

УДК 629.114.3

*Проф. І.В. Кузьо, д-р техн. наук; аспір. О.В. Житенко;
доц. Р.В. Зінько, канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка";
доц. І.С. Лозовий, канд. техн. наук – АСВ*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ РУХУ ШАРНІРНО ЗЧЛЕНОВАНОГО ДВОЛАНКОВОГО АВТОВОЗА

Запропоновано математичну модель динаміки руху шарнірно зчленованого дволанкового автовоза. Модель враховує особливості компонування транспортного засобу, пружне закріплення транспортіваних вантажів, умови експлуатації та руху.

Ключові слова: математична модель, динаміка руху, автовоз.

Вступ. Рухомі транспортні механічні системи з пружно закріпленими вантажами набули значного поширення. Прикладом можуть бути евакуатори, автовози, секційні автобуси і тролейбуси, десантні літаки, залізничні платформи з машинами (комбайнами, тракторами, автомобілями), морські паромі. Типовою дволанковою рухомою транспортною механічною системою є шарнірно зчленований колісний засіб з пружно закріпленими вантажами – дволанковий автовоз, який перевозить легкові автомобілі. Для об'єктивного дослідження динамічних процесів, що відбуваються під час руху такої машини, необхідно створити математичну модель, яка б відображала особливості компонування та взаємодію її основних ланок.

Аналіз останніх досліджень. Вивчення динамічних процесів транспортних засобів розпочинається традиційно з математичного моделювання [1-4]: опрацьовують набір припущень [5], складають рівняння механічної моделі (рівняння, що описують динаміку системи, можуть базуватися на принципі Даламбера, диференціальних рівнянь системи твердих тіл, рівнянь Лагранжа другого роду чи рівнянь Ньютона, канонічних рівнянь Гамільтона або їх можна скласти за методом Кейна [6-8]), та виконують аналітичне чи числове дослідження. Причому можна або отримувати відразу громіздкі результати [9-10], або йти шляхом поступового ускладнювання задач і самих систем, об'єднуючи в математичні моделі динаміки механічної системи часткові математичні моделі його підсистем [11, 12].

Мета дослідження. Створити математичну модель динаміки руху шарнірно зчленованого дволанкового автовоза, яка враховує особливості компонування транспортного засобу, пружне закріплення транспортіваних вантажів, умови експлуатації та руху.

Основний матеріал. Під час створення математичної моделі необхідно врахувати коливання автомобілів, що пружно закріплені на вантажних платформах напівпричепу. Тому в розрахункових схемах шарнірно зчленованих дволанкових колісних транспортних машин (КТМ), окремі вантажі виділені як пружно закріплені, жорсткі інерційні тіла з такими характеристиками, як маси, координати центрів мас, моменти інерції відносно цих центрів. У розрахункових схемах передбачена можливість їх перпендикулярного переміщення відносно опорних поверхонь вантажних платформ напівпричепи КТМ.

Рух КТМ залежить насамперед від крутного моменту двигуна, жорсткості підвіски, коліс та трансмісії, характеристик гальм тощо. Тому ці характеристики відображені в математичній моделі руху КТМ. Створювані розрахункові схеми КТМ з шарнірним зчленуванням тягача із напівпричепом

повинні враховувати їх плоскопаралельний рух у поздовжній вертикальній площині і відзначений вище рух вантажів.

За розрахункову схему шарнірно зчленованої дволанкової КТМ з пружно закріпленими вантажами було прийнято таку, як показано на рис. 1, де виділено тягач, що шарнірно з'єднаний з напівпричепом, пружно закріплені вантажі, повідні і керовані колеса та пружні зв'язки між ними.

На рис. 1 позначено: $X_0O_0Z_0$ – нерухома координатна система; $X_1O_1Z_1$, $X_2O_2Z_2$ – рухомі координатні системи, що жорстко пов'язані з шасі тягача та рамою напівпричепу; D – центр шарніру, що зчленовує дві ланки КТМ; C_T, C_{Π}, C_{vi} – центри ваги тягача, напівпричепи та i -го вантажу, $i=1, n$, n – кількість вантажів, що транспортує шарнірно-зчленована КТМ; G_T, G_{Π}, G_{vi} – їх сили ваги відповідно; M_T – приведений до осі повідного колеса тягача крутний момент від двигуна КТМ.

