

13. Корбутяк Д.В. Телурид кадмію: домішково-дефектні стани та детекторні властивості / Д.В. Корбутяк, С.В. Мельничук, Є.В. Корбут, М.М. Борисик. – К. : Вид-во "Іван Федоров", 2000. – 198 с.

14. Jayaraman A. Temperature – induced Explosive First – Order Electronic Phase Transition in Cd-Doped SmS / A. Jayaraman, E. Bucher, P.D. Dernier, L.D. Longinotti // Phys. Review Letters. – 1973. – Vol. 31, № 11. – PP. 700-703.

15. Chris G. Band lineups and deformation potentials in the model-Solid theory / G. Chris, Van de Walle // Physical Review B. – 1989. – Vol. II, № 5. – PP. 1873-1883.

16. Судзуки Т. Динамика дислокаций и пластичность : пер. с англ. / Т. Судзуки, Х. Еси-нага, С. Такеути. – М. : Изд-во "Мир", 1989. – 294 с.

17. Комарь В.К. Монокристаллы группы A^2B^6 . Выращивание, свойства, применение / В.К. Комарь, В.М. Пузиков. – Харьков : Ин-т монокристаллов, 2002. – 241 с.

Баран М.М., Васькович И.М. Энергия дна зоны проводимости в кристалле с краевой дислокацией с самосогласованным учетом электрон-деформационного взаимодействия

Исследовано влияние самосогласованного электрон-деформационного потенциала при различных значениях концентрации электронов проводимости на значения краев разрешенных зон (края зоны проводимости $E_c(\rho, \theta)$) в окрестности краевой дислокации.

Ключевые слова: электрон-деформационный потенциал, концентрация электронов проводимости, зона проводимости, краевая дислокация.

Baran M.M., Vaskovich I.M. Energy of bottom of conductivity area in crystal with edge dislocation with self-consistent recognition of electron-deformational interaction

The influence of self-consistent electron-deformational potential with different values of concentration of conduction electrons on values of edges of settled areas (edge of conduction area $E_c(\rho, \theta)$) within edge dislocation is investigate.

Keywords: electron-deformational potential, concentration of conduction electrons, conduction area, edge dislocation.

УДК 330.45

Доц. Б.Ю. Кишакевич, канд. екон. наук –
Дрогобицький ДПУ ім. Івана Франка

**ОЦІНКА РІВНЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ КРЕДИТНОГО РИЗИКУ
ЗА ДОПОМОГОЮ ГОМОГЕННИХ МІР РИЗИКУ**

Проаналізовано традиційні підходи до обчислення рівня концентрації кредитного ризику портфеля та запропоновано методику оцінки диверсифікованості портфеля, яка враховує не лише обсяг кредитної заборгованості позичальника, але й його кредитоспроможність.

Ключові слова: концентрація кредитного портфеля, VaR, асимптотичні апроксимації Васічека, індекс Херфіндаля-Хіршмана, міри кредитного ризику, багатофакторні моделі.

Актуальність проблеми. На сьогодні відомо багато мір концентрації кредитного портфеля: коефіцієнт концентрації, крива Лоренца, коефіцієнт Джіні, індекс Херфіндаля-Хіршмана (Herfindahl-Hirschman Index, ННІ), багатофакторні моделі вимірювання ризику. Класичним методом визначення рівня концентрації кредитного портфеля є індекс Херфіндаля-Хіршмана. У випадку визначення концентрації окремого позичальника індекс Херфіндаля-Хіршмана (ННІ) матиме вигляд:

