

5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 004.94:674.047

*Проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук;
асист. О.В. Мокрицька – НЛТУ України, м. Львів*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ В'ЯЗКОПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ

У рамках механіки гетерогенних середовищ синтезовано математичну модель напружено-деформівного стану деревини як трифазної системи, що складається з твердої (деревної речовини), рідкої і пароповітряної фаз. Визначальні співвідношення дають змогу описувати пружні, в'язкопружні, залишкові деформації, а також деформації, зумовлені механізмом механіко-сорбційної повзучості.

Актуальність проблеми. Математичне моделювання реологічної поведінки колоїдних капілярно-пористих матеріалів має базуватися на врахуванні особливостей їх анатомічної та структурної будов. Представником капілярно-пористих матеріалів є деревина з "непостійною" полікапілярною структурою клітинних стінок, які характеризуються значною питомою поверхнею. Відомо, що навіть незначна зміна вологості для значень, що є меншими від границі гігроскопічності, істотно впливає на механічну поведінку деревини. Зміна температурно-вологісних умов та напружено-деформівного стану зумовлює перетворення складної капілярно-пористої структури деревинних клітин, пов'язаних з особливостями руху води у системі капілярів і порожнин (пор). Порожнини кліток є макрокапілярами, а капіляри кліткових оболонок – мікрокапілярами. Сам матеріал стінок деревної клітини є також складним полімерним комплексом. Зволоження деревини зумовлює збільшення розмірів капілярів. Їх максимальна величина спостерігалася для значення вологості, що є близьким до границі насичення клітинних стінок. У процесі десорбції "непостійні" капіляри у клітинних стінках не тільки спорожнюються, але й постійно звужуються до майже їх повного зникнення (в абсолютно сухому стані). Шляхи переміщення гігроскопічної води можуть проходити по суцільних мікрокапілярах у клітинній стінці у вигляді рідини і пари, а також у мікрокапілярах через порожнини кліток мембрани окаймлених пор у вигляді пари та у макрокапілярах в порожнинах кліток і мікрокапілярах у клітинних оболонках.

Тому актуальна побудова математичної моделі реологічної поведінки деревини залежно від зміни температури і вологості у рамках механіки гетерофазних систем [12, 15] з врахуванням особливостей капілярно-пористої будови та багатозначності. Такий же підхід використано у [10] для моделювання процесу пресування деревини.

Побудова математичної моделі. В основу синтезу моделі покладемо припущення, що деревина є трифазною системою, що складається з деревного скелету (деревної речовини), сорбірованої рідини, яка частково заповнює капіляри і пори, що знаходиться у порожнинах. Кожна з фаз займає відповідну

частину загального (геометричного) об'єму капілярно-пористого тіла, через які за наявності відповідних термодинамічних сил (градієнтів перенесення) здійснюються процеси тепломасоперенесення. Внаслідок складної капілярної структури деревини, яка характеризується різною величиною і неоднаковою геометричною формою елементів, визначити дійсні геометричні розміри капілярів є практично неможливо. Тому капілярні моделі наділяються певними геометричними властивостями, які відіграють значну роль у процесі моделювання нерегулярної пористої структури. Перехід від опису явищ в окремій фазі до континуальних рівнянь капілярно-пористого матеріалу може бути отриманий на основі об'ємного усереднення мікрорівнів для макроскопічних параметрів кожної фази [12, 9]. Тому надалі приймаються такі припущення.

Вільна волога розподіляється у системі макрокапілярів, і зв'язана у системі мікрокапілярів. Система макрокапілярів деревини моделюється різними анатомічними елементами для хвойних і листяних порід. Зокрема, за даними досліджень [1, 4], максимальні ефективні діаметри отворів у мембранах пор ялини становлять від 0,000063 до 0,000174 мм, тобто від 63 нм до 174 нм, а для червоного кедра – від 11 нм до 23 нм. Отвори з такими величинами є достатні для переміщення високодисперсних колоїдних розчинів.