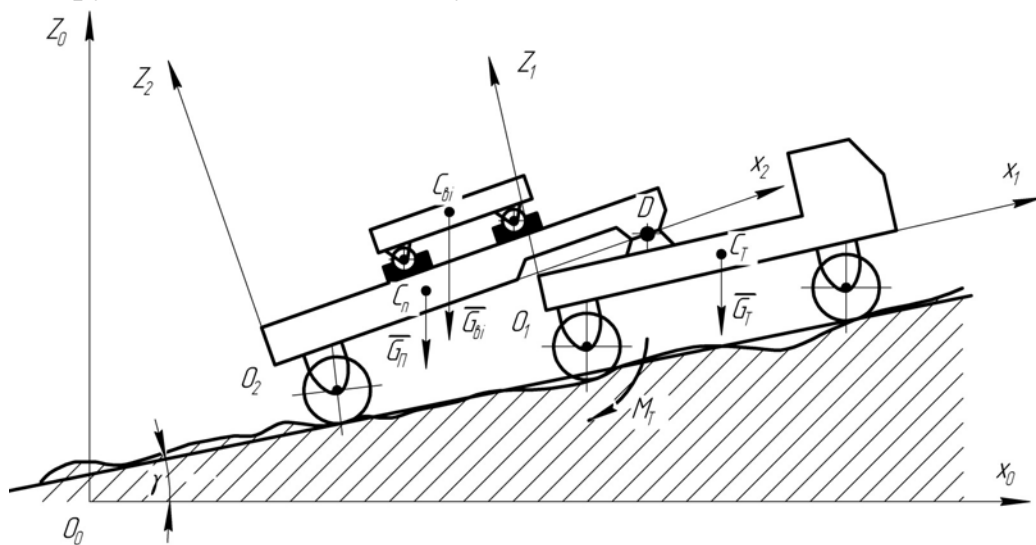


Рис. 1. Розрахункова схема шарнірно зчленованої дволанкової КТМ з пружно закріпленими вантажами

Надалі використовували загальноприйняті для дослідження динаміки КТМ припущення [3-8].

На підставі прийнятої розрахункової схеми і вибраних систем координат, за узагальнені координати приймемо (рис. 2) $q_1 = {}^0X_{01}$, $q_2 = {}^0Z_{01}$ – координати початку O_1 координатної системи $X_1O_1Z_1$ у нерухомій системі координат $X_0O_0Z_0$; $q_3 = {}^0\varphi_{01}$ – кут повороту рухомої системи координат $X_1O_1Z_1$ відносно нерухомої системи координат; $q_4 = {}^1\varphi_{02}$ – кут повороту рухомої системи координат $X_2O_2Z_2$ відносно рухомої системи координат $X_1O_1Z_1$; $q_{4+i} = {}^2Z_{ci}$, $i=1..n$ – координати центрів мас вантажів, n – кількість вантажів; $q_{4+n+j} = \varphi_j$, $j=1..m$ – кути повороту валу j -го повідного колеса, m – кількість повідних коліс. Таким чином, механічна система "шарнірно зчленована дволанкова колісна транспортна машина", що представлена плоскою розрахунковою схемою (рис. 1), має $s = 4 + n + m$ ступенів вільності.

Кінетична енергія механічної системи "трансмсія тягача – напівпричеп – вантажі" дорівнює:

$$T = T_T + T_{\Pi} + \sum_{i=1}^n T_{6i} + \sum_{j=1}^m T_{kj};$$

або

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} M (\dot{X}_{01})^2 + \frac{1}{2} M (\dot{Z}_{01})^2 + \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_{01})^2 \left[m_T (OCT)^2 + J_{CT} + m_{\Pi} \left[(L_4 + L_6)^2 + (L_3 + L_5)^2 \right] + \right. \\ & + J_{C\Pi} + \sum_{i=1}^n \left\{ \left[(L_4 + L_{8i})^2 + (L_3 + L_{7i})^2 \right] m_{6i} + J_{6i} \right\} \left. \right] + \frac{1}{2} (\dot{\varphi}_{02})^2 \left[m_n \left[(L_5)^2 + (L_6)^2 \right] + J_{C\Pi} + \right. \\ & + \dot{Z}_{01} \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \sum_{i=1}^n \left[2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} + \dot{\varphi}_{01} \dot{\varphi}_{02} \left[m_{\Pi} \left[(L_4 + L_6) L_6 + (L_3 + L_5) L_5 \right] + J_{C\Pi} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{i=1}^n \left\{ \left[(L_{8i})^2 + (L_{7i})^2 \right] m_{6i} + J_{6i} \right\} \right] \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\dot{Z}_{Ci})^2 m_{6i} - \dot{X}_{01} \dot{\varphi}_{01} \times \\ & \times \left[m_T L_2 + (L_4 + L_6) m_{\Pi} + \sum_{i=1}^n (L_4 + L_{8i}) m_{6i} \right] + \dot{Z}_{01} \dot{\varphi}_{01} \left[m_T L_1 + (L_3 + L_5) m_{\Pi} + \sum_{i=1}^n (L_3 + L_{7i}) m_{6i} \right] - \\ & - \dot{X}_{01} \dot{\varphi}_{02} \left(L_6 m_{\Pi} + \sum_{i=1}^n L_{8i} m_{6i} \right) + \dot{Z}_{01} \dot{\varphi}_{02} \left(L_5 m_{\Pi} + \sum_{i=1}^n L_{7i} m_{6i} \right) - \dot{X}_{01} \sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \times \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{i=1}^n 2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} + \sum_{i=1}^n \left\{ \left[(L_4 + L_{8i}) L_{8i} + (L_3 + L_{7i}) L_{7i} \right] m_{6i} + J_{6i} \right\} \left. \right] + \\ & + \dot{\varphi}_{01} \left[\sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \sum_{i=1}^n (L_4 + L_{8i}) 2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} + \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \sum_{i=1}^n (L_3 + L_{7i}) 2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} \right] + \\ & + \dot{\varphi}_{01} \left[\sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \sum_{i=1}^n L_{8i} 2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} + \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}) \sum_{i=1}^n L_{7i} 2 \dot{Z}_{Ci} m_{6i} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m J_{kj} (\dot{\varphi}_{kj})^2. \end{aligned}$$

де

$$\begin{cases} L_1 = {}^1X_{CT} \cos \varphi_{01} - {}^1Z_{CT} \sin \varphi_{01}; \\ L_2 = {}^1X_{CT} \sin \varphi_{01} + {}^1Z_{CT} \cos \varphi_{01}; \\ L_3 = {}^1X_D \cos \varphi_{01} - {}^1Z_D \sin \varphi_{01}; \\ L_4 = {}^1X_D \sin \varphi_{01} + {}^1Z_D \cos \varphi_{01}; \\ L_5 = ({}^2X_{C\Pi} - O_2D) \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}) - {}^2Z_{C\Pi} \sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}); \\ L_6 = ({}^2X_{C\Pi} - O_2D) \sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}) + {}^2Z_{C\Pi} \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}); \\ L_{7i} = ({}^2X_{Ci} - O_2D) \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}) - {}^2Z_{Ci} \sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}); \\ L_{8i} = ({}^2X_{Ci} - O_2D) \sin(\varphi_{01} + \varphi_{02}) + {}^2Z_{Ci} \cos(\varphi_{01} + \varphi_{02}). \end{cases}$$

m_T, m_{Π}, m_{6i} – маси тягача, напівпричепа; i -го вантажу відповідно;
 $J_{CT}, J_{C\Pi}, J_{6i}$ – моменти інерції тягача, напівпричепа; i -го вантажу відносно осей, які перпендикулярні площині розташування розрахункової схеми і проходять через їх центри мас.