$$HHI = \sum_{n=1}^N v_n^2, \quad (1)$$

де v_n – відносна вага експозиції n -го позичальника. Добре диверсифіковані портфелі із великою кількістю малих підприємств мають ННІ близьким до нуля, тоді як сильно концентровані портфелі можуть мати значно більші ННІ. Індекс Херфіндала-Хіршмана, як і всі інші емпіричні методи вимірювання концентрації, має декілька істотних недоліків. По-перше, емпіричні методи не враховують залежностей між секторами і, по-друге, вони не дають жодної інформації щодо економічного капіталу, необхідного для покриття такого ризику. Стосовно другого зауваження, то він є наслідком не врахування рейтингу (кредитних якостей) позичальника. Адже два однакових кредити, які надані позичальникам із різними можливостями їх повернути, потрібно по-різному враховувати під час оцінювання рівня концентрації кредитного ризику портфеля. Врахування цих аспектів під час обчислення рівня концентрації кредитного портфеля є слабо дослідженою проблемою, що зумовлює потребу в додаткових дослідженнях цієї задачі.

Аналіз останніх наукових досліджень та публікацій. Питання визначення рівня концентрації кредитного ризику портфеля висвітлено в публікаціях К. Гур'єро, Дж. Лоурента, О. Скейлета [1], Д. Тахе [2], у яких розглянуто різні методи оцінювання диверсифікованості портфеля активів. У роботах А. Курта [3], К. Акербі, Д. Тахе [4], С. Еммер [5], К. Хуанга, К. Остерлі [6] та Б. Кишакевича [7] проаналізовано сучасні підходи до обчислення часток кожного позичальника у сукупному розмірі кредитного ризику портфеля. Проте задача врахування цих часток під час оцінювання рівня концентрації кредитного портфеля практично не розглядалась, що робить цю проблему досить актуальною, особливо в умовах жорсткої фінансової кризи, яка, на погляд багатьох спеціалістів, стала можливою саме через неналежний контроль регуляторів за якістю кредитних портфелів банків.

Мета дослідження – розроблення методик оцінювання рівня концентрації кредитного портфеля, які б враховували кредитоспроможність та інші кредитні якості позичальника.

Виклад основного матеріалу. У класичному індексі Херфіндала-Хіршмана v_n – частка заборгованості за n -м кредитом у загальному кредитному портфелі. Очевидно, що у такій інтерпретації цей індекс характеризує лише рівень концентрації портфеля і робити висновки щодо концентрації кредитного ризику можна лише поверхнево. Для того, щоб оцінити рівень концентрації кредитного ризику портфеля, більш коректним буде під v_n замість заборгованості за n -м кредитом взяти внесок кожного активу (кредиту) в загальну величину кредитного ризику портфеля.

Позначимо через L функцію втрат портфеля, яку може бути записано як сума втрат індивідуальних позицій (кредитів)

$$L = \sum_{n=1}^N w_n I_n, \quad (2)$$

де: v_n – експозиція n -го кредиту із врахуванням LGD, I_n – випадкова змінна, яка виконує функції індикатора дефолту за n -м кредитом: $I_n=1$ за дефолту, та

$I_n=0$ у протилежному випадку. Легко бачити, що $E[I_n] = p_n$, де p_n – ймовірність дефолту n -го позичальника.

Під час визначення рівня концентрації кредитного ризику вирішальну роль відіграють міри ризику, адже від їхнього вибору залежить наявність ефекту диверсифікації. Розглянемо гомогенні міри ризику ρ , тобто такі, які задовольняють таку нерівність (додатна гомогенність)

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X) \quad \lambda > 0. \quad (3)$$

До таких мір ризику можна віднести математичне сподівання, стандартне відхилення σ_L , Value-at-Risk (VaR), економічний капітал (EC (L)), Conditional Value-at-Risk (CVaR (L)), спектральні міри ризику та інші міри, які задовольняють аксіоми когерентності. Найбільш бажаною для нас є властивість адитивності таких мір

