

ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ ПРО КОЛИВАННЯ СЕРЕДОВИЩ, ЩО ОПИСУЮТЬСЯ ЗБУРЕНИМ РІВНЯННЯМ БРЕЗЕРТОНА

Розглянуто застосування асимптотичного методу нелінійної механіки Крилова-Боголюбова-Митропольського (КБМ) для розв'язування обернених задач динаміки систем, математичними моделями руху яких є рівняння Брезертона. Розроблена методика дає змогу ефективно визначати аналітичну апроксимацію пружних і дисипативних сил для випадку коли останні є слабо нелінійними.

Ключові слова: нелінійні коливання, амплітуда, частота, асимптотичний метод.

Актуальність та огляд основних результатів досліджень. Прикладним задачам поперечних коливань одно- чи багатовимірних середовищ належить важливе місце у дослідженні динаміки механічних систем. Зокрема до таких задач належать процеси коливання балок, трубопроводів та інших гнучких елементів конструкцій, які певним чином закріплені і взаємодіють із навколишнім середовищем.

До прямих задач належать ті, для яких на основі заданого аналітичного виразу силових чинників, які діють на механічну систему, необхідно визначити коливний процес. Розв'язано низку прямих задач на базі принципів асимптотичного інтегрування нелінійних автономних та неавтономних диференціальних рівнянь для моделей середовищ із сильною [1] і слабкою [2, 3] нелінійностями пружних характеристик та сил тертя, дисипативних сил, малих порівняно із пружною відновлювальною силою.

Проблема значно ускладнюється у випадку оберненої задачі, тобто коли за заданим коливним процесом необхідно визначити аналітичну апроксимацію силових чинників. Відсутність загальних підходів до розв'язання таких задач зумовлена насамперед труднощами побудови і єдності розв'язків [4] для диференціальних рівнянь з частинними похідними, які є математичними моделями процесу. Деякі задачі про визначення нелінійних характеристик коливних систем розглянуто в роботах [5-7].

Тут, з використанням асимптотичного методу КБМ та принципу одночастотності коливань [3], для нових класів слабо нелінійних систем розв'язується обернена задача для поперечних коливань середовищ, математичними моделями яких є рівняння Брезертона.

Для побудови розв'язку оберненої задачі використовується метод а.

За вихідний закон руху приймаються відомими закони зміни основних параметрів коливань, а наближення невідомої функції виконуються за допомогою скінченної сумою деяких поліномів від переміщення швидкості і ін. Як критерій оптимальності – умова мінімуму середньоквадратичної величини аналітичної апроксимації невідомих чинників [8-9].

Постановка задачі. Відомо [10], що математичною моделлю поперечних коливань балки, яка розташована на пружній основі, матеріал якої близький до лінійного закону пружності, є нелінійне рівняння Брезертона

$$u_{tt} + \alpha^2 u_{xxxx} + \beta u = \varepsilon f(u, u_x, u_t, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}), \quad (1)$$

в якому: функція $u(x, t)$ визначає переміщення точки з координатою x в довільну мить часу t ; α – відома стала, яка визначається через фізико-механічні параметри середовищ; β – невідомий коефіцієнт пружності опори; $f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx})$ – невідома функція, що вказує на відхилення його пружних характеристик від лінійного закону, а також нелінійні дисипативні та ін. сили; $\varepsilon > 0$ – малий параметр і він вказує на малу величину максимального значення останніх порівняно із лінійною складовою відновлювальної сили.

Для однозначної характеристики коливного процесу до рівняння (1) приєднуємо крайові умови, що описують, наприклад, випадок жорстко закріпленого лівого кінця ($x=0$) та вільного правого кінця ($x=l$)

$$u(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=0} = 0; \quad u_{xx}(x, t)|_{x=l} = u_{xxx}(x, t)|_{x=l} = 0. \quad (2)$$

За відсутності нелінійної сили ($\varepsilon=0$) рівняння (1) вироджується у незбурене рівняння

$$u_{tt} + \alpha^2 u_{xxxx} + \beta u = 0. \quad (3)$$

Для розв'язування (3) використовуємо метод відокремлення змінних. Функція $u(x, t) = X(x)T(t)$ є розв'язком (1), (3) тоді і лише тоді, коли $T(t)$ та $X(x)$ є відповідно розв'язками звичайних диференціальних рівнянь

$$T''(t) + \lambda T(t) = 0; \quad \alpha^2 X^{IV}(x) - (\lambda - \beta)X(x) = 0.$$

