

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 517.9:577.4:303.101

*Доц. В.М. Онишкевич, канд. фіз.-мат. наук;
доц. В.З. Холявка, канд. екон. наук;
студ. Х.О. Гапалюк – НЛТУ України, м. Львів*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Зроблено спробу математичного опису взаємодії кількох біологічних змінних в екосистемі. Для цього запропоновано використати систему лінійних диференціальних рівнянь першого порядку. Як приклад, змодельовано кілька можливих типів взаємодії двох біологічних видів в екосистемі.

Ключові слова: математична модель, біологічний вид, екологічна система, система лінійних диференціальних рівнянь.

Подальший соціально-економічний розвиток суспільства є неможливим без вирішення наявних екологічних проблем. Стан навколишнього природного середовища потребує негайного прийняття рішень на різних рівнях суспільних, державних, регіональних, міжнародних структур. Наявні природні системи є досить гнучкими й стійкими, проте такі їх властивості не є безмежними. Якщо на ранніх стадіях розвитку суспільства його вплив на природу був незначним і не зумовлював помітних змін у навколишньому середовищі, то зараз тиск факторів антропогенного походження стає таким потужним, що людина вже не може собі дозволити, як це було раніше, нехтувати його негативними наслідками. Масштаби впливу людини на різні компоненти біосфери з року в рік розширюються, і це призводить до зміни життєво важливих параметрів довкілля, які значною мірою позначаються на розвитку рослинного і тваринного світу. Одним із проявів цього є зменшення кількості видів та чисельності популяцій. Наприклад, заступник начальника Львівського обласного управління лісового та мисливського господарства В. Бурмас наводить [2] факт значного спаду чисельності зайця-русака – від 59 тис. особин 2006 р. до 43870 особин 2010 р. при тому, що ці тварини мають по три приплоди на рік. Серед видів, занесених до Червоної книги України, у Львівській обл. зараз нараховується лише 68 особин рисі, 44 лісових коти, 65 ведмедів, 53 глухарі, 338 тетеруків, 845 видр. Тому актуальним є розроблення науково обґрунтованих рекомендацій для створення таких стратегій і тактики взаємин між людиною і природою, які змогли б забезпечити нормальне функціонування всіх елементів біосфери.

Очевидно, що вести спостереження за всіма параметрами біосфери навряд чи доцільно та й практично неможливо, хоча й існує система глобального моніторингу, яка дає змогу визначити зміни її найважливіших параметрів. Особливо важко дати необхідну оперативну оцінку тим екологічним змінам, що відбуваються у біологічних компонентах біосфери під впливом ан-

тропогенних факторів. Для прийняття оперативних рішень, спрямованих на поліпшення стану природних систем і навколишнього середовища, глобальний моніторинг не завжди є ефективним: він може бути корисним тільки для визначення деяких стратегічних напрямів в екологічній політиці. Тому однією з найважливіших проблем всієї екологічної діяльності, зокрема й організації системи екологічного моніторингу, є проблема отримання екологічної оцінки і прогнозу стану різних екосистем та основних компонентів біосфери з метою подальшого управління їх станом і зупинення їх деградації. Для математичного моделювання і вивчення екологічних систем і процесів можна успішно використовувати апарат лінійних диференціальних рівнянь [4].

1) Розглянемо модель міжвидової конкуренції. Означимо популяцію як будь-яку групу з організмів одного виду, яка обіймає певний простір і є частиною біологічної спільноти – сукупності популяцій, що функціонує як цілісна одиниця у відведеному їй просторі природного середовища [5]. Однорідна лінійна система диференціальних рівнянь першого порядку [1]:

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = -x(t) + 2y(t) \end{cases} \quad (1)$$

описує взаємний вплив популяцій двох конкуруючих видів на швидкості їх росту. Припустимо, що початкові популяції нараховують $x(0)=100$ та $y(0)=200$ особин. Необхідно встановити чисельності обох видів у довільний наступний часовий період.

