m_{\xi_1}^2) = \\ &= C_{\xi_1}(t_2 - t_1) - m_{\xi_1}^2 = R_{\xi_1}(t_2 - t_1), t_1, t_2 \in \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (17)$$

Тобто кореляційна функція випадкового процесу (2) не залежить від циклічної числової функції $f(t)$, а по-суті, є кореляційною функцією стаціонарного процесу $\xi_1(\omega, t)$. Аналогічно і для випадкового процесу (3), його кореляційна функція не залежить від циклічної числової функції $f(t)$.

Таким чином, циклічна структура адитивної моделі (2) має місце для її початкових моментних функцій, одновимірних функцій та щільності розподілу, а циклічність коваріаційної та кореляційної функцій випадкового процесу не може бути врахована на основі використання конструкції (2). На відміну від результуючого процесу конструкції (2), випадковий процес (3) має циклічну структуру не лише в одновимірній ймовірнісній структурі, але й в багатовимірній, що відображено у циклічності його коваріаційної функції.

У табл. підсумовано отримані вище результати, а саме показано, в яких ймовірнісних характеристиках випадкових процесів, представлених у вигляді конструкцій (1), (2) та (3), є циклічна структура.

Табл. Наявність циклічної структури в ймовірнісних характеристиках циклічних випадкових процесів

Ймовірнісна характеристика	Випадковий процес $\xi(\omega, t)$, поданий у вигляді конструкції (1)	Випадковий процес $\xi(\omega, t)$, поданий у вигляді конструкції (2)	Випадковий процес $\xi(\omega, t)$, поданий у вигляді конструкції (3)
Математичне сподівання $m_{\xi}(t)$	+	+	+
Дисперсія $D_{\xi}(t)$	-	-	-
Початкова моментна функція $a_{\xi}^k(t)$	+	+	+
Одновимірна функція розподілу $F_{\xi}(x, t)$	+	+	+
Щільність розподілу $p_{\xi}(x, t)$	+	+	+
Коваріаційна функція $C_{\xi}(t_1, t_2)$	-	-	+
Кореляційна функція $R_{\xi}(t_1, t_2)$	-	-	-

"+" – наявність циклічної структури; "-" – відсутність циклічної структури.

Представлені у вигляді конструкцій (2) та (3) моделі є розширенням підкласу періодичних випадкових процесів, що описуються конструкцією (1). На основі конструкцій (2) та (3) можна безпосередньо здійснювати імітацію циклічних випадкових процесів, що дає змогу використовувати їх для форму-

вання стохастичних сигналів циклічної структури для задач тестування інформаційних систем різного призначення.

Як приклад, розглянемо імітацію циклічних випадкових процесів із використанням конструкції (3), що доповнює результати роботи [7]. На рис. 1 подано графіки реалізацій 2π -періодичних випадкових процесів:

$$\xi_{2\pi}(\omega, t) = \sin(t) + \zeta_1(\omega, t), \quad (18)$$

$$\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t) = \sin(t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t) + \zeta_1(\omega, t), \quad \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}, \quad (19)$$

де $\zeta_1(\omega, t)$ – білий шум із рівномірним на півінтервалі $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ розподілом

(математичне сподівання $m_{\zeta_1} = 0$, дисперсія $D_{\zeta_1} = \frac{1}{12}$).

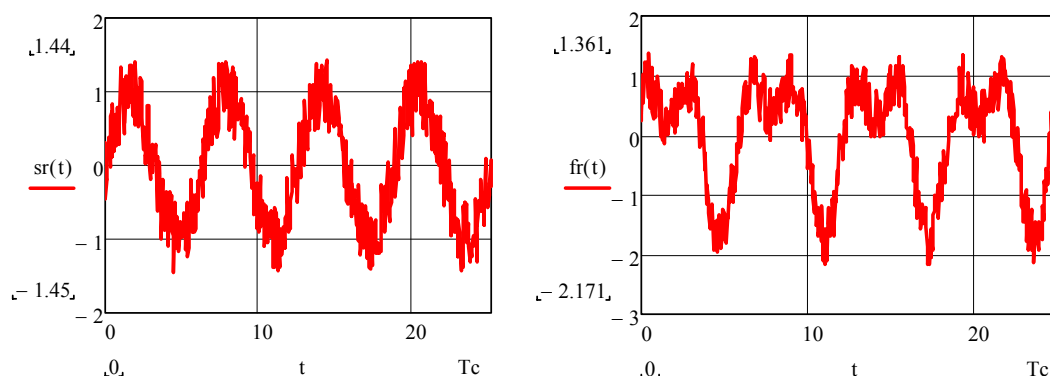


Рис. 1. Графіки реалізацій періодичних випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$

Математичні сподівання процесів (16) та (17) відповідно дорівнюють:

$$m_{\xi_{2\pi}}(t) = \sin(t), \quad (20)$$

$$m_{\tilde{\xi}_{2\pi}}(t) = \sin(t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t). \quad (21)$$

На рис. 2 подано графіки математичних сподівань періодичних випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$.