$$\rho(L) = \sum_{n=1}^N \rho(w_n I_n), \quad (4)$$

якою із усіх перелічених мір ризику володіє лише математичне сподівання, яке здебільшого набуло застосування у страхуванні. У випадку кредитного портфеля часткою кожної позики у сукупному ризику $E[L]$ буде $E[w_n I_n]$. На жаль, для більшості мір ризику, які активно використовуються у банківському ризик-менеджменті, безпосередньо отримати частки кожної позики не так просто, оскільки вони у загальному випадку не є адитивними. Проте, якщо припустити, що ρ є неперервно-диференційованою, скористаємось добре відомою теоремою Ейлера про додатно-гомогенні функції:

$$\rho(L) = \sum_{n=1}^N C_n, \quad (5)$$

де

$$C_n = w_n \frac{d\rho}{d\varepsilon}(L + \varepsilon I_n)|_{\varepsilon=0} = w_n \frac{\partial \rho(L)}{\partial w_n}(w). \quad (6)$$

Тут C_n можна інтерпретувати як внесок втрат за n -м кредитом у загальний ризик кредитного портфеля $\rho(L)$.

Розглянемо спочатку стандартне відхилення, або, як його деколи називають, непередбачувані втрати UL (unpredictable losses),

$$\sigma(L) = UL(L) = \sqrt{E[(L - E[L])^2]}. \quad (7)$$

Для загальновідомих мір ризику у літературі можна знайти готові формули для маргінальних внесків ризику. Для стандартного відхилення у [3, с. 5] пропонується така формула, яка використовується також в CreditRisk+:

$$C_n^\sigma = w_n \frac{\text{cov}(I_n, L)}{\sigma_L}. \quad (8)$$

Очевидно, що тоді

$$\sigma(L) = UL(L) = \sum_{n=1}^N w_n \frac{\text{cov}(I_n, L)}{\sigma_L}, \quad (9)$$

(тут $\sigma(L)$ – стандартне відхилення загальних втрат L портфеля).

Варто зазначити, що у загальному випадку Value-at-risk (VaR) не є диференційованою функцією від w_n . Проте декілька авторів (Гур'єро [1, с. 5] та Тахе [2, с. 19]) зауважили, що, якщо VaR диференційована, то її похідна дорівнює

$$\frac{\partial VaR_L}{\partial w_n} = E[I_n | L = VaR_\alpha(L)]. \quad (10)$$

Звідси можна отримати

$$C_n^{VaR} = w_n E[I_n | L = VaR_\alpha(L)]. \quad (11)$$

Акербі та Тахе у 2002 р. показали, що CVaR є лінійною комбінацією VaR та умовного математичного сподівання L за умови $L \geq VaR_\alpha(L)$ [4]. Використовуючи цей результат для CVaR, отримаємо таку формулу:

$$C_n^{CVaR} = w_n E[I_n | L \geq VaR_\alpha(L)]. \quad (12)$$

Очевидно, що відносною часткою n -го кредиту у загальному кредитному ризику портфеля буде

$$v_n = \frac{c_n}{\rho(L)} = \frac{C_n}{\sum_{n=1}^n C_n}. \quad (13)$$

Використання у ролі v_n замість заборгованості за n -м кредитом частки цього кредиту у загальному кредитному ризику портфеля, на наш погляд, є більш коректним, оскільки під час визначення рівня концентрації ризику більш інформативним є внесок кожної позики у сумарну величину кредитного ризику, ніж величина самої позики, навіть із коригуванням на LGD.

Якщо у ролі міри ризику взяти стандартне відхилення σ , тоді матимемо

$$v_n = \frac{c_n}{\rho(L)} = w_n \frac{\text{cov}(I_n, L)}{\sigma_L^2} = w_n \frac{\text{cov}(I_n, \sum_{i=1}^N w_i I_i)}{\sigma_L^2} =$$

$$w_n \frac{\sum_{i=1}^N w_i \text{cov}(I_n, I_i)}{\sigma_L^2} = w_n \sigma_n \frac{\sum_{i=1}^N w_i \sigma_i \rho_{in}}{\sigma_L^2}, \quad (14)$$