Продиференціювавши рівняння (1), отримуємо $x''(t) = 2x'(t) - y'(t)$. Але $y'(t) = -x(t) + 2y(t) = -x(t) + 2(2x(t) - x'(t))$. Отже, $x(t)$ задовольняє рівняння другого порядку $x''(t) - 4x'(t) + 3x(t) = 0$. Коренями характеристичного рівняння $\lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$ є числа $\lambda_1 = 3$ та $\lambda_2 = 1$.

Загальний розв'язок має вигляд $x = C_1 \exp(3t) + C_2 \exp(t)$, де C_1 та C_2 – довільні постійні. З (1) отримуємо $y(t) = 2x(t) - x'(t) = -C_1 \exp(3t) + C_2 \exp(t)$.

Задовольняючи початкові умови популяцій, отримуємо $\begin{cases} C_1 + C_2 = 100 \\ -C_1 + C_2 = 200 \end{cases}$, звідки $C_1 = -50$; $C_2 = 150$. Тому шуканими розв'язками вихідної системи є

$$\begin{cases} x(t) = 150 \exp(t) - 50 \exp(3t) \\ y(t) = 150 \exp(t) + 50 \exp(3t) \end{cases} \quad (3)$$

Отже, вимирання першого виду відбувається при $150 \exp(t) - 50 \exp(3t) = 0$, тобто при $\exp(2t) = 3$, звідки $t = 0.5 \ln 3 \approx 0.55$ часових одиниць. Після досягнення 0.55 од. часу другий вид продовжує рости згідно з рівнянням $y'(t) = 2y(t)$. Його загальним розв'язком є $y(t) = y(t_0) \exp(2(t - t_0))$. При $t_0 = 0.5 \ln 3$ і $y(t_0) = 150 \exp(t_0) + 50 \exp(3t_0)$ воно відображає ріст популяції другого виду після вимирання першого (рис. 1).

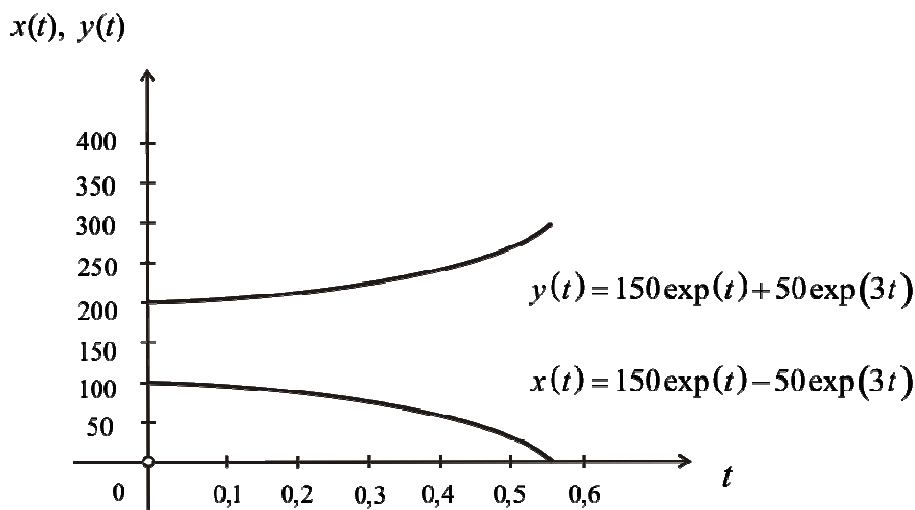


Рис. 1. Модель міжвидової конкуренції

2) Розглянемо модель кооперації видів [1]. Припустимо, що два види знаходяться у відношеннях симбіозу, тобто популяція кожного виду зростає пропорційно чисельності іншого, а зменшення популяції кожного виду можна вважати пропорційним до власної чисельності. Моделлю такої поведінки популяцій може слугувати, наприклад, система

$$\begin{cases} x'(t) = -2x(t) + 4y(t) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} y'(t) = x(t) - 2y(t) \end{cases} \quad (6)$$

Необхідно встановити чисельності видів у наступні часові періоди, якщо початкові популяції нараховують $x(0) = 100$ і $y(0) = 300$ особин.