Вміст анатомічних елементів у деревині деяких хвойних і листяних порід істотно залежить від будови пізньої і ранньої зон деревини, напрямів анізотропії [8, 20]. Зокрема, для сосни наявність трахеїдів у пізніх і ранніх зонах деревини відповідно становить 20-30 % і 55-65 %, серцевинних променів – 12 %, вертикальних хорд – 4 %, а пористість становить 68,6 %. Вміст анатомічних елементів для деяких листяних порід наведено у табл.

Табл. Вміст анатомічних елементів для деяких листяних порід

Порода	Сосуди, %	Деревні волокна			Дереви-на пере-хідна, %	Серце-винні промені, %	Порис-тість, %
		Сосудні трахеїди, %	Волоконні трахеїди, %	Волокниста гідрофобність, %			
Береза	20-30	12	7	39	2	10-20	59,5
Дуб	25	5	28	15	2	25	57,2

Система "непостійних" мікрокапілярів описується сукупністю паралельних капілярів різних радіусів у клітинних стінках деревини. Функція розподілу капілярів за радіусами корелювалася з вимірюваними різними методами функціями розподілу пор за ефективними радіусами [1, 3]. Еквівалентний радіус визначається з умови відповідності моделі до конкретних фізичних експериментів. На рисунку показано залежність ефективного радіуса r_e від вологості у гігроскопічній області, отриману за результатами аналізу та апроксимації таких даних.

Після прийнятих припущень щодо капілярно-пористої структури перейдемо до моделювання механізму деформування деревини.

Запишемо повний тензор напружень для гетерогенного середовища σ^{kl} у вигляді суми осереднених напружень у фазах

$$\sigma^{kl} = \alpha_T \langle \sigma_T^{kl} \rangle_T + \alpha_P \langle \sigma_P^{kl} \rangle_P + \alpha_{II} \langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II}, \quad (1)$$

де: $\langle \sigma_T^{kl} \rangle_T = \frac{1}{dV} \int_{dV_T} \sigma_T^{kl} d'V$, $\langle \sigma_p^{kl} \rangle_p = \frac{1}{dV} \int_{dV_p} \sigma_p^{kl} d'V$, $\langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II} = \frac{1}{dV} \int_{dV_{II}} \sigma_{II}^{kl} d'V$,

$c_T = dV_T/dV$; $c_p = dV_p/dV$; $c_{II} = dV_{II}/dV$ – об'ємні концентрації твердої (т), рідкої (р) і парогазової (п) фаз; V_T , V_p , V_{II} – відповідні їх об'єми; штрихом (') позначені усереднені параметри у границях мікрооб'єму $d'V \ll V_l^3$; верхні індекси, зокрема k і l позначають компоненти тензора напружень.

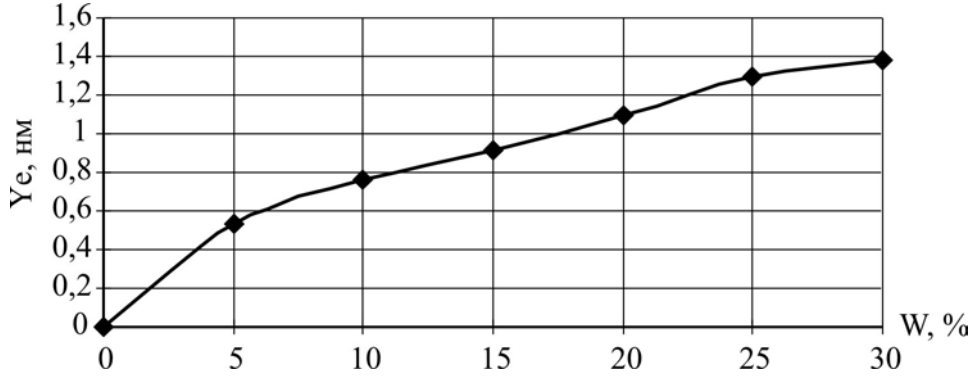


Рис. Залежність ефективного радіуса розподілу пор у деревині від вологості

Для випадку малих деформацій елементарного мікрооб'єму можна записати співвідношення Коші щодо деформацій для деревної речовини (твердої фази)

$$2\varepsilon_T^{ij} = \frac{\partial \langle h_T^i \rangle_T}{\partial x^i} + \frac{\partial \langle h_T^j \rangle_T}{\partial x^j}; \quad i, j = 1, 2; \quad (2)$$

де $\langle h_T^i \rangle_T$ – усереднені зміщення деревної речовини.