де: ρ_{ij} – кореляція i -го та j -го кредитів; σ_L^2 – волатильність кредитного портфеля (дисперсія збитковості), яку можна отримати із виразу

$$\sigma_L^2 = \sum_j w_j w_i \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}. \quad (15)$$

Тепер для визначення концентрації кредитного ризику найпростіше використати такі показники:

1. індекс Херфіндала-Хіршмана (HHI)

$$HHI = \sum_{j=1}^N v_j^2 = \sum_{j=1}^N \left[w_j \sigma_j \frac{\sum_{i=1}^N w_i \sigma_i \rho_{ij}}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_i \sigma_i w_j \sigma_j \rho_{ij}} \right]^2;$$

2. ентропії $D = -\sum_i v_i \log v_i = -\sum_i \left[\frac{w_i \sigma_i \sum_j w_j \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{k,j} w_k w_j \sigma_k \sigma_j \rho_{kj}} \log \frac{w_i \sigma_i \sum_j w_j \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{k,j} w_k w_j \sigma_k \sigma_j \rho_{kj}} \right];$

$$3. \Pi = \prod_i v_i = \prod_i \frac{w_i \sigma_i \sum_j w_j \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{k,j} w_k w_j \sigma_j \sigma_k \rho_{kj}} [7, \text{с. 170}];$$

$$4. I = \sum_i \sqrt{v_i} = \sum_i \sqrt{\frac{w_i \sigma_i \sum_j w_j \sigma_j \rho_{ij}}{\sum_{k,j} w_k w_j \sigma_j \sigma_k \rho_{kj}}} [7, \text{с. 174}].$$

Стосовно ентропії, то варто зазначити, що в разі від'ємного внеску деякого i -го активу таку методику не може бути застосовано, що цим самим обмежує коло задач, які можуть бути реалізовані за допомогою цієї методики.

Таким чином, обчислення рівня концентрації кредитного ризику портфеля звелось до визначення середньоквадратичного відхилення збитковості кожного кредиту σ_i та кореляції ρ_{ij} . Враховуючи, що $Var(L) = E[L^2] - E[L]^2$, можна отримати формулу для обчислення σ_i :

$$\sigma_i = \sqrt{(EAD_i \cdot LGD_i)^2 p_i - (EAD_i \cdot LGD_i \cdot p_i)^2} = \sqrt{w_i^2 p_i - w_i^2 \cdot p_i^2}, \quad (16)$$

оскільки $W_i = EAD_i \cdot LGD_i$, де EAD_i – експозиція i -го кредиту. Проте на портфельному рівні, як видно із наведених формул, обчислення непередбачуваних витрат (середньоквадратичного відхилення збитковості) не є таким простим процесом. Оскільки різні види бізнесу, а отже і позичальники, тісно пов'язані між собою, то внаслідок ми отримуємо на портфельному рівні надзвичайно складну структуру кореляцій. Проблеми із обчисленням кореляцій активів є чи не найскладнішою задачею сучасного ризик-менеджменту, над розв'язанням якої працюють уже багато десятиліть науковці. На жаль, на сьогодні не розроблено єдиного підходу до вирішення цієї проблеми і, що більше, багато спеціалістів чи не головну провину за безпрецедентну світову фінансову кризу покладають саме на помилкові підходи до обчислення кореляцій активів на портфельному рівні.

Альтернативним підходом щодо визначення часток кожного активу у сукупному ризику кредитного портфеля є застосування VaR та CVaR.

На сьогодні розроблено декілька методів обчислення C_n^{VaR} . Розглянемо спочатку застосування моделі Васічека для обчислення частки кожного кредиту у загальній величині VaR кредитного портфеля. Цю модель названо іменем Васічека після цілої низки його досліджень (1987, 1991, 2002). Згідно із цією моделлю, дефолт n -го позичальника трапиться тоді, коли дохідність n -го активу X_n впаде нижче деякої наперед визначеної межі c_n так, що $I_n = 1_{\{X_n < c_n\}}$.