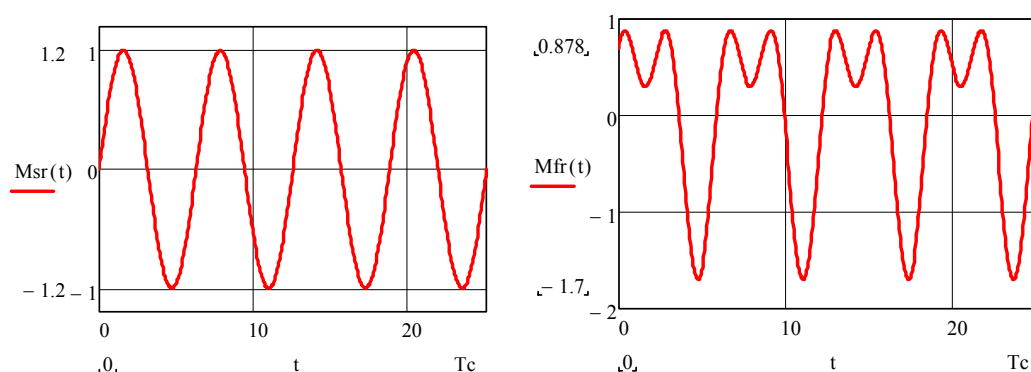


Рис. 2. Графіки математичних сподівань періодичних випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$

Дисперсії процесів (16) та (17) є константами і відповідно дорівнюють:

$$D_{\xi_{2\pi}}(t) = D_{\tilde{\xi}_{2\pi}}(t) = \frac{1}{12}. \quad (22)$$

На рис. 3 подано графік дисперсії випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$.

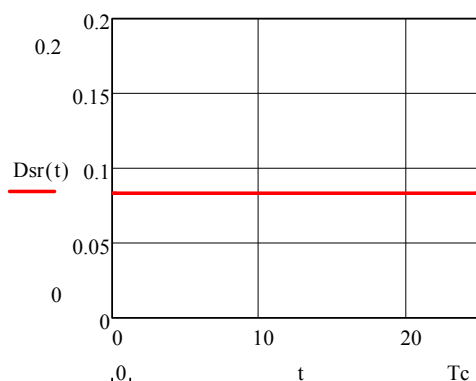


Рис. 3. Графік дисперсії випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$

Функції щільності розподілу процесів (16) та (17) є 2π -періодичними і відповідно дорівнюють:

$$p_{\xi_{2\pi}}(x, t) = p_{\zeta_1}(x + \sin(t)), x, t \in \mathbf{R}, \quad (23)$$

$$p_{\tilde{\xi}_{2\pi}}(x, t) = p_{\zeta_1}(x + \sin(t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t)), x, t \in \mathbf{R}. \quad (24)$$

На рис. 4 зображено графіки одновимірних функцій щільностей розподілу випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$.