Приймаємо сталою величиною густину деревної речовини. Тоді можна записати, що

$$\varepsilon_T^{ik} - \varepsilon_{T0}^{ik} = 1 - \frac{\alpha_T}{\alpha_{T0}}; \quad k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

де ε_{T0}^{ik} , α_{T0} – компоненти деформації та об'ємна концентрація у початковий момент часу.

Для моделювання прийемо, що деформації твердої фази ε_T^{ij} складаються з деформацій деревної речовини $\langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T$ і фіктивних деформацій ε_Φ^{ij} , які зумовлюють перебудову капілярно-пористої системи. Згідно з [12, 10], можна записати

$$\varepsilon_T^{ij} = \langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T - \frac{1}{2} \left[\langle h_T^i \rangle_T \frac{\nabla^i \alpha_T}{\alpha_T} + \langle h_T^j \rangle_T \frac{\nabla^j \alpha_T}{\alpha_T} \right] - \frac{S_{PT}}{2\alpha_T} (h_T^j n_T^j + h_T^i n_T^i)_{PT} + \frac{S_{IT}}{2\alpha_T} (h_T^j n_T^j + h_T^i n_T^i)_{IT}, \quad (4)$$

де: $S_{PT} = dS_{PT}/dV$, $S_{IT} = dS_{IT}/dV$; n_3 – зовнішня відносно твердої фази нормаль до міжфазної поверхні; dS_{PT} , dS_{IT} , S_{PT} , S_{IT} – площі поверхонь та питомі поверхні розділу фаз.

Для побудови тензора фіктивних напружень, що відповідає тензору фіктивних деформацій ε_Φ^{ij} , скористаємось прийнятими фізичними допущен-

нями щодо структурної будови деревини. Базуючись на даних табл. 1, можна розглядати деревину як середовище з подвійною пористістю. Тверда фаза з системою непостійних капілярів становить матрицю матеріалу. До системи мікропор, наприклад листяних порід, можна віднести зокрема сосуди, волокна лібриформи, серцевинні промені. Для хвойних порід вкладене пористе середовище моделюється мікрокапілярами у клітинних стінках.

Надалі скористаємось методами дослідження таких систем [12, 15, 10, 5, 13]. Зокрема повні усереднені напруження σ^{ij} представимо у вигляді

$$\sigma^{ij} = (1 - c_{MK}) \langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} + c_{MK} \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}, \quad (5)$$

де: $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}$, $\langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}$ – усереднені компоненти напружень у клітинних стінках і макропорах, c_{MK} – об'ємний вміст пор у деревині.

Величини $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}$ запишемо аналогічно

$$\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} = (1 - c_K) \langle \sigma_T^{ij} \rangle_T + c_K \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K, \quad (6)$$

де: $\langle \sigma_K^{ij} \rangle_K$ – усереднені напруження у капілярах клітинних стінок; c_K – об'ємний вміст пор у клітинних стінках.

Для визначення питомих вкладів тепломасоперенесення у кожній фазі вважатимемо, що загальна геометрична поверхня (поперечний перетин) вологої деревини дорівнює сумі поверхонь (поперечних перетинів) твердої, рідкої і пароповітряної фаз. Причому поверхня твердої фази є величина стала, а поверхні рідкої і пароповітряної фаз змінюються залежно вологовмісту деревини. Зокрема поверхня рідкої фази зі збільшенням вологовмісту зростає, а поверхня пароповітряної фази відповідно зменшується.