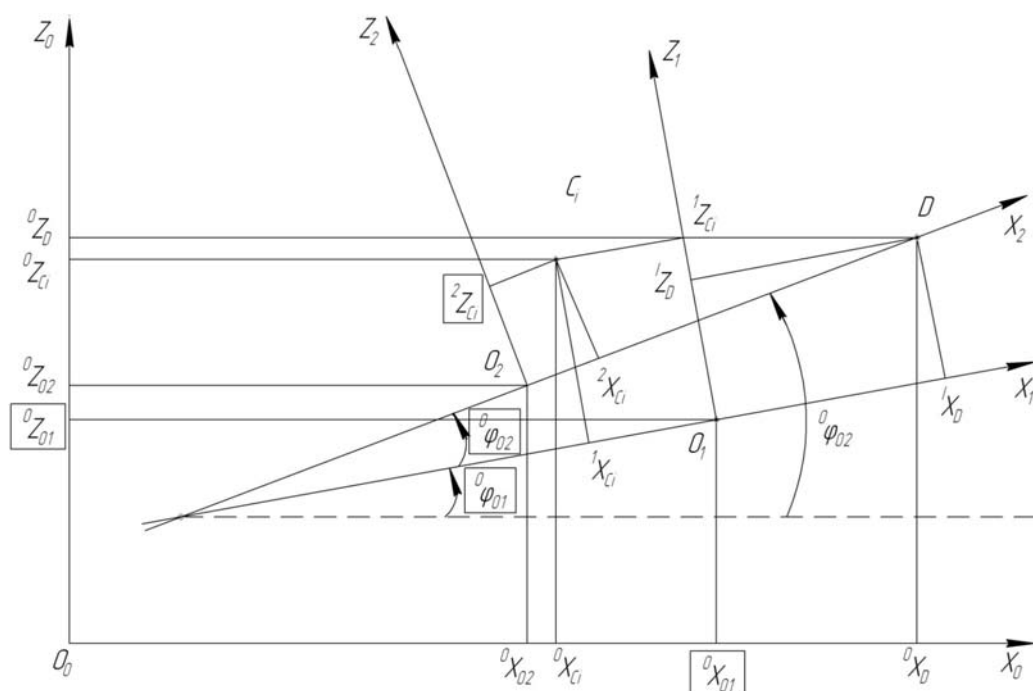


Рис. 2. Узагальнені координати $q_1 = {}^0X_{01}$; $q_2 = {}^0Z_{01}$; $q_3 = {}^0\varphi_{01}$; $q_4 = {}^1\varphi_{02}$;
 $q_{4+i} = {}^2Z_{ci}, i = 1..n$

Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду [7, 8], можна побудувати математичну модель руху основних елементів автовозу та вантажів у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 & {}^0\ddot{X}_{01}M - {}^0\ddot{\varphi}_{01} \left[m_T L_2 + m_{II} (L_4 + L_6) + \sum_{i=1}^n m_{ei} (L_4 + L_{8i}) \right] - \\
 & - {}^1\ddot{\varphi}_{02} \left(m_{II} L_6 + \sum_{i=1}^n m_{ei} L_{8i} \right) - \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) \sum_{i=1}^n {}^2\ddot{Z}_{ci} m_{ei} + \\
 & + f_1(q_k, \dot{q}_k, k = 1, \dots, 4 + n) = \\
 & = \left\{ \sum_{j=1}^m \frac{C_{KT,j}^\tau}{R_{KT,j}} \left(\varphi_j - \varphi^{noch}_j \right) - \frac{\sqrt{({}^0X_{OПТ,j} - {}^0X^{noch}_{OПТ,j})^2 + ({}^0Z_{OПТ,j} - {}^0Z^{noch}_{OПТ,j})^2}}{R_{KT,j}} \right\} - \\
 & - \text{sign}({}^0\dot{X}_{01}) f_d \left[\sum_{j=1}^{m_1} F^{нпруж}_{OПТ,j} + \sum_{j=1}^{m_2} F^{нпруж}_{OПП,j} \right] \cos \gamma + \\
 & + \left(\sum_{j=1}^{m_1} \left[F^{нпруж}_{OПТ,j} + \alpha_{OПТ,j} \left\{ {}^0\dot{Z}_{OПТ,j} - \frac{d[{}^0Z_d({}^0X_{OПТ,j})]}{d({}^0X_{OПТ,j})} \cdot {}^0\dot{X}_{OПТ,j} \right\} \right] + \right. \\
 & \left. + \sum_{j=1}^{m_2} \left[F^{нпруж}_{OПП,j} + \alpha_{OПП,j} \left\{ {}^0\dot{Z}_{OПП,j} - \frac{d[{}^0Z_d({}^0X_{OПП,j})]}{d({}^0X_{OПП,j})} \cdot {}^0\dot{X}_{OПП,j} \right\} \right] \right) \sin \gamma \\
 & {}^0\ddot{Z}_{01}M + {}^0\ddot{\varphi}_{01} \left[m_T L_1 + m_{II} (L_3 + L_5) + \sum_{i=1}^n m_{ei} (L_3 + L_{7i}) \right] +
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 & + {}^1\ddot{\varphi}_{02} \left(m_{II} L_5 + \sum_{i=1}^n m_{6i} L_{7i} \right) + \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) \sum_{i=1}^n {}^2\ddot{Z}_{Ci} m_{6i} + \\
 & - \left(m_T + m_{II} + \sum_{i=1}^n m_{6i} \right) g + \\
 & + f_2(q_k, \dot{q}_k, k=1, \dots, 4+n) = \\
 & + \left\{ \sum_{j=1}^m \frac{C^{\tau}_{KT,j}}{R_{KT,j}} \left[\left(\varphi_j - \varphi^{noch}_j \right) - \frac{\sqrt{\left({}^0X_{OПT,j} - {}^0X^{noch}_{OПT,j} \right)^2 + \left({}^0Z_{OПT,j} - {}^0Z^{noch}_{OПT,j} \right)^2}}{R_{KT,j}} \right] - \right. \\
 & \left. - sign \left({}^0\dot{X}_{01} \right) f_d \left[\sum_{j=1}^{m_1} F^{нпруж}_{OПT,j} + \sum_{j=1}^{m_2} F^{нпруж}_{OПП,j} \right] \right\} \sin \gamma - \\
 & - \left(\sum_{j=1}^{m_1} \left[F^{нпруж}_{OПT,j} + \alpha_{OПT,j} \left\{ {}^0\dot{Z}_{OПT,j} - \frac{\partial \left[{}^0Z_d \left({}^0X_{OПT,j} \right) \right]}{\partial \left({}^0X_{OПT,j} \right)} \cdot {}^0\dot{X}_{OПT,j} \right\} \right] - \right. \\
 & \left. - \sum_{j=1}^{m_2} \left[F^{нпруж}_{OПП,j} + \alpha_{OПП,j} \cdot \left\{ {}^0\dot{Z}_{OПП,j} - \frac{\partial \left[{}^0Z_d \left({}^0X_{OПП,j} \right) \right]}{\partial \left({}^0X_{OПП,j} \right)} \cdot {}^0\dot{X}_{OПП,j} \right\} \right] \right) \cos \gamma . \\
 & - {}^0\ddot{X}_{01} \left[m_T L_2 + m_{II} (L_4 + L_6) + \sum_{i=1}^n m_{6i} (L_4 + L_{8i}) \right] + \\
 & + {}^0\ddot{Z}_{01} \left[m_T L_1 + m_{II} (L_3 + L_5) + \sum_{i=1}^n m_{6i} (L_3 + L_{7i}) \right] + \\
 & + {}^0\ddot{\varphi}_{01} \left[m_T (O_1 C_T)^2 + J_{CT} + m_{II} \left[(L_4 + L_6)^2 + (L_3 + L_5)^2 \right] + J_{CII} + \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^n \left\{ m_{6i} \left[(L_4 + L_{8i})^2 + (L_3 + L_{7i})^2 \right] + J_{6i} \right\} \right] + \\
 & + {}^1\ddot{\varphi}_{02} \left[m_{II} \left[(L_4 + L_6) L_6 + (L_3 + L_5) L_5 \right] + J_{CII} + \right. \\
 & \left. + \sum_{i=1}^m \left\{ m_{6i} \left[(L_4 + L_{8i}) L_{8i} + (L_3 + L_{7i}) L_{7i} \right] + J_{6i} \right\} \right] + \\
 & + \sum_{i=1}^n {}^2\ddot{Z}_{Ci} m_{6i} \left[\sin \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) (L_4 + L_{8i}) + \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) (L_3 + L_{7i}) \right] + \\
 & + f_3(q_k, \dot{q}_k, k=1, \dots, 4+n) = \\
 & = -G_T \left[{}^1X_{CT} \cos {}^0\varphi_{01} - {}^1Z_{CT} \sin {}^0\varphi_{01} \right] - \\
 & - G_{II} \left[{}^1X_D \cos {}^0\varphi_{01} - {}^1Z_D \sin {}^0\varphi_{01} - O_2 D \cdot \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) + \right. \\
 & \left. + {}^2X_{CII} \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) - {}^2Z_{CII} \sin \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) \right] - \\