Моделювання структури взаємозв'язків між позичальниками в межах кредитного портфеля спрощується введенням спільного для усіх активів фактора Y . X_n можна тоді представити як лінійну комбінацію систематичного Y та ідіосинкратичного Z_i факторів:

$$X_n = \sqrt{\rho_n} Y + \sqrt{1 - \rho_n^2} Z_n, \quad (17)$$

де Y та Z_n – незалежні змінні, які задовольняють стандартний нормальний розподіл. Якщо $\rho_n = \rho$, тоді параметр ρ називають спільною кореляцією акти-

вів. Еммер та Тахе у роботі [5, с. 4] показали, що для нескінченно великого портфеля

$$VaR_\alpha(L) = \sum_i w_i \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} \Phi^{-1}(\alpha)}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right) \quad (18)$$

і, відповідно,

$$C_i^{VaR_\alpha} = w_i \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} \Phi^{-1}(\alpha)}{\sqrt{1 - \rho_i}}\right). \quad (19)$$

Асимптотичні апроксимації Васічека (18) та (19) розраховані на портфелі, які складаються із нескінченної кількості малих позичальників. Для портфелів із декількома позичальниками або із значним домінуванням декількох позик ці формули мають тенденцію до недооцінки у повному обсязі кредитного ризику портфеля.

Альтернативою моделі Васічека для обчислення $C_i^{VaR_\alpha}$ може слугувати нормальна апроксимація, яка отримана на основі центральної граничної теореми [6, с. 78]. Якщо портфель не є достатньо великим для виконання закону великих чисел, тоді несистематичний ризик має тенденцію до зростання. У цьому випадку нам потрібно врахувати умовну мінливість втрат портфеля за наявності фактора Y . Цього можна досягти за допомогою центральної граничної теореми. Нехай

$$\mu(Y) = \sum_{i=1}^N w_i \rho_i(Y), \quad (20)$$

$$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^N w_i^2 p_i(Y)(1 - p_i(Y)), \quad (21)$$

де $p_i(Y) = P(I_i = 1 | Y)$. Звідси можна отримати умовну ймовірність

$$P(L > x | Y) = \Phi\left(\frac{\mu(Y) - x}{\sigma(Y)}\right). \quad (22)$$

Тоді безумовна ймовірність може бути отримана інтегруванням по Y :

$$P(L > x) = E_Y \left[\Phi\left(\frac{\mu(Y) - x}{\sigma(Y)}\right) \right] = \int \Phi\left(\frac{\mu(Y) - x}{\sigma(Y)}\right) \phi(Y) dY. \quad (23)$$

Для отримання $C_i^{VaR_\alpha}$ нам потрібно спочатку знайти часткову похідну $P(L > x)$ відносно w_i [6, с. 79]:

$$\frac{\partial}{\partial w_i} P(L > x) = E_Y \left[\left(\frac{1}{\sigma(Y)} \left(\frac{\partial \mu(Y)}{\partial w_i} - \frac{\partial x}{\partial w_i} \right) - \frac{\mu(Y) - x}{\sigma^2(Y)} \frac{\partial \sigma(Y)}{\partial w_i} \right) \phi\left(\frac{\mu(Y) - x}{\sigma(Y)}\right) \right], \quad (24)$$

де $\frac{\partial \mu(Y)}{\partial w_i} = p_i(Y)$ і $\frac{\partial \sigma(Y)}{\partial w_i} = w_i p_i(Y) \frac{1 - p_i(Y)}{\sigma(Y)}$.