Власні числа λ розташовані так, щоб виконувалися умови (2), тобто

$$\operatorname{ch}(\kappa l) \cos(\kappa l) + 1 = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

де $\lambda = \beta + \kappa^4 \alpha^2$. Таким чином одночастотний розв'язок рівняння (3) для крайових умов (2), має вигляд

$$u_0(x, t) = a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

де $\omega = \sqrt{(\alpha \kappa^2)^2 + \beta}$ – власна частота коливань, φ – фаза, α – амплітудний параметр динамічного процесу, $K_3(\kappa x)$, $K_4(\kappa x)$ – функції Крилова [11].

Отже, задача полягає у визначенні нелінійних властивостей коливної системи та коефіцієнта пружності основи β за відомою амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ).

Методика розв'язування. Збурена задача. Нехай на основі експериментально отриманих залежностей, які задані графіком коливань системи, можна виділити послідовні значення амплітуди і частоти (періоду) коливань $a_1, a_2, \dots, a_N$; $T_1, T_2, \dots, T_N$. У [12] доведено, що зазначені множини $\{a_i\}$ і $\{T_i\}$ визначають наближено закони зміни в часі параметрів a і ψ за допомогою диференціальних рівнянь

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A(a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon B(a), \quad (6)$$

в яких $A(a)$, $B(a)$ є поліномами відомих степенів, ω – власна частота незбурених ($\varepsilon=0$) коливань системи.

Таким чином, необхідно визначити оптимальні характеристики чинників дії на коливну систему із слабкою нелінійністю, які викликають програмні зміни амплітуди і частоти (періоду) (6).

Відповідно до асимптотичних методів нелінійної механіки [2, 3] розв'язок рівняння (1) (при $\varepsilon \neq 0$) у першому наближенні потрібно шукати у вигляді суми

$$u(x, t) = u_0(a, x, \psi) + \varepsilon u_1(a, x, \psi), \quad (7)$$

де параметри a та ψ залежать від часу, а закони їхньої зміни задаються програмним рухом (6); та $u_1(a, x, \psi)$ -2π - періодичні за $\psi = \omega t + \varphi$ функцією. Вважаємо, що амплітуда коливань досліджуваного середовища збігається з амплітудою головної гармоніки, тобто має місце співвідношення

$$\int_0^{2\pi} u_1(a, x, \psi) \begin{Bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{Bmatrix} d\psi = 0. \quad (8)$$

Перейдемо до визначення правої частини рівняння (1).

Шляхом диференціювання (7) знаходимо

$$\begin{aligned} u_x &= \kappa \left[K_2(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_3(\kappa x) \right] \sin(\omega t + \varphi) + \varepsilon (u_1)_x; \\ u_{xxxx} &= \kappa^4 \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin(\psi) + \varepsilon (u_1)_{xxxx}; \\ u_{tt} &= \frac{d^2 a}{dt^2} \left\{ \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi + \varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial a} \right\} + \\ &+ \frac{d^2 \psi}{dt^2} \left\{ a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \cos \psi + \varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial \psi} \right\} + \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \left\{ \varepsilon \frac{\partial^2 u_1}{\partial a^2} \right\} + \\ &+ \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \left\{ -a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi + \varepsilon \frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} \right\} + \\ &+ 2 \frac{da}{dt} \frac{d\psi}{dt} \left\{ \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \cos \psi + \varepsilon \frac{\partial^2 u_1}{\partial a \partial \psi} \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогічно із (6) знаходимо

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a}{dt^2} &= \varepsilon^2 \frac{dA}{da} A(a); \quad \frac{d^2 \psi}{dt^2} = \varepsilon^2 \frac{dB}{da} A(a); \quad \left(\frac{da}{dt} \right)^2 = \varepsilon^2 A^2(a); \\ \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 &= \omega^2 + 2\omega \varepsilon B(a) + \varepsilon^2 B^2(a); \quad \frac{da}{dt} \frac{d\psi}{dt} = \varepsilon \omega A(a) + \varepsilon^2 A(a) B(a). \end{aligned} \quad (10)$$

