

$$a = \frac{M(H)}{2} - \sqrt{6} \cdot \frac{S(H)}{2}, \quad (5)$$

$$a = \frac{M(H)}{2} + \sqrt{6} \cdot \frac{S(H)}{2}, \quad (6)$$

де: $M(H)$ – математичне сподівання (середнє значення) товщини оброблюваного матеріалу, мм; $S(H)$ – середньоквадратичне відхилення товщини плити, мм.

Для порівняльних досліджень у цьому випадку (табл. 3) використали ті ж умови, що і під час перевірки чутливості імітаційної моделі у процесі зміни нормального закону розподілу випадкової величини товщини оброблюваного матеріалу на ерлангівський чи рівномірний.

Висновки. Перевірка імітаційних моделей на чутливість до зміни закону розподілу засвідчила про наявність неістотної різниці у визначенні величини основних показників процесу оброблення у випадку зміни нормального закону розподілу на ерлангівський, Сімпсона і рівномірний, що дало змогу використати в імітаційних моделях для генерування псевдовипадкових чисел нормальний розподіл, який з достатньою достовірністю описує товщину плитних деревинних матеріалів.

Література

1. Мисик М.М. Спосіб генерування псевдовипадкових чисел, що підлягають закону розподілу Ерланга / М.М. Мисик // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук.-техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 2002. – Вип. 12.5. – С. 54-58.
2. Вентцель Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Изд-во "Радио и связь", 1983. – 416 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Изд-во "Наука", 1973. – 368 с.
4. Айвазян С.А. Основы моделирования и первичная обработка данных / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М. : Изд-во "Финансы и статистика", 1983. – 417 с.

Кийко О.А. Проверка имитационной модели калибрования плитных древесных материалов на чувствительность к изменению распределения

Впервые в процессе исследования калибрования-шлифования плитных древесных материалов использованы принципы имитационного моделирования и проверена чувствительность таких моделей на смену закона распределения входной толщины обрабатываемого материала.

Kiyko O.A. Checking of simulation model of calibration of wooden board materials for sensitiveness to change of division

At first in the process of research of calibration-polishing of wooden board materials principles of imitation design are used and the sensitiveness of such models is tested on changing of law of division of entrance thickness of the processed material.

УДК 674.093.26 Асист. Г.Є. Ортинська; проф. П.А. Бехта, д-р техн. наук; ст. викл. А.В. Бакалець, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ВИГОТОВЛЕННЯ ФАНЕРИ ІЗ ШПОНУ ПІДВИЩЕНОЇ ВОЛОГОСТІ

Розроблено математичну модель тепломасоперенесення під час склеювання шпону підвищеної вологості (15-25 %). Методом скінченних різниць отримано чисельні розв'язки задачі у випадку сталих коефіцієнтів.

Ключові слова: фанера, шпон підвищеної вологості, математична модель.

Актуальність проблеми та аналіз публікацій. Розроблено низку фізико-математичних моделей, які описують вплив тепломасоперенесення в процесі пресування деревинних композиційних матеріалів, зокрема фанери. На основі них вивчено вплив технологічних чинників на тепломасообмінні процеси, які відбуваються під час гарячого склеювання. Зокрема, запропоновані моделі дають змогу оптимізувати тривалості гарячого склеювання та охолодження [1-3], визначити деформаційний стан матеріалу під час склеювання як у звичайних, так і у вакуумних пресах [4, 5]; оцінено ступінь затвердіння клею у склеюваному пакеті [4]. Запропоновано також моделі, що дають змогу визначити поля розподілу температури, вологості, швидкості переміщення парогазової суміші під час зволоження верхніх шарів пакета шпону [6].