Шляхом диференціювання і виключення $y(t)$ отримаємо $x''(t) + 4x'(t) = 0$. Коренями характеристичного рівняння $\lambda^2 + 4\lambda = 0$ є числа $\lambda_1 = 0$ та $\lambda_2 = -4$, а загальний розв'язок $x(t) = C_1 \exp(0t) + C_2 \exp(-4t)$.

Крім того, $y(t) = 0.25(x'(t) + 2x(t)) = C_1/2 + 2\exp(-4t)/2$. Використовуючи початкові умови, отримуємо $x(0) = C_1 + C_2 = 100$ та $y(0) = C_1/2 - C_2/2 = 300$, звідки $C_1 = 350$, $C_2 = -250$. Шуканим розв'язком є

$$\begin{cases} x(t) = 350 - 250 \exp(-4t) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} y(t) = 175 + 125 \exp(-4t) \end{cases} \quad (8)$$

Популяція першого виду зростає від початкового розміру в 100 особи до граничного розміру в 350. Другий вид спадає від початкового розміру в 300 осіб до граничного розміру 175. Ці граничні значення відповідають рівноважним популяціям двох видів, які можуть підтримуватися в даному природному середовищі (рис. 2).

Таким чином, для опису взаємодії кількох біологічних змінних можна успішно використовувати математичне моделювання таких процесів за допомогою систем лінійних диференціальних рівнянь першого порядку типу

$$\begin{cases} x'(t) = a_{11}x(t) + a_{12}y(t) + f(t) \\ y'(t) = a_{21}x(t) + a_{22}y(t) + g(t) \end{cases} \quad (9)$$

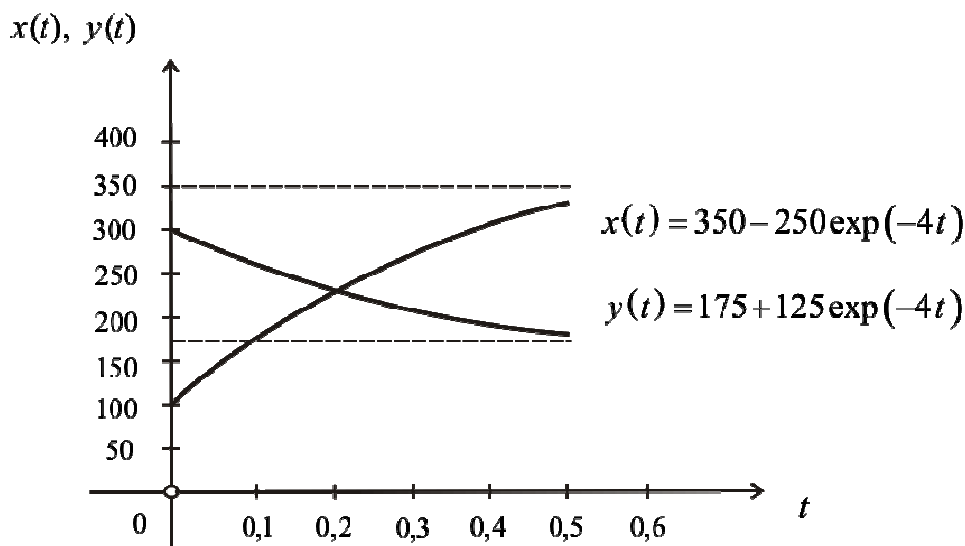


Рис. 2. Модель кооперації видів

У багатьох випадках доцільність їх використання для вивчення екологічних систем і процесів є безсумнівною, тим більше, що методи їх розв'язування є досить добре розвинутими [3].

Поряд із тим, лінійні диференціальні рівняння не завжди можуть детально й адекватно описати складні екологічні процеси, що потребують глибокого дослідження та аналізу. Зокрема, можна було б враховувати вплив екологічного ефекту в майбутньому: йдеться про зміни у просторі та часі якості умов природного життєвого довкілля [6]. Такі зміни можуть мати як позитивний, так і негативний характер – поліпшення або погіршення природних життєвих умов, збільшення або зменшення кількості та якості природних ресурсів. Це вимагало б введення в математичну модель додаткових (їх можна було б назвати екологічних) обмежень.