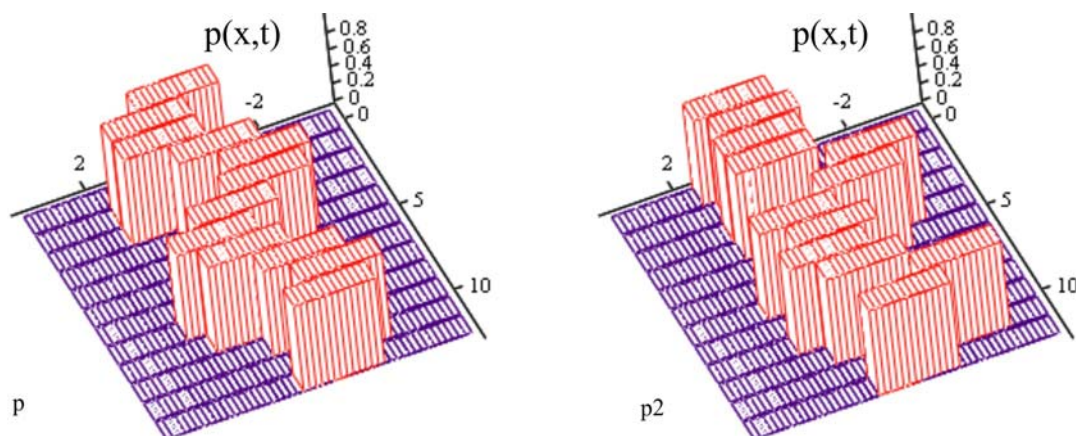


Рис. 4. Графіки одновимірних функцій щільностей розподілу випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$

На рис. 5 подано графік функції перетворення шкали $y(t) = t^2 + t, t \in (0, \infty)$ випадкових процесів $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$.

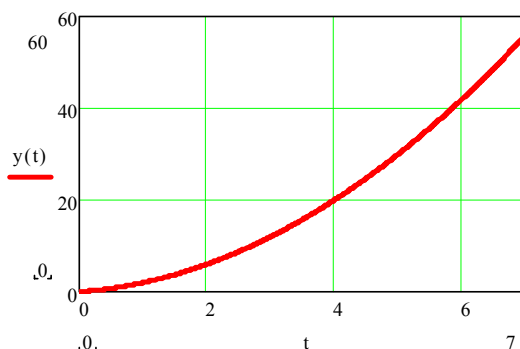


Рис. 5. Графік функції перетворення шкали

На рис. 6 зображено графіки реалізацій циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$, які отримані шляхом дії оператора перетворення шкали із функцією перетворення шкали $y(t) = t^2 + t, t \in (0, \infty)$ на процеси $\xi_{2\pi}(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t)$, а саме:

$$\xi(\omega, t) = \xi_{2\pi}(\omega, t^2 + t) = \sin(t^2 + t) + \zeta_1(\omega, t^2 + t), t \in (0, \infty), \quad (25)$$

$$\tilde{\xi}(\omega, t) = \tilde{\xi}_{2\pi}(\omega, t^2 + t) = \sin(t^2 + t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t^2 + 2 \cdot t) + \zeta_1(\omega, t^2 + t). \quad (26)$$

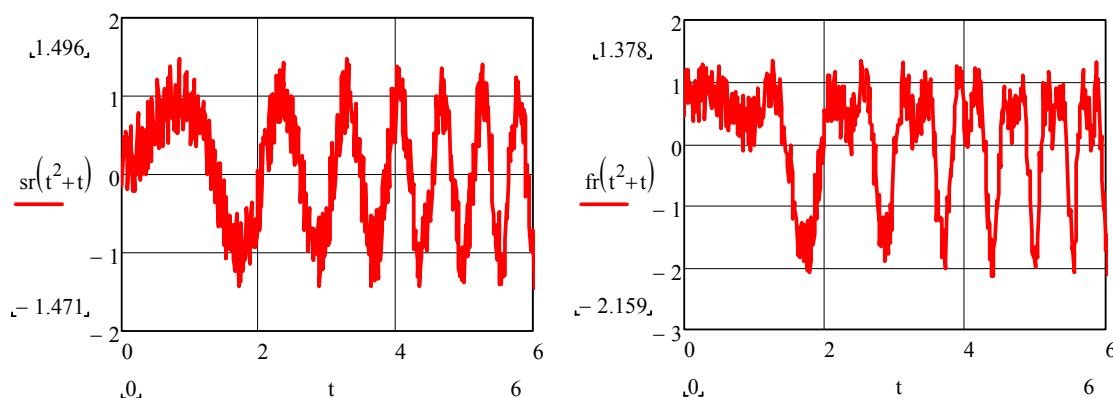


Рис. 6. Графіки реалізацій циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$

На рис. 7 подано графік функції ритму $T(t, 1) = \frac{2t+1}{4} \sqrt{4t^2 + 4t + 4\pi + 1}, t \in (0, \infty)$

та миттєвої кутової частоти $\omega(t) = (t^2 + t)' = 2 \cdot t + 1, t \in (0, \infty)$ циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$.