Однак ці моделі не враховують впливу початкової вологості шпону та температури склеювання на кінцеву вологість фанери. Проте вивчення цього впливу є надто важливим, особливо під час склеювання шпону підвищеної вологості, оскільки в пакет додатково вноситься значна кількість вологи, яка істотно впливатиме на процес склеювання та на якість фанери. Тому розроблення математичної моделі, яка б давала змогу описати зміну температури та вологи у середині пакета шпону під час гарячого склеювання, і на цій основі передбачення кінцевої вологості фанери, є актуальним.

Формулювання задачі та математична модель. Математичне моделювання процесів тепломасоперенесення базується на законах перенесення маси речовини Дарсі, Фур'є та Фіка. Розглянемо процес тепломасообміну під час склеювання шпону підвищеної вологості. Проаналізувавши процес склеювання фанери, можна прийняти такі припущення: деревина є однорідним капілярно-пористим матеріалом; на стадії нанесення клею і формування пакета вода у деревині та клею рівномірно розподілена по всьому об'єму, деревина не поглинає вологи із клею, оскільки його молекули великі та їхня рухливість за звичайної температури є незначною (дифузія клею у деревину відбувається тільки під дією тиску та температури); зважаючи на те, що швидкість прикладання плит преса до матеріалу не визначена, вважатимемо зміну тиску в матеріалі миттєвою, а тиск сталим.

Представимо фанеру у вигляді області $\Omega \in \mathbf{R}^3$, яка складається з чергування двох різних видів шарів: головних (деревина) та проміжних (клей). Кожен шар обмежений поверхнями $D^i(y, z) \in \mathbf{R}^2$, $i=1, 2$ та має товщину $h = x_{i+1} - x_i$, $i = 2, \dots, N_0$; $N_0 \leq 24$. Геометрію області Ω з обмежувальними поверхнями D^i шарів товщиною h зображено на рис. 1.

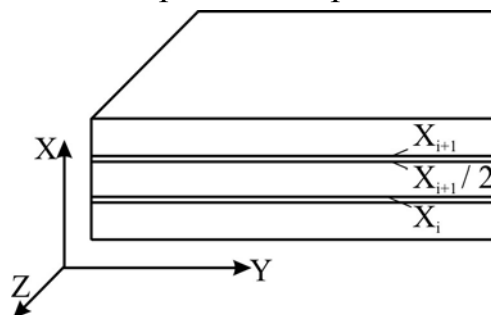


Рис. 1. Геометрія багат шарової області Ω

Для отримання математичної моделі тепломасоперенесення ми використали запропоновану проф. А.В. Ликовим систему диференціальних рівнянь тепломасоперенесення, у випадку відсутності градієнта тиску, у вигляді [7]:

$$\begin{aligned} c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \varepsilon \rho_0 r \frac{\partial U}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \frac{\partial U}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \delta \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \delta \frac{\partial T}{\partial x_2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Припустимо $T(\tau, x, y)$ – температура, $U(\tau, x, y)$ – вологовміст у точці тіла з координатою (x, y) у момент часу τ .

Для розв'язування системи диференціальних рівнянь (1) необхідно додати відповідні початкові та граничні умови, які зумовлені особливостями технологічного процесу склеювання шпону підвищеної вологості.

Початкові розподіли температури та вологовмісту вважатимемо рівномірними по цілому об'єму деревини:

$$T|_{\tau=0} = T_0; \quad U|_{\tau=0} = U_0. \quad (2)$$

У момент зімкнення плит преса до поверхні склеюваного пакета, температуру на їх поверхнях вважатимемо сталою, а виділення вологи з нього – відсутнім:

$$T|_{x=h} = T_{пресу}; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=h} = 0. \quad (3)$$

Під час прогрівання з торців склеюваного пакета відбуватиметься видалення вологи:

$$\begin{aligned} \lambda_i \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} + \rho_0(1-\varepsilon)\beta_i(U|_{y=b} - U_p) &= \alpha_i(T_c - T|_{y=b}); \\ \left(a_i \frac{\partial U}{\partial y} + a_i \delta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=b} &= \beta_i(U_p - U|_{y=b}). \end{aligned} \quad (4)$$