 & - \sum_{i=1}^n G_{6i} \cdot \left[{}^1X_D \cos {}^0\varphi_{01} - {}^1Z_D \sin {}^0\varphi_{01} - O_2 D \cdot \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) + \right. \\
 & \left. + {}^2X_{Ci} \cos \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) - {}^2Z_{Ci} \sin \left({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} \right) \right] +
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{j=1}^m F^{мяз}_{KT,j} \cdot \left[{}^1X_{OPT,j} \sin({}^0\varphi_{01} - \gamma) - {}^1Z_{OPT,j} \cos({}^0\varphi_{01} - \gamma) \right] + \\
 & + \sum_{j=1}^{m_1} \left\{ (R_{OPT,j} + F^{мep}_{OPT,j}) \cdot \left[{}^1X_{OPT,j} \cos({}^0\varphi_{01} - \gamma) - {}^1Z_{OPT,j} \sin({}^0\varphi_{01} - \gamma) \right] - \right. \\
 & \quad \left. - \text{sign}({}^0\dot{X}_{01}) \cdot F^{OP}_{KT,j} \cdot \left[{}^1X_{OPT,j} \sin({}^0\varphi_{01} - \gamma) - {}^1Z_{OPT,j} \cos({}^0\varphi_{01} - \gamma) \right] \right\} + \\
 & + \sum_{j=1}^{m_2} \left\{ (R_{OПП,j} + F^{мep}_{OПП,j}) \cdot \left[{}^1X_{OПП,j} \cos({}^0\varphi_{01} - \gamma) - {}^1Z_{OПП,j} \sin({}^0\varphi_{01} - \gamma) \right] - \right. \\
 & \quad \left. - \text{sign}({}^0\dot{X}_{01}) \cdot F^{OP}_{KПП,j} \cdot \left[{}^1X_{OПП,j} \sin({}^0\varphi_{01} - \gamma) - {}^1Z_{OПП,j} \cos({}^0\varphi_{01} - \gamma) \right] \right\} \cdot \\
 & \quad {}^0\ddot{X}_{01} \left(m_{II} L_6 + \sum_{i=1}^n m_{6i} L_{8i} \right) + {}^0\ddot{Z}_{01} \left(m_{II} L_5 + \sum_{i=1}^n m_{6i} L_{7i} \right) + \\
 & \quad + {}^0\ddot{\varphi}_{01} \left[m_{II} \left[(L_4 + L_6) L_6 + (L_3 + L_5) L_5 \right] + J_{CII} + \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{i=1}^n \left\{ m_{6i} \left[m_{II} \left[(L_4 + L_{8i}) L_{8i} + (L_3 + L_{7i}) L_{7i} \right] + J_{6i} \right] \right\} \right] + \\
 & \quad + {}^1\ddot{\varphi}_{02} \left[m_{II} \left[(L_5)^2 + (L_6)^2 \right] + J_{CII} + \sum_{i=1}^n \left\{ m_{6i} \left[(L_{8i})^2 + (L_{7i})^2 \right] + J_{6i} \right\} \right] + \\
 & \quad + \sum_{i=1}^n {}^2\ddot{Z}_{Ci} m_{6i} \left[L_{8i} \sin({}^0\dot{\varphi}_{01} + {}^1\dot{\varphi}_{02}) + L_{7i} \cos({}^0\dot{\varphi}_{01} + {}^1\dot{\varphi}_{02}) \right] + \\
 & \quad + f_4(q_k, \dot{q}_k, k = 1, \dots, 4 + n) = \tag{5} \\
 & = - G_{II} \cdot \left[{}^2X_{CII} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) - {}^2Z_{CII} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) \right] - \\
 & \quad - \sum_{i=1}^n G_{6i} \cdot \left[{}^2X_{Ci} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) - {}^2Z_{Ci} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) \right] + \\
 & \quad + \sum_{j=1}^{m_2} \left\{ (R_{OПП,j} + F^{мep}_{OПП,j}) \cdot \left[{}^2X_{OПП,j} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} - \gamma) - \right. \right. \\
 & \quad \left. - {}^2Z_{OПП,j} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} - \gamma) \right] - \text{sign}({}^0\dot{X}_{01}) \cdot F^{OP}_{KПП,j} \cdot \left[{}^2X_{OПП,j} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} - \gamma) - \right. \\
 & \quad \left. - {}^2Z_{OПП,j} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02} - \gamma) \right] \left. \right\} \cdot \\
 & \quad - {}^0\ddot{X}_{01} m_{6i} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) + {}^0\ddot{Z}_{01} m_{6i} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) + \\
 & \quad + {}^0\ddot{\varphi}_{01} m_{6i} \left[(L_4 + L_{8i}) \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) + (L_3 + L_{7i}) \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) \right] + \\
 & \quad + {}^1\ddot{\varphi}_{02} m_{6i} \left[L_{8i} \sin({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) + L_{7i} \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) \right] + {}^2\ddot{Z}_{Ci} m_{6i} + \tag{6} \\
 & \quad + f_{4+i}(q_k, \dot{q}_k, k = 1, \dots, 4 + i) = \\
 & = -G_{6i} \cdot \cos({}^0\varphi_{01} + {}^1\varphi_{02}) + C^{нрyж}_{6i} \cdot (l^e_{6i} - {}^2Z_{Ci}) - \alpha^{\partial ем}_{6i} \cdot {}^2Z_{Ci}, \quad i = 1, \dots, n. \\
 & \quad J_{kj} \cdot \ddot{\varphi}_{kj} = \\
 & M_{\varphi_j} - C^{\tau}_{KT,j} \cdot \left[\left(\varphi_j - \varphi^{noch}_j \right) - \frac{\sqrt{\left({}^0X_{OPT,j} - {}^0X^{noch}_{OPT,j} \right)^2 + \left({}^0Z_{OPT,j} - {}^0Z^{noch}_{OPT,j} \right)^2}}{R_{KT,j}} \right],
 \end{aligned}$$