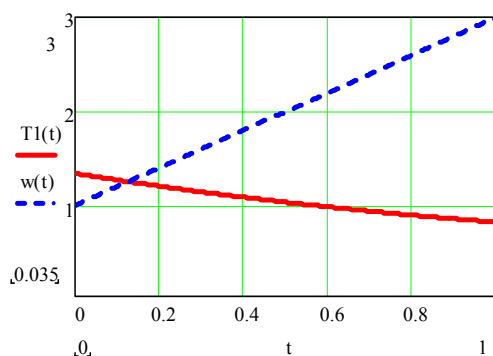


Рис. 7. Графік функції ритму $T(t, 1)$ та миттєвої кутової частоти $\omega(t)$ циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$

Математичні сподівання процесів (23) та (24) відповідно дорівнюють:

$$m_{\xi}(t) = \sin(t^2 + t), \quad (27)$$

$$m_{\tilde{\xi}}(t) = \sin(t^2 + t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t^2 + 2 \cdot t). \quad (28)$$

На рис. 8 подано графіки математичних сподівань ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$.

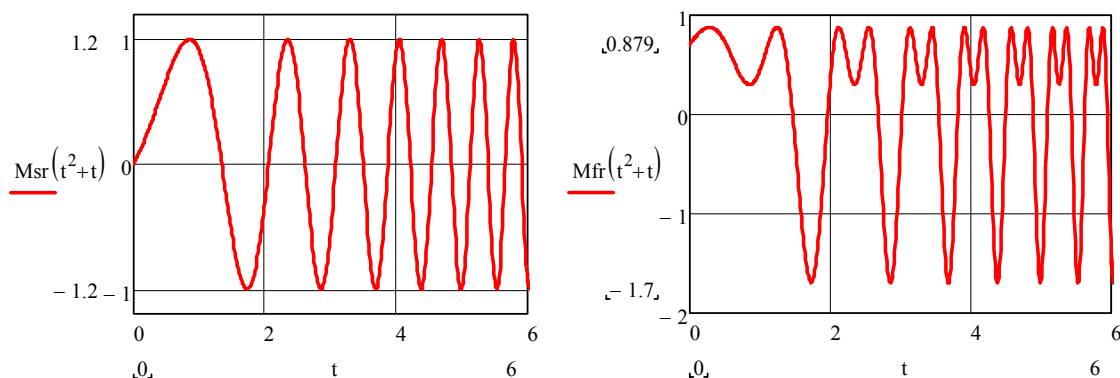


Рис. 8. Графіки математичних сподівань циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$

Дисперсії циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$ є константами (рис. 9) і відповідно дорівнюють:

$$D_{\xi}(t) = D_{\tilde{\xi}}(t) = \frac{1}{12}. \quad (29)$$

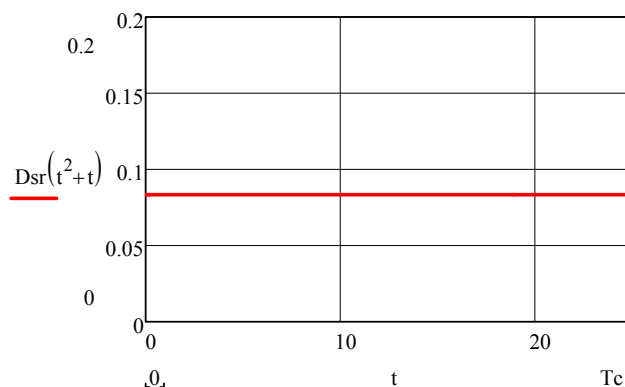


Рис. 9. Графік дисперсії циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi(\omega, t)$ та $\tilde{\xi}(\omega, t)$

Функції щільності розподілу процесів (23) та (24) відповідно дорівнюють:

$$p_{\xi}(x, t) = p_{\xi_1}(x + \sin(t^2 + t)), x, t \in \mathbf{R}, \quad (30)$$

$$p_{\xi}(x, t) = p_{\xi_1}(x + \sin(t^2 + t) + 0.7 \cdot \cos(2 \cdot t^2 + 2 \cdot t)), x, t \in \mathbf{R}. \quad (31)$$

Графіки перерізів функцій щільності розподілу процесів (25) та (26) зображено на рис. 10-13.