Підставляючи (5), (7), (10) в (1) та зрівнюючи коефіцієнти при ε , у першому наближенні отримуємо та співвідношення, що зв'язує відомі та невідомі функції

$$2\omega A(a) \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \cos(\psi) - 2\omega a B(a) \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin(\psi) + (11)$$

$$+\omega^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} + \alpha^2 \frac{\partial^4 u_1}{\partial x^4} + \beta u_1 = \bar{f}(a, x, \psi),$$

$$\text{де } \bar{f}(a, x, \psi) = f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}) \begin{cases} u = a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin(\omega t + \varphi), \\ u_x = a \kappa \left[K_2(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_3(\kappa x) \right] \sin(\omega t + \varphi), \\ \dots \\ u_{xxx} = -a \kappa^3 \left[K_4(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_1(\kappa x) \right] \sin(\omega t + \varphi). \end{cases}$$

Беручи до уваги умови накладені на невідому функцію $u_1(a, x, \psi)$, із (11) знаходимо співвідношення, яке зв'язує відомі функції $A(a)$, $B(a)$ та невідому $f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx})$.

$$\begin{aligned} A(a) &= \frac{1}{2\pi l \sqrt{\alpha^2 \kappa^4 + \beta}} \int_0^l \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \psi) \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \cos \psi dx d\psi, \\ B(a) &= \frac{-1}{2\pi a l \sqrt{\alpha^2 \kappa^4 + \beta}} \int_0^l \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \psi) \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi dx d\psi. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким чином, задача полягає у визначенні такої функції $f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx})$ для диференціального рівняння (1), за якої коливний процес середовища узгоджується із (6). Вважатимемо, що $A(a)$ та $B(a)$ в (6) є поліноми, це дає підставу шукати $f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx})$ у вигляді лінійної комбінації

$$f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}) = \sum_{k=1}^N c_k f_k(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}), \quad (13)$$

де $f_k(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx})$ – лінійно незалежні многочлени; c_k – невідомі коефіцієнти. Вибір функцій f_k залежить від чинників, що діють на систему, а значення N визначається у процесі розв'язування поставленої задачі.

Властивості власних форм задачі та функції $u_1(x, t)$ дають змогу отримати співвідношення, що зв'язують невідомі параметри $c_1, \dots, c_N$ та задані поліноми $A(a)$, $B(a)$.

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N c_k P_k(a) = A(a), \\ \sum_{k=1}^N c_k R_k(a) = B(a), \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{де } P_k(a) &= \frac{1}{2\pi l \sqrt{\alpha^2 \kappa^2 + \beta}} \int_0^l \int_0^{2\pi} f_k(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}) \begin{cases} u = a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi, \\ \dots \\ u_{xxx} = -a \kappa^3 \left[K_4(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_1(\kappa x) \right] \sin \psi. \end{cases} \\ &\quad \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi d\psi dx; \\ R_k(a) &= \frac{-1}{2\pi l a \sqrt{\alpha^2 \kappa^4 + \beta}} \int_0^l \int_0^{2\pi} f_k(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}) \begin{cases} u = a \left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi, \\ \dots \\ u_{xxx} = -a \kappa^3 \left[K_4(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_1(\kappa x) \right] \sin \psi. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\left[K_3(\kappa x) - \frac{K_1(\kappa l)}{K_2(\kappa l)} K_4(\kappa x) \right] \sin \psi d\psi dx.$$

Розв'язавши отриману систему лінійних алгебраїчних рівнянь (14), отримуємо значення шуканих коефіцієнтів c_k лінійної комбінації (13). У випадку коректно підібраних базисних функцій $\{f_k\}$ співвідношення (12) виконуються при всіх значеннях параметра a система (14) однозначно визначає шукані коефіцієнти. Якщо система функцій $\{f_k\}$ вибрана невдало, то співвідношення (14) несумісні за довільних значень параметра a . У такому випадку базисні функції, що входять у комбінацію (13), треба замінити іншими.