Література

1. Гроссман С. Математика для биологов / С. Гроссман, Дж. Тернер. – М. : Изд-во "Высш. шк.", 1983. – 383 с.
2. Експрес, № 20, 24.02-3.03.2011.
3. Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь / С.П. Лавренюк. – Львів : Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997. – 216 с.
4. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології / В.І. Лаврик. – К. : Вид-во "КМ Академія", 2002. – 203 с.
5. Ляшенко І.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів / І.М. Ляшенко, М.В. Коробова, А.М. Столяр. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2006. – 304 с.
6. Туниця Ю.Ю. Екологія і ринок: подолання суперечностей / Ю.Ю. Туниця. – К. : Вид-во "Знання", 2006. – 314 с.

Онышкевич В.М., Холявка В.З., Гапалек Х.О. Математическое моделирование экологических процессов с помощью систем линейных дифференциальных уравнений

Сделана попытка математического описания взаимодействия нескольких биологических переменных в экосистеме. Для этого предложено использовать систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Как пример, смоделировано несколько возможных типов взаимодействия двух биологических видов в экосистеме.

Ключевые слова: математическая модель, биологический вид, экологическая система, система линейных дифференциальных уравнений.

Onyshkevych V.M., Holiavka V.Z., Gapaliak H.O. Mathematical modeling of ecological processes by means of systems of linear differential equations

The attempt of mathematical description of interaction of some biological variables in ecosystem is considered. Using of system of linear differential equations of first order for it is proposed. As example, the mathematical models of some possible types of interaction of two biological species in ecosystem are offered.

Keywords: mathematical model, biological species, ecological system, system of linear differential equations.

УДК 681.3+519.6

Доц. О.А. Пастух, канд. техн. наук –
Європейський університет

ОБГРУНТУВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОПРАЦЮВАННЯ НЕЧІТКИХ ДАНИХ ДРУГОГО РОДУ У КВАНТОВИХ НЕЧІТКИХ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ КОМПОНЕНТАХ ДРУГОГО РОДУ

Обґрунтовано ефективність квантових методів: алгебраїчного перетину нечітких даних другого роду та алгебраїчного об'єднання неперетинних нечітких даних другого роду, які призначені для опрацювання нечітких даних другого роду у квантових нечітких обчислювальних компонентах.

Вступ. В останні роки швидкими темпами розвиваються напрями квантової інформатики: квантові обчислення, квантова теорія інформації, квантова криптографія. Актуальність квантової інформатики зумовлена високою обчислювальною ефективністю квантових комп'ютерів, які формують технічні основи квантових інформаційних технологій.

Серед наведених напрямів квантової інформатики важливе місце займають квантові обчислення. У роботах автора [1, 2], які присвячені квантовим обчисленням, запропоновано нові квантові методи для квантових нечітких обчислювальних компонент другого роду (qnf -компонент) – алгебраїчний перетин нечітких даних другого роду та алгебраїчне об'єднання неперетинних нечітких даних другого роду. Однак у цих роботах не обґрунтовано ефективність наведених методів. Тому в цій роботі розглядається розв'язок наступної задачі.

Постановка завдання. Обґрунтувати ефективність квантових методів: алгебраїчного перетину нечітких даних другого роду та алгебраїчного об'єднання неперетинних нечітких даних другого роду, які призначені для опрацювання нечітких даних другого роду у qnf -компонентах.

Огляд існуючих відомостей. Суть зазначених квантових методів наведена у роботах [1, 2], які дають змогу на основі нового типу даних – квантових нечітких даних другого роду [3] – здійснювати опрацювання нечітких даних другого роду у qnf -компонентах [4].

Основна частина. У роботі розглянуто qnf -компоненти, у яких 224162 64-кубітних квантових процесорних ядер.

Порівнюються оцінки витрат часу для виконання даних квантових методів qnf -компонентах, квантові біти яких можуть бути виконані на елементних базах у вигляді НВЧ-резонаторів, квантових точок, іонних пасток, оптичних резонаторів, електронів-Au, твердотільної напівпровідникової еле-