Граничні умови, які вказують на симетричність задачі відносно осей:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{y=0} = 0, \quad (6)$$

де: T_0 , U_0 – початкові розподіли температури та вмісту вологи у матеріалі; U_p – рівноважна вологість; c – теплоємність матеріалу; ρ – щільність деревини; λ_1 , λ_2 – коефіцієнти теплопровідності деревини у напрямках анізотропії; ε – коефіцієнт фазового переходу; ρ_0 – базова щільність деревини; r – питома теплота пароутворення; δ – термоградієнтний коефіцієнт; a_1 , a_2 – коефіцієнти вологопровідності у напрямках анізотропії; α_1 , α_2 – коефіцієнти теплообміну; β_1 , β_2 – коефіцієнти вологообміну; T_c – температура середовища.

Із врахуванням того, що довжина області Ω завжди істотно більша від товщини $b \gg h$, розглянемо рівняння (1) в одновимірному випадку. Втрата маси через торці пакета відбуватиметься за законом (7), який запишемо у вигляді внутрішнього джерела:

$$U_c(\tau) = U_p - e^{-\beta\tau}(U_p - U_0). \quad (7)$$

Після відповідних перетворень з урахуванням початкових (2) та граничних умов (3)-(6), а також припускаючи, що товщина проміжних шарів прямує до нуля, математичну модель тепломасоперенесення для знаходження температури (T) та вологості (U), у випадку необмеженої пластини товщиною $2h$ під час зміни часу на проміжку $\tau \in [0, \Theta]$, запишемо у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь у частинних похідних:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \varepsilon\rho_0 r \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_1 \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - e^{-\beta\tau}(U_p - U_0),$$

$$\text{з початковими умовами:} \quad T|_{\tau=0} = T_0; \quad U|_{\tau=0} = U_0, \quad (8)$$

та граничними умовами:

$$T|_{x=h} = T_{\text{пресу}}; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=h} = 0; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (9)$$

де: $T_{\text{пресу}}$ – температура плит преса, U – вологовміст у точці тіла з координатою (x, y) у момент часу τ .

Необхідно зазначити, що для чисельного розв'язування системи рівнянь використані коефіцієнти теплофізичних характеристик деревини, які залежать від вологості шпону та температури пресування. Для їхнього визначення використовували відомі аналітичні залежності.

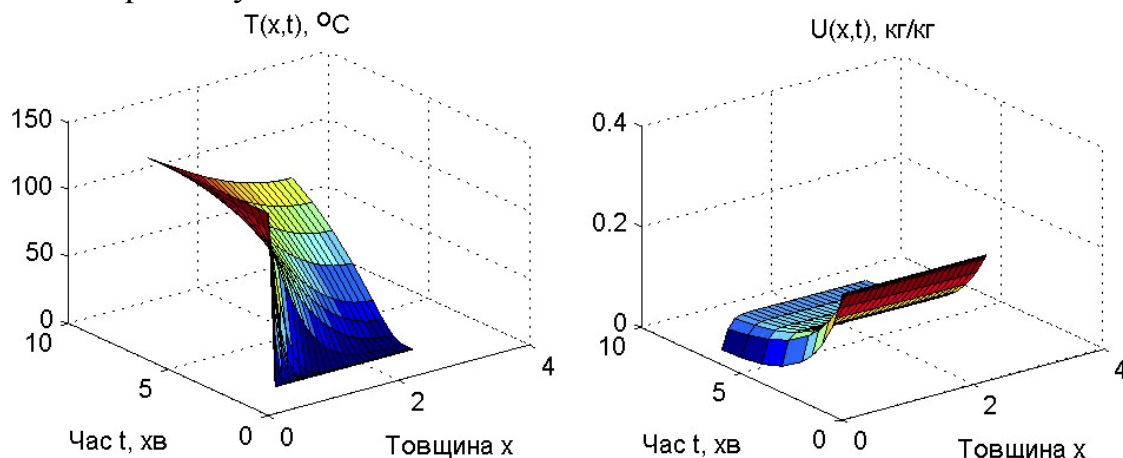


Рис. 2. Розподіл температури та вологовмісту за товщиною та їхня зміна з часом

Чисельне розв'язування крайової задачі (7)-(9) можна здійснити через її безпосередню дискретизацію, а саме: похідні, які входять у рівняння (7), на заданому розбитому інтервалі (сітці), замінюються відповідними скінченними різницями. Внаслідок отримують дискретну задачу, яка виконується у