Позначимо об'ємний вміст рідкої і пароповітряної фаз у макропорах через α_{MK}^P і α_{MK}^H і капілярах – α_K^P і α_K^H . Тоді

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK} &= \alpha_{MK}^P \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P + \alpha_{MK}^H \langle \sigma_H^{ij} \rangle_H; \\ \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K &= \alpha_K^P \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K + \alpha_K^H \langle \sigma_H^{ij} \rangle_H; \\ \alpha_{MK}^P + \alpha_{MK}^H &= 1; \alpha_K^P + \alpha_K^H = 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Приймаємо, що субстанція у пароповітряній фазі є ідеальним газом, а в'язкість рідкої фази враховується тільки у міжфазних взаємодіях. Це дає змогу врахувати лише об'ємну частину тензора напружень, тобто

$$\langle \sigma_P^{ij} \rangle_P = -p_P \delta^{ij}; \langle \sigma_H^{ij} \rangle_H = -p_H \delta^{ij}, \quad (8)$$

де: p_P , p_H – величини тиску у рідкій і пароповітряній фазах; δ^{ij} – одиничний тензор.

Оскільки на поверхні контакту рідкої і пароповітряної фаз виникає різниця тисків, зумовлена силою поверхневого натягу, то величина p_P може бути представлена у вигляді суми

$$p_P = p_H + p_{KT}, \quad (9)$$

де p_{KT} – величина капілярного тиску, що залежить від вологості деревини.

Зазвичай для знаходження p_{KT} може використовуватись формула Авер'янова [16]. Згідно з [7, 14], величина p_{KT} може бути також визначена, як середній капілярний тиск рідини у порах капілярно-пористого тіла. Капілярний тиск для циліндричних капілярів радіуса r обчислюється за формулою Лапласа $p_{KT} = 2\sigma(T)/r$, $\sigma = 0,07564(1 - 0,02T)$. Тоді об'єм рідкої фази у капілярах визначається залежністю $dV(r) = \theta(r)\chi(r)\pi r^2 f_V(r) dr$, де $\chi(r)$ – середня довжина капілярів, $\theta(r)$ – доля об'єму капілярів, заповнених рідкою фазою, $f_V(r)$ – диференціальна функція заповнення пор за об'ємом. Середнє значення капілярного тиску визначається за формулою

$$p_{KT} = 2\sigma(T) \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \theta(r)\chi(r)r f_V(r) dr / \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \theta(r)\chi(r)r^2 f_V(r) dr \approx \frac{2\sigma(T)}{r^*}, \quad (10)$$

де $r_{\min}$, $r_{\max}$ – мінімальні і максимальні радіуси капілярних пор, r^* – параметр дисперсності розмірів пор ($r_{\min} \leq r^* \leq r_{\max}$). Величина r^* визначається на основі експериментальних даних функції розподілів об'ємів пор за розмірами [1, 21].

Залежно від розмірів капілярів, перенесення у рідкій фазі може здійснюватися не тільки дифузійним потоком пари, але й потоком, що переноситься так званим плівковим механізмом під дією градієнта розклинювального тиску. Згідно з [1, 11], плівковий механізм необхідно враховувати у випадку $r < 50$ мм і величини відносного тиску пари, що є більшою за 0,96. Товщина полімолекулярної плівки h у капілярі над меніском зменшується за залежністю, що може бути визначена за величинами розклинювального тиску, температури і вологовмісту матеріалу. Для оцінки вкладу плівкового механізму може бути використано, зокрема, рівняння Дерягіна-Нерпіна

$$-\eta \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} = \frac{\partial P_{PCK}}{\partial y} - \frac{\partial P_{KT}}{\partial \xi} - \rho g \sin \beta,$$

де: ρ , η – густина і в'язкість рідини, P_{PCK} – величина розклинювального тиску, v_y – швидкість руху рідини по осі y , g – прискорення сили тяжіння, β – кут нахилу осі y до горизонту.