$$j = 1, \dots, m; \quad (7)$$

де

$$M_{\phi j} = \begin{cases} M_{\phi j} - \text{при передачі моменту від двигуна;} \\ M_{\phi j} - \text{при включеному гальмі;} \quad j = 1, \dots, m; \\ 0 - \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Отримана система ((2)-(7)) $4 + n + m$ диференціальних рівнянь – це математична модель динаміки руху шарнірно зчленованого дволанкового колісного транспортного засобу з пружно закріпленими вантажами, що складається з тягача та напівпричепа. Тягач має m_1 мостів, з яких m повідних. Напівпричеп має m_2 мостів, він завантажений n вантажами, які закріплені до нього пружньо з демпфувальними елементами. У математичну модель додатково до $4 + n + m$ узагальнених координат входять відомі параметри та задані функції:

- 1) геометричні характеристики транспортного засобу: положення центрів мас тягача (${}^1X_{CT}, {}^1Z_{CT}$), напівпричепа (${}^2X_{СП}, {}^2Z_{СП}$), вантажів (${}^2X_{ci}$); розташування опор шасі тягача (${}^1X_{ОПТ.j}, {}^1Z_{ОПТ.j}, j = 1, \dots, m_1$) та рами напівпричепа (${}^2X_{ОП.П.j}, {}^2Z_{ОП.П.j}$); координати центра шарніра, що з'єднує напівпричеп з тягачем (${}^1X_D, {}^1Z_D$), розміри у вільному стані пружних опор тягача та напівпричепа ($l^6_{ОПТ.j}, l^6_{РТ.j}, j = 1, \dots, m_1, l^6_{ОП.П.j}, l^6_{РП.j}, j = 1, \dots, m_2$);
- 2) інерційні характеристики транспортного засобу: тягача (m_T, J_{CT}), напівпричепа ($m_{П}, J_{СП}$), вантажів ($m_{ei}, J_{ei}, i = 1, \dots, m$), повідних коліс разом з частиною трансмісії ($J_{kj}, j = 1, \dots, m$);
- 3) пружні та демпфувальні властивості опор транспортного засобу: тягача ($C_{РТ.j}, C^r_{КТ.j}, C^r_{КТ.j}, \alpha_{ОПТ.j}, j = 1, \dots, m_1$) та напівпричепа ($C_{РП.j}, C^r_{КП.j}, C^r_{КП.j}, \alpha_{ОП.П.j}, j = 1, \dots, m_2$);
- 4) механічні характеристики приводу двигуна та гальм транспортного засобу – тягача ($M_{\phi j} = M_{\phi j}(\dot{\phi}_{kj}), j = 1, \dots, m$), гальм коліс тягача ($M_{\phi j} = M_{\phi j}(t), j = 1, \dots, m_1$) та напівпричепа ($M_{\phi j} = M_{\phi j}(t), j = 1, \dots, m_2$);
- 5) геометричні (l^6_{ei}), пружні ($C^{пруж}_{ei}$) та демпфувальні ($\alpha^{дем}_{ei}$) параметри кріплення вантажів до рами напівпричепа транспортного засобу;
- 6) геометричні характеристики дороги (${}^0Z_d = {}^0Z_d({}^0X_d), \gamma$) та якість її покриття (f_d).

Перелічені відомі параметри та задані функції дають змогу стверджувати, що побудована математична модель дає змогу досліджувати широке коло задач динаміки розгону, прямолінійного рівномірного руху та гальмування шарнірно зчленованого дволанкового транспортного засобу з пружньо закріпленими вантажами на дорогах різноманітного профілю та якості їх покриття, для чого: відповідним чином вибирають початкові значення узагальнених координат та їх перших похідних за часом – початкові умови стану механічної системи; задають значення параметрів; вибирають види функцій.