Підставивши замість x VaR_α , ми перетворимо ліву частину рівності (24) на 0. Звідси можемо знайти $C_i^{VaR_\alpha}$:

$$C_i^{VaR_\alpha} = w_i \frac{\partial VaR_\alpha}{\partial w_i} = w_i \frac{E_Y \left[\left(\frac{1}{\sigma(Y)} \frac{\partial \mu(Y)}{\partial w_i} - \frac{\mu(Y) - VaR_\alpha}{\sigma^2(Y)} \frac{\partial \sigma(Y)}{\partial w_i} \right) \phi \left(\frac{\mu(Y) - VaR_\alpha}{\sigma(Y)} \right) \right]}{E_Y \left[\left(\frac{1}{\sigma(Y)} \phi \left(\frac{\mu(Y) - VaR_\alpha}{\sigma(Y)} \right) \right) \right]}. \quad (25)$$

Для обчислення $C_i^{VaR_\alpha}$ та $C_i^{CVaR_\alpha}$ можна також скористатись методом симуляцій Монте-Карло. Розглянемо більш загальний випадок багатофакторної моделі.

$$X_n = a_{n1}Y_1 + a_{n2}Y_2 + \dots + a_{ns}Y_s + b_nZ_n, \quad (26)$$

де: $Y_1, Y_2, \dots, Y_s$ – незалежні систематичні фактори, кожен із яких задовольняє стандартний нормальний розподіл $N(0,1)$; Z_n – ідіосинкратичний фактор, який відповідає n -му позичальнику, також $N(0,1)$ розподілений; $a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{ns}$ – вагові коефіцієнти n -го позичальника; $b_n = \sqrt{1 - (a_{n1}^2 + a_{n2}^2 + \dots + a_{ns}^2)}$ так, що X_n – також $N(0,1)$ розподілений.

Для спрощення позначимо через $C_k = E[L_k | L \in A]$ шукані частки k -тої позики у загальному VaR або CVaR портфеля. Тут $A = \{x\}$ або $A = \{x, \infty\}$. Кожна симуляція складається із таких кроків:

- 1) генеруємо незалежні $Y_1, Y_2, \dots, Y_s$ – систематичні фактори, кожен із яких має стандартний нормальний розподіл $N(0,1)$;
- 2) для кожного позичальника $n=1, \dots, N$ генеруємо незалежну $N(0,1)$ змінну Z_n і покладаємо $X_n = a_{n1}Y_1 + a_{n2}Y_2 + \dots + a_{ns}Y_s + b_nZ_n$;
- 3) для кожного позичальника $n=1, \dots, N$ знаходимо індикатор дефолту $I_n = 1\{X_n > \Phi^{-1}(1 - p_n)\}$ та LGD_n , яке ми будемо вважати бета-розподіленим. Відповідно до рекомендацій Базельського комітету, для незабезпечених кредитів LGD треба вважати таким, що дорівнює 75 %, для забезпечених $LGD=45$ %. З цією метою в нашій моделі використаємо бета-розподіл з $\alpha=2$ та $\beta=6$ для незабезпечених кредитів та $\alpha=4$ та $\beta=3,3$ для забезпечених;
- 4) покладаємо $L_n = LGD_n I_n$.

Нехай $(L_1^i, L_2^i, \dots, L_N^i)$ $i=1, \dots, m$ – індивідуальні втрати, отримані внаслідок повторення i разів кроків (1-4). Позначимо через

$$L^i = L_1^i + L_2^i + \dots + L_N^i \quad (27)$$

загальні втрати портфеля за i -тої симуляції. Для отримання частки n -го кредиту скористаємось такою формулою

$$\hat{C}_k = \frac{\sum_{i=1}^N L_k^i 1\{L^i \in A\}}{\sum_{i=1}^N 1\{L^i \in A\}}. \quad (28)$$

Застосувавши закон великих чисел для чисельника та знаменника у (28), отримаємо із ймовірністю 1:

$$\hat{C}_k \rightarrow C_k. \quad (29)$$

Таким чином, для достатньо великих значень N ми можемо вважати $\hat{C}_k$ наближеним значенням $C_k^{VaR_\alpha}$ або $C_k^{CVaR_\alpha}$ (залежно від множини A).