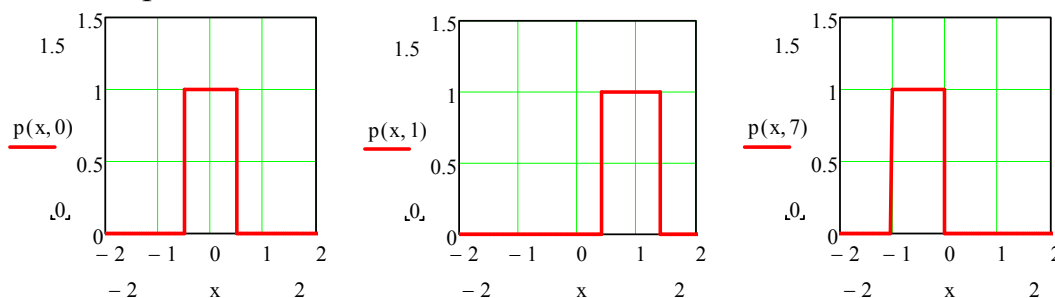


Рис. 10. Графіки перерізів по змінній x функції щільності розподілу $p_{\xi}(x, t)$ циклічного випадкового процесу $\xi(\omega, t)$

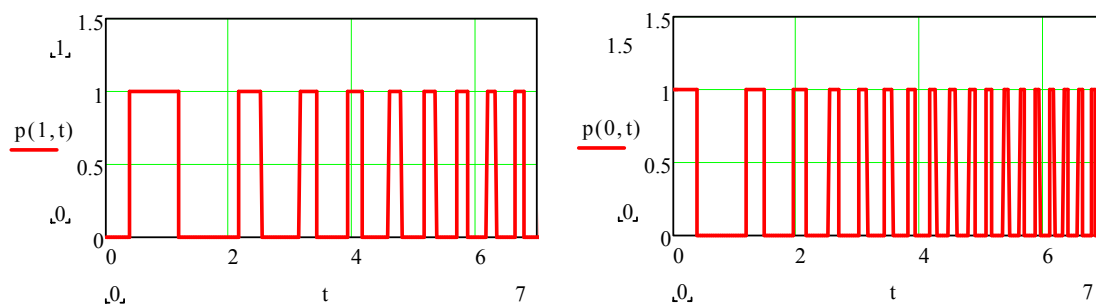


Рис. 11. Графіки перерізів по змінній t функції щільності розподілу $p_{\xi}(x, t)$ циклічного випадкового процесу $\xi(\omega, t)$

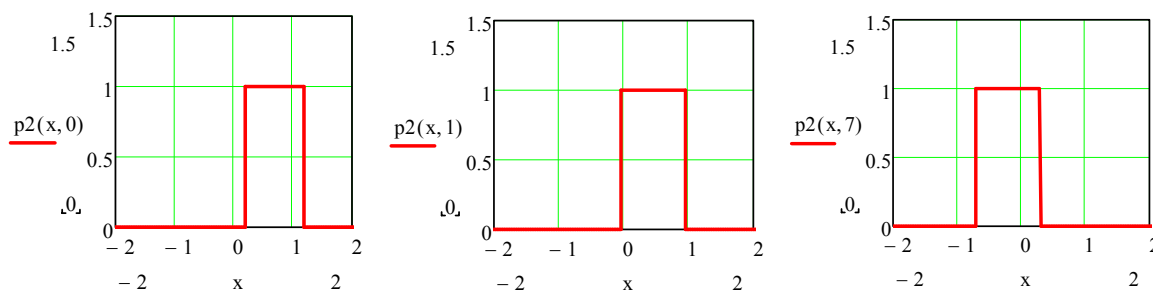


Рис. 12. Графіки перерізів по змінній x функції щільності розподілу $p_{\xi}(x, t)$ циклічного випадкового процесу $\xi(\omega, t)$

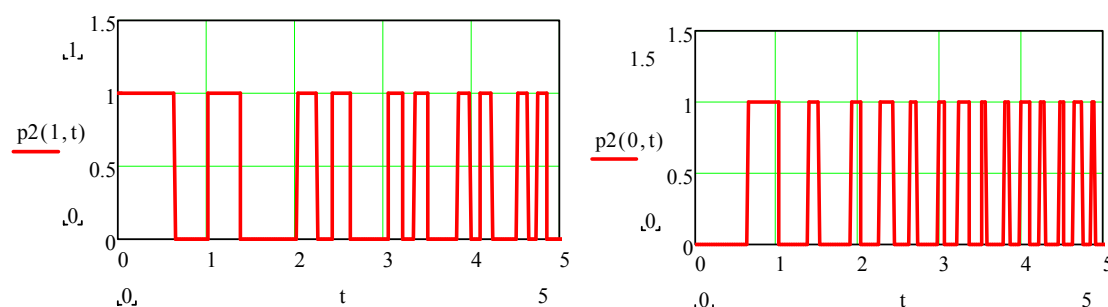


Рис. 13. Графіки перерізів по змінній t функції щільності розподілу $p_{\xi}(x, t)$ циклічного випадкового процесу $\xi(\omega, t)$