Для перенесення вологи у газовій фазі у порах, вільних від рідкої фази необхідно враховувати, що залежно від розмірів пор змінюються фізичні закономірності переміщення маси у капілярах. Зокрема, наявність у газовій фазі градієнта парціального тиску зумовлює кнудсенівський механізм (дифузію пари). У порах, радіус яких r перевищує довжину вільного пробігу молекул, тепломасоперенесення у паровій фазі описується дифузією і теплопровідністю.

Згідно з [12, 6], запишемо тензор фіктивних напружень капілярно-пористого середовища з врахуванням макропор у вигляді

$$\sigma_{MK\Phi}^{ij} = (1 - c_{MK}) (\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} - \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}). \quad (11)$$

Аналогічно (11), запишемо фіктивний тензор напружень σ_{Φ}^{ij} , що відповідає фіктивному тензору деформацій у (4) (другий, третій і четвертий доданки) і характеризує зміщення твердої фази

$$\sigma_{\Phi}^{ij} = (1 - c_K) \left(\langle \sigma_T^{ij} \rangle_T - \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K \right). \quad (12)$$

Враховуючи (5)–(7), з (12) можна отримати співвідношення для визначення фіктивного тензора напружень

$$\sigma_{\Phi}^{ij} = \frac{1}{1 - c_{MK}} \left\{ \sigma^{ij} - (c_{MK} \alpha_{MK}^P + \alpha_K^P (1 - c_{MK})) \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P - (c_{MK} \alpha_{MK}^H + \alpha_K^H (1 - c_{MK})) \langle \sigma_H^{ij} \rangle_H \right\}. \quad (13)$$

Розглянемо часткові випадки співвідношення (13). Для випадку наявності парової фази у макропорах ($\alpha_{MK}^P \rightarrow 0$, $\alpha_K^P \rightarrow 0$) маємо $(1 - c_{MK}) \sigma_{\Phi}^{ij} = \sigma^{ij} - c_{MK} \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P - \langle \sigma_H^{ij} \rangle_H$. Якщо капіляри заповнені лише рідкою фазою ($\alpha_{MK}^H \rightarrow 0$, $\alpha_K^H \rightarrow 0$), з (13) отримаємо $\sigma_{\Phi}^{ij} = \sigma^{ij} - \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P$.

Деревина й деревні матеріали належать до класу фізично-нелінійних, неоднорідних й анізотропних полімерів, які складаються з високомолекулярних сполук і характеризуються високою гідрофільністю та значною мінливістю фізико-механічних властивостей.

Найважливіше місце у складі деревини з точки зору надмолекулярного механізму деформування деревини займають целюлоза та лігнін. Вони являють собою полімери, молекули яких складаються із значного числа атомних ланок, з'єднаних хімічними зв'язками з ланцюгом різної довжини [3]. Якщо між атомами ланцюгів існують міцні хімічні зв'язки, то між ланцюгами міжмолекулярні зв'язки є слабшими. Саме цим пояснюється малорухомість молекул полімерів для звичайних температур. Тому на надмолекулярному рівні рух макромолекул (елементів) у деревині зумовлюється рухом однієї групи молекул відносно іншої. За таких обставин пружність деревини пов'язується з деформацією валентних кутів і зв'язків між атомами. Збільшення відхилення величин довжин зв'язків і валентних кутів від деяких фіксованих значень супроводжуються затратами додаткової енергії. Це своєю чергою зумовлює появлення зони текучості й можливого руйнування матеріалу. З молекулярної точки зору виникнення еластичної деформації зумовлюється зміною форми макромолекул, а саме випрямленням згорнутих гнучких ланок під впливом зовнішньої сили (згорнута форма гнучкої ланки молекул відповідає рівноважному стану). Можливість зміни форми макромолекул обґрунтовуються наявністю вільного обертання окремих груп відносно валентних зв'язків у ланках полімера за умови збереження довжин цих зв'язків і валентних кутів. Оскільки усі ланки ланцюга є хімічно зв'язані, то їх переміщення повертається до початкового стану. Мабуть, наявність гнучкості ланцюгових макромолекул, їх здатність до значних деформацій зумовлюють оберненість високоеластичних деформацій після розвантаження.