Висновки. Математична модель – система рівнянь (2)-(7) враховує особливості компонування транспортного засобу (центр шарніру, що зчленовує дві ланки КТМ, центри ваги тягача, напівпричепа та i -го вантажу, кіль-

кість вантажів, що транспортує шарнірно-зчленована КТМ, їх сили ваги відповідно, приведений до осі повідного колеса тягача крутний момент від двигуна КТМ.), пружне закріплення транспортіваних вантажів, умови експлуатації (характеристики дороги) та руху (крутний момент двигуна та гальмівні моменти). Побудована математична модель дає змогу досліджувати широке коло задач динаміки розгону, прямолінійного рівномірного руху та гальмування шарнірно зчленованого дволанкового транспортного засобу з пружньюзакріпленими вантажами на дорогах різноманітного профілю та якості їх покриття.

Література

1. Schiehlen Werner O. Modeling of complex vehicle systems / O. Schiehlen Werner // Vehicle System Dynamics. – 1983. – 12. – № 1-3. – P. 12-14.
2. Герасимов И.М. Повышение плавности хода автомобилей путем использования подвески с релаксационным амортизатором : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук / С.-Петербург. гос. политехн. ун-т. – СПб., 2002. – 16 с.
3. Ахмедов А.А. Улучшение управляемости и устойчивости автомобиля при движении по неровной дороге методами многокритериальной параметрической оптимизации : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук. – М. : Изд-во "Сельхозиздат", 2004. – 24 с.
4. Основы теории колебаний автомобиля при торможении и ее приложения: (Монография) / А.А. Енаев, Н.Н. Яценко. – М. : Изд-во "Машиностроение", 2002. – 340 с.
5. Борис М.М. Обґрунтування параметрів трельовально-транспортного засобу для підвищення його експлуатаційних властивостей : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук. – Львів : Вид-во НЛТУ України, 2007. – 20 с.
6. Терехов А.С. Оценка плавности хода автомобиля с учетом многообразия условий эксплуатации: техническая информация / А.С. Терехов, Т.Н. Шпитко // Вестник машиностроения. Научно-технический и производственный журнал. – 2007. – № 8. – С. 85-86.
7. Ландау Л.Д. Теоретическая физика : учебн. пособ. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Изд-во "Наука", 1988. – Т. 1. : Механика. – 216 с.
8. Павловський М.А. Теоретична механіка : підручник / М.А. Павловський. – К. : Вид-во "Техніка", 2002. – 512 с.
9. Dimaitis M. Modelling of the vehicle motion uniformity / M. Dimaitis, V. Jurenas // Transportas. – XVI t. – № 3. – 2001. – P. 100-104.
10. Парко С.А. Оптимизация колебательных параметров ходовой системы уборочного комбайна / С.А. Парко // Вестник ДГТУ. – 2008. – Т. 8. – № 2 (37). – С. 141-144.
11. Основы теории колебаний автомобиля при торможении и ее приложения: (Монография) / А.А. Енаев, Н.Н. Яценко. – М. : Изд-во "Машиностроение", 2002. – 340 с.
12. Шматко Д.З. Дослідження поперечних коливань несучої системи технологічного портального автомобіля / Д.З. Шматко // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки : зб. наук. пр. – Дніпропетровськ : Изд-во "Сист. тех.". – 2002. – Вип. 2 (19). – С. 82. – 86.

Кузьо И.В., Житенко О.В., Зинько Р.В., Лозовый И.С. Математическая модель динамики движения шарнирно сочлененного двузвеньевого автовоза

Предложена математическая модель динамики движения шарнирно сочлененного двузвеньевого автовоза. Модель учитывает особенности компоновки транспортного средства, упругое закрепление транспортированных грузов, условия эксплуатации и движения.

Ключевые слова: математическая модель, динамика движения, автовоз.

Kuzjo I.V., Zytlenko O.V., Zinko R.V., Lozovyy I.S. Mathematical model of the motion dynamics of joint arthrous two sections autocart

The mathematical model of the motion dynamics of joint arthrous two sections autocart is offered. A model takes into account the features of arrangement of transport vehicle, resilient fixing of the transported loads, condition of exploitation and motion.

Keywords: mathematical model, dynamics of motion, autocart.