Висновки. Запропонований підхід до вимірювання рівня концентрації кредитного ризику портфеля ґрунтується на застосуванні гомогенних мір ризику, таких як середньоквадратичне відхилення, VaR, CVaR, економічного капіталу, що дає змогу скористатись відомою теоремою Ейлера про додатно-гомогенні функції та отримати для таких мір частки кожного позичальника у сукупному ризику портфеля. На відміну від традиційної методики визначення концентрації кредитного ризику, яка побудована на визначенні часток кредитної заборгованості кожного позичальника, за запропонованого підходу розглядаються внески кожного позичальника у сукупний ризик кредитного портфеля. Така методика, на наш погляд, більш коректно визначає концентрацію кредитного ризику, тоді як традиційна швидше аналізує звичайну концентрацію кредитного портфеля стосовно фізичних обсягів кредитних зобов'язань у розрізі окремого позичальника або галузі.

Література

1. **Gourieroux, C.** 2000. Sensitivity analysis of values at risk / C. Gourieroux, J. Laurent, O. Scaillet // Journal of Empirical Finance 7. – PP. 225-245. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.sites-test.uclouvain.be/econ/DP/IRES/2000-2.pdf>.
2. **Tasche, D.** Risk contributions and performance measurement / D. Tasche // Working paper, Technische Universität München. – 1999. – PP. 26. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.m4.ma.tum.de/pers/tasche/riskcon.pdf>.
3. **Kurth A.** Credit Risk Contributions to Value-at-Risk and Expected Shortfall / Alexandre Kurth, Dirk Tasche // RISK. – Vol. 16, No. 3. (March 2003). – PP. 84-88. [Електронний ресурс]. – Доступний з http://www.m4.ma.tum.de/pers/tasche/RC_ES.pdf.
4. **Acerbi, C.** On the coherence of Expected Shortfall. / C. Acerbi, D. Tasche // Journal of Banking & Finance. 2002. – 26(7). – PP 1487-1503. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.m4.ma.tum.de/pers/tasche/shortfall.pdf>.
5. **Emmer Susanne.** Calculating Credit Risk Capital Charges with the One-factor Model // Emmer Susanne, Tasche, Dirk // Journal of Risk. – Vol. 7, No. 2, Winter 2004/05 pP. 85-103. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.ssrn.com/abstract=707461>
6. **Huang X.** Computation of VaR and VaR Contribution in the Vasicek portfolio credit loss model: a comparative study / X. Huang, C.W. Oosterlee, and M.A.M Mesters // Journal of Credit Risk. Volume 3. – Number 3, Fall 2007. – PP. 75-96. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.oai.cwi.nl/oai/asset/12149/12149A.pdf>
7. **Кишакевич Б.Ю.** Вимірювання рівня диверсифікації кредитного портфеля / Б.Ю. Кишакевич // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2010. – Вип. 20.10. – С. 169-177.

Кишакевич Б.Ю. Оценка уровня концентрации кредитного риска с помощью гомогенных мер риска

Проанализированы традиционные подходы к вычислению уровня концентрации кредитного риска портфеля и предложена методика оценки диверсификации портфеля, которая учитывает не только размер кредитной задолженности заемщика, но и его кредитоспособность.

Ключевые слова: концентрация кредитного портфеля, VaR, асимптотические аппроксимации Васичека, индекс Херфиндаля-Хиршмана, меры кредитного риска, многофакторные модели.

Kyshakevych B.Yu. Estimation of credit risk concentration by means of homogeneous risk measures

Traditional methods of calculation of credit risk concentration rate were analyzed and the new approaches that take into account both the sum of the credit and the credit-worthiness were offered.

Keywords: Credit risk concentration, VaR, Vasicek asymptotic approximation, Herfindahl-Hirschman Index, credit risk measures, multifactor models.