Виникнення руху всієї макромолекули всупереч міжмолекулярній взаємодії потребує наявності енергії, яка є більшою за енергію сумарної взаємодії. Але така взаємодія обумовлює руйнування самих молекул. Оскільки текучість може характеризувати початок руйнування деревини, то для деревини вона пов'язується з перегрупуванням окремих ланок ланцюга, зменшенням міжмолекулярної взаємодії ланцюгів і збільшенням їх рухомості і можливо, розривом поперечних зв'язків макромолекул. Отже, у деформованій деревині,

поряд з випрямлюванням ланцюгів та зміною їх форми, проходить також і відносна зміна ланцюгів та поступовий розрив міжмолекулярних зв'язків.

У процесі деформування специфічні властивості деревини зумовлюють зміну капілярно-парової структури матеріалу і полів масоперенесення. Для моделювання напружено-деформованого стану деревини у твердій фазі прийнято модель спадкових середовищ [17, 18], яка відображає пружні, в'язко-пружні та залишкові деформації. Окрім цих деформацій, експериментальні дослідження [2] свідчать про наявність у деревині деформацій механіко-сорбційної повзучості, пов'язаної залежністю процесу деформування не лише від зміни (градієнта) вологості, але й від швидкості зміни вологості. Відношення механіко-сорбційної деформації ε_{MC} до пружної є пропорційною величині $EU(\tau)$, де s визначається співвідношенням $s = \int_0^\tau m(U) \frac{\partial W}{\partial \tau} d\tau$.

Величина ε_{MC} є найбільшою у деревині гігроскопічної вологості і поступово спадає зі зменшенням такої вологості. З іншого боку, всихання поверхневих зон деревини зумовлює збільшення механіко-сорбційних деформацій всередині матеріалу. Тобто ε_{MC} визначається одночасно взаємодією механічного навантаження і швидкості зміни вологості. Окрім цього, величина ε_{MC} не є інваріантом для механічного навантаження, зокрема для розтягу і стискання у напрямках анізотропії. Такі висліди вказують на складність механізму механіко-сорбційної повзучості.

Отже, зв'язок між компонентами напружень $\sigma(\tau)$ і деформацій $\varepsilon(\tau)$ для моделювання реологічної поведінки у твердій фазі (деревному скелеті) в тензорній формі запишемо у вигляді

$$\langle \sigma_T^{ij}(\tau) \rangle_T = C \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^U(\tau) \rangle_T - m \left\langle \frac{\partial U_T}{\partial \tau} \right\rangle_T \right) - C \int_0^\tau R(t, \tau) \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^U(\tau) \rangle_T \right) dt, \quad (14)$$

де: C – тензор компонент пружності деревної речовини; ε_T^U – вектор деформацій, зумовлений всиханням деревини; $R(t, \tau)$ – тензор ядра релаксації, за допомогою яких визначається реологічна поведінка деревини; m – тензор механіко-сорбційних коефіцієнтів.

Аналогічно (14), зв'язок між тензорами фіктивних напружень твердої фази і фіктивних деформацій також описується рівнянням спадкових середовищ

$$\sigma_\Phi^{ij} = C_\Phi \left(\varepsilon_\Phi^{ij} + \int_0^\tau R_\Phi(t, \tau) \varepsilon_\Phi^{ij} d\tau \right), \quad (15)$$

де C_Φ , R_Φ – фіктивні тензори пружності та ядер релаксації твердої фази.