всіх внутрішніх точках сітки. Ця задача є системою лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих значень розв'язку у вузлах сітки.

Чисельне визначення розподілу температури та вологості і реалізацію математичної моделі виконуємо для деревини берези із початковими значеннями ($T_0=20^\circ\text{C}$; $U_0=25\%$; $T_{\text{преса}}=150^\circ\text{C}$). Розв'язки задачі представлено на рис. 2.

Із рис. 1 випливає, що впродовж визначеного часу склеювання у внутрішніх шарах пакета шпону температура зростає, наближаючись до температури плит преса, що, своєю чергою, сприяє зменшенню кількості вологості у середині пакета. Наприкінці процесу склеювання вологість склеюваного пакета набуває значень, які відповідають нормативним значенням вологості фанери.

Висновок. Таким чином, математична модель (7)-(9) дає змогу описати розподіл температури та вологості в склеюваному пакеті шпону за різної його початкової вологості та, відповідно, передбачати кінцеву вологість фанери.

Література

1. **Артемова В.П.** О прогреве клееной слоистой древесины при изменении ее толщины процессе прессования / В.П. Артемова, В.Л. Ганжа, Г.И. Журавский // Механическая технология древесины. – Минск, 1976. – Вып. 6. – С. 96-101.
2. **Артемова В.П.** О расчете температурных полей в процессе прессования слоистой древесины / В.П. Артемова, В.Л. Ганжа, Г.И. Журавский // Механическая технология древесины. – Минск, 1978. – Вып. 8. – С. 47-50.
3. **Buikis A.** The mathematical model of the plywood production / A. Buikis, J. Cepitis, S. Kostjukova // Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on Applied Mathematics. – Spain, 2008.
4. **Чубинский А.Н.** Формирование клеевых соединений древесины / А.Н. Чубинский. – СПб. : Изд-во С. – Петербургского университета, 1992-164 с.
5. **Денисов С.В.** Исследование процесса склеивания шпона повышенной влажности : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.21.05 "Процессы и механизация деревообрабатывающих производств, лесоведение" / С.В. Денисов. – Ленинград, 1980. – 20 с.
6. **Нгуен Чань Мао.** Интенсификация процесса горячего склеивания берёзового шпона управлением парогазовым давлением на поверхности пакета : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.21.05 "Технология и оборудование деревообрабатывающих производств, лесоведение" / Нгуен Чань Ма. – Ленинград, 1987. – 19 с.
7. **Лыков А.В.** Теория сушки / А.В. Лыков. – М. : Изд-во "Энергия", 1968. – 472 с.

Ортинская Г.Е., Бехта П.А., Бакалец А.В. Математическая модель процесса изготовления фанеры с использованием шпона повышенной влажности

Разработана математическая модель тепломассопереноса при склеивании шпона повышенной влажности (15-25 %). Методом конечных разниц получены численные решения задачи в случае постоянных коэффициентов.

Ключевые слова: фанера, шпон повышенной влажности, математическая модель.

Ortynska G.Ye., Bekhta P.A., Bakalets A.V. Mathematical model of plywood fabrication by using the veneer with high moisture content

The mathematical model of heat and mass transfer during gluing of the veneer with high moisture content (15-25 %) is developed. We have obtained the numerical solution of the problem in case of constant coefficients by the finite distinction method.

Keywords: plywood, veneer with high moisture content, mathematical model