Висновки:

1. У роботі досліджено ймовірнісні характеристики підкласу циклічних випадкових процесів, що утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої циклічної функції та стаціонарного випадкового процесу, зокрема встановлено, у яких саме ймовірнісних характеристиках цих випадкових процесів є циклічна структура.
2. Обґрунтовано метод імітаційного моделювання підкласу циклічних випадкових процесів, що утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої функції та стаціонарного випадкового процесу. Це дає змогу використовувати їх для формування циклічних сигналів для задач тестування інформаційних систем різного призначення (системи радіопередачі, медичні та технічні діагностичні комплекси тощо).
3. Наведено приклади циклічних випадкових процесів, що утворені шляхом адитивного поєднання детермінованої циклічної функції та стаціонарного білого шуму.

Література

1. **Gardner W.A.** Cyclostationarity: Half a century of research / W.A. Gardner, A. Napolitano, L. Paura // *Signal Processing*. – 2005. – № 86 (2006). – P. 639-697.
2. **Hurd H.L.** Periodically Correlated Random Sequences: Spectral Theory and Practice / H.L. Hurd, A.G. Miamee. – Wiley, New York, 2006.
3. **Драган Я.П.** Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів / Я.П. Драган. – Львів : Центр стратег. досліджень еко-біотехнічних систем, 1997. – 361 с.
4. **Марченко Б.Г.** Лінійні періодичні процеси / Б.Г. Марченко // *Пр. Ін. – ту електродинаміки НАН України. Електротехніка*. – 1999. – С. 165-182.
5. **Лупенко С.А.** Моделювання лінійних періодичних випадкових процесів / С.А. Лупенко, М.В. Приймак, Л.М. Щербак // *Вісник Тернопільського державного технічного університету*. – Тернопіль, 2000. – Т. 5, № 2. – С. 97-103.
6. **Лупенко С.А.** Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация / С.А. Лупенко // *Электронное моделирование / Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины*. – К. : Вид-во "Прогрес", 2006. – Т. 28, № 4. – С. 29-45.
7. **Лупенко С.А.** Імітаційне моделювання циклічних випадкових процесів на ЕОМ / С.А. Лупенко, А.М. Луцків // *Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць*. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2006. – Вип. 16.6. – С. 110-119.

Демьянчук Н.Р., Лупенко С.А., Луцків А.М., Осухивская Г.М. Вероятностные характеристики и имитация циклического случайного процесса, образованного на базе аддитивной модели

Исследованы вероятностные характеристики подкласса циклических случайных процессов, образованные путем аддитивного сочетания детерминированной циклической функции и стационарного случайного процесса, в частности установлено, в каких именно вероятностных характеристиках этих случайных процессов имеет место циклическая структура. Обоснован метод имитации таких циклических случайных процессов на ЭВМ.

Ключевые слова: циклический случайный процесс, аддитивная модель, вероятностные характеристики, имитационное моделирование.

Demyanchuk N.R., Lupenko S.A., Lutskev A.M., Osukhivska G.M. Probabilistic characteristics and imitation on the computer of the cyclical casual process organised on the basis of additive model

In work probabilistic characteristics of a subclass of the cyclical casual processes, organized by an additive combination of the determined cyclical function and stationary casual process are investigated, in particular, is established in which probabilistic characteristics of these casual processes the cyclical structure takes place. The method of imitation of such cyclical casual processes on the computer is justified.

Keywords: cyclic stochastic process, additive model, probability characteristics, simulation modelling.

УДК 004.02+614.86

Доц. О.Б. Зачко, канд. техн. наук;
курсант Н.Є. Бурак; курсант І.М. Вовчук – Львівський ДУ БЖД

РОЗРОБЛЕННЯ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗУВАННЯ КІЛЬКОСТІ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПРИГОД ЗАСОБАМИ СИСТЕМИ STATISTICA

Розглянуто науково-практичну задачу розробки моделей прогнозування кількості дорожньо-транспортних пригод у регіонах України. Побудовано лінійну та нелінійну моделі залежності кількості дорожньо-транспортних пригод у регіоні від чисельності населення та кількості автомобілів. Проаналізовано моделі на адекватність