Таким чином, співвідношення (1-4, 14, 15) з врахуванням (11-13) описують деформаційно-релаксаційні процеси у деревині з врахуванням багатозфазної структури

$$\begin{aligned} \varepsilon^{ij}(\tau) = & (D_T + A_{MK}) \sigma^{ij} + (D_T \alpha_{II} + A_{MK} \gamma_1) p_{II} \delta^{ij} + (D_T \alpha_P + A_{MK} \gamma_2) p_P \delta^{ij} + \\ & + \int_0^\tau \left((D_T K(t, \tau) + A_{MK} K_\Phi(t, \tau)) \sigma^{ij} + (D_T K(t, \tau) \alpha_{II} + \right. \\ & \left. + A_{MK} K_\Phi(t, \tau) \gamma_1) p_{II} \delta^{ij} + (D_T K(t, \tau) \alpha_P + A_{MK} K_\Phi(t, \tau) \gamma_2) p_P \delta^{ij} \right) dt - m \frac{\partial U_T}{\partial \tau} - \beta \varepsilon_T^U \end{aligned} \quad (16)$$

Тут введено такі позначення: $D_T = \Pi / \alpha_T$; $A_{MK} = \Pi_\Phi / (1 - c_{MK})$; $\gamma_1 = c_{MK}(\alpha_{MK}^P - \alpha_K^P) + \alpha_K^P$; $\gamma_2 = c_{MK}(\alpha_{MK}^\Pi - \alpha_K^\Pi) + \alpha_K^\Pi$; Π – тензор миттєвих податливостей, який визначається з (14) за допомогою тензора C ; Π_Φ – фіктивний тензор піддатливості, що визначається з (15) за допомогою тензора пружності C_Φ ; $K(t, \tau)$ і $K_\Phi(t, \tau)$ – відповідно тензори повзучості для визначення реологічної поведінки деревної речовини, що визначаються тензорами релаксації $R(t, \tau)$, $R_\Phi(t, \tau)$ з (14) і (15) за відомими методиками залежно від конкретного виду ядер релаксації; β – коефіцієнти тензора всихання.

Функції реологічної поведінки деревини у (16) $K(t, \tau)$, $K_\Phi(t, \tau)$ вибираються у вигляді

$$K(t, \tau) = d_0 + \sum_{n=1}^N d_{ij} \exp\left(\frac{-\beta_{ij}(t - \tau)}{\tau_P}\right), \quad (17)$$

де коефіцієнти d_0 , d_{ij} , β_{ij} і τ_P – час релаксації визначається шляхом апроксимації експериментальних даних деформацій повзучості [20, 3, 19].

Математична модель визначення в'язко-пружного стану деревини як капілярно-пористого, багатофазного тіла охоплює рівняння рівноваги механіки гетерогенних середовищ [12, 15]. Зокрема, для двовимірного випадку маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial(c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial x} + Q_{1,2} &= 0; \\ \frac{\partial(c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial(c_T \langle \sigma_{TY} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial y} + Q_{2,2} &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

де $p_T = -\frac{1}{3} \langle \sigma_T \rangle_T$, $Q_{1,2}$, $Q_{2,2}$ – складові потоків масоперенесення у рідкій і газоподібній фазах деревини.

Таким чином, співвідношення (3, 4, 10, 14, 16-18) формулюють математичну модель дослідження в'язко-пружного деформування деревини як трифазної системи у рамках механіки гетерогенних систем.

Література

1. John F. Sian. Wood: influence of moisture on physical properties / F. John. – Virginia, 1995. – 227 p.
2. Raufa-Mannus A. An analysis of the state of stress of timber caused by moisture gradient / A. Raufa-Mannus, M. Korfenman // IUFRO Timber Engineering Meeting, 1988. – 113-116 p.
3. Rodic J. Mechanics of Wood and Composites / J. Rodic, A. Jayne // Van Nostrand Reinhold. – New-York, 1982. – 712 p.
4. Stamm A.S. Wood and cellulose science. Ronald / A.S. Stamm. – New-York, 1960. – 549 p.
5. Берендлат Г.И. Методы нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Берендлат, В.М. Рыжик. – М., 1972. – 236 с.
6. Буевич Ю.А. ИФИС / Ю.А. Буевич, 1983. – Т. 45, № 4. – С. 593-600.
7. Бурак Я. До математичного моделювання процесу сушіння пористих тіл / Я. Бурак, В. Кондрат, Б. Гайвась // Інформативно-математичне моделювання складних систем. – Львів: Вид-во "Спайн", 2002-153-159 с.
8. Вінтонів І. Деревинознавство / І. Вінтонів, І. Сопушинський, А. Тайшінгер. – Львів: Вид-во НЛТУ України. – 2005. – 236 с.

9. Гринчик Н.Н. Процессы переноса в пористых средах, электролитах и мембранах / Н.Н. Гринчик. – М. : Ин-т тепло- и массообмена АН Беларуси, 1991. – 251 с.
10. Дорняк О.Р. Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем лесного комплекса / О.Р. Дорняк // Межвузовский сборник научных трудов ВГЛТА. – Воронеж, 2001. – С. 132-139.
11. Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – М.-Л. : Изд-во "Энергия", 1968. – 472 с.
12. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматулин. – М. : Изд-во "Наука", 1978. – 336 с.
13. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса / Н.И. Никитенко. – К. : Вид-во "Наук. думка", 1983. – 352 с.
14. Никитенко Н.И. Математическое моделирование динамики процесса обезвоживания слоя диспергированного коллоидного капиллярно-пористого материала / Н.И. Никитенко, Ю.Ф. Снежкин, Н.Н. Сорокова // Промышленная техника, 2006. – Т. 28, № 3. – С. 28-37.
15. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред / В.Н. Николаевский. – М. : Изд-во "Недра", 1984. – 232 с.
16. Полубарина-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубарина-Кочина. – М., 1977. – 324 с.
17. Соколовський Я.І. Взаємозв'язок деформаційно-релаксацийних і тепломасообмінних процесів у капілярно-пористих тілах / Я.І. Соколовський // Доповіді НАН України. – Сер.: Практична механіка, 1998. – № 9. – С. 76-80 с.
18. Соколовський Я.І. Моделирование деформационно-релаксационных процессов в древесине во время сушки / Я.І. Соколовський, М.В. Дендюк, Б.П. Поберейко // Лесной журнал : Известия ВУЗ России, 2007. – № 1. – С. 75-83.
19. Соколовський Я.І. Методика та результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини / Я.І. Соколовський, Й.В. Андрашек // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук. -техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 1999. – Вип. 9.13. – С. 15-26.
20. Уголев Б.Н. Древесиноведение и лесное товароведение / Б.Н. Уголев. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 2002. – 260 с.
21. Чудинов Б.С. Вода в древесине / Б.С. Чудинов. – М. : Изд-во "Наука", 1984. – 270 с.

Соколовский Я.И., Мокрицкая О.В. Математическая модель вязкоупругого деформирования капиллярно-пористых материалов

В рамках механики гетерогенных сред синтезирована математическая модель напряжено-деформирующего состояния древесины как трехфазной системы, которая состоит из твердой (древесного вещества), жидкой и паровоздушной фаз. Определяющие соотношения дают возможность описывать упругие, вязкоупругие, остаточные деформации, а также деформации, предопределенные механизмом механико-сорбционной ползучести.

Sokolovskyy Ya.I., Mokrytska O.V. Mathematical model of viscous-elastic deformation of capillary-porous materials

Within the framework of mechanics of heterogeneous environments the mathematical model of the stress-strained state of wood is synthesized as a three-phase system which consists of hard (arboreal matter), liquid and steam-aerial phases. Qualificatory correlations allow to describe resilient, viscous-elastic, residual deformations, and also deformations, predefined by the mechanism of mechanics-sorption creep.

УДК 519.865.7: 681.5.023

Доц. О.І. Досяк, канд. екон. наук –
Львівський ДІНТУ ім. В'ячеслава Чорновола

МЕТОДИКА РОЗРОБЛЕННЯ МУЛЬТИВАРІАНТНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ (СППОР) У МЕНЕДЖМЕНТІ

Розглянуто методику розроблення мультिवаріантних моделей для систем підтримки прийняття оптимальних рішень (СППОР) в менеджменті. Мультिवаріантні