Коли ж (14) виконуються при всіх значеннях параметра a , але однозначно визначити із неї невідомі параметри c_k не вдається, тоді додаткові умови для знаходження невідомих параметрів можна отримати, наприклад, з умови мінімуму функціонала [8, 9]

$$J = \int_0^{2\pi} \int_0^l \left[\sum_{k=1}^N c_k \bar{f}_k(a, x, \psi) \right]^2 dx d\psi. \quad (15)$$

Нехай у зазначеному випадку з (14) можна визначити зв'язок між першими s невідомими коефіцієнтами та всіма іншими у вигляді $c_i = \eta_i(c_{s+1}, \dots, c_N)$, $i = 1, 2, \dots, s$, де η_i – відомі функції.

З урахуванням наведеного вище, (15) набуває вигляду

$$J = \int_0^{2\pi} \int_0^l \left[\sum_{i=1}^s \eta_i(c_{s+1}, \dots, c_N) \bar{f}_i(a, x, \psi) + \sum_{r=s+1}^N c_r \bar{f}_r(a, x, \psi) \right]^2 dx d\psi. \quad (16)$$

Функціонал (16) прийматиме мінімальне значення, якщо виконуються умови

$$\frac{\partial J}{\partial c_{s+i}} = \varphi_i(c_{s+1}, c_{s+2}, \dots, c_N, a) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N - s. \quad (17)$$

Розв'язуючи сумісну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яка випливає із (14) та (17) відносно c_k , знаходимо всі невідомі коефіцієнти.

Приклад. Вважається, що відома амплітудно-частотна характеристика руху (6) нелінійно-пружної системи (1)-(2). Побудуємо аналітичну апроксимацію пружних і дисипативних сил.

Нехай автономний коливний процес нелінійної механічної системи, зокрема балки довжиною 2 см, яка розташована на пружній основі, описується диференціальним рівнянням:

$$u_{tt} + \alpha^2 u_{xxxx} + \beta u = \varepsilon (c_1 u_t + c_2 u_t^3 + c_3 u_{xx}^3 + c_4 u_{xx} u_{xxx}^2 + c_5 u_{xxx} u_{xx}^2), \quad (18)$$

де c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 – невідомі параметри, котрі необхідно визначити так, щоб коливний процес відбувався згідно із заданим програмним законом:

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon (\lambda_1 a + \lambda_2 a^3); \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega + \varepsilon (\lambda_3 a^3), \quad (19)$$

а інтеграл (16) набував мінімального значення. У (19) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – відомі постійні коефіцієнти.

Розв'язавши рівняння (4) графічним способом [11], отримуємо перше власне значення κ_1 механічної системи $\kappa_1 \approx 0,9375$, тоді $\beta = \omega^2 - (\alpha \cdot 0,9375^2)^2$.

Відповідно до викладеної методики маємо

$$c_1 = 2\lambda_1; \quad c_2 = \frac{\lambda_2 \cdot 6,8124}{\omega^2}; \quad c_3 = \omega\lambda_3 \cdot 7,2948; \quad c_4 = \omega\lambda_3 \cdot 13,73; \quad c_5 = -\omega\lambda_3 \cdot 50,5609.$$

Висновки. На підставі виконаного дослідження можна зробити висновки, що розроблена методика дає змогу ефективно визначати аналітичну апроксимацію пружних і дисипативних сил для випадку коли останні є слабо нелінійними. Основна її ідея може бути узагальнена і на деякі складніші механічні системи, зокрема на механічні системи із складнішими крайовими умовами чи на такі, що характеризуються наявністю вимушених коливань середовищ, для яких небажаними є резонансні явища.

Література

1. **Сеник П.М.** Про побудову оптимальної автономної програмно-коливної системи з сильною нелінійністю / П.М. Сеник, Б.І. // Доповіді АН УРСР. Сер. А. – 1976. – № 7. – С. 600-603.
2. **Митропольский Ю.А.** Асимптотические решения уравнений в частных производных / Митропольский Ю.А., Моисеенков Б.И. – К. : Вид-во "Вища шк.", 1976. – 592 с.
3. **Боголюбов Н.Н.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М. : Изд-во ", 1974. – 408 с.
4. **Галиуллин А.С.** Обратные задачи динамики / А.С. Галиуллин. – М. : Изд-во "Наука", 1981. – 145 с.
5. **Короткий, А.И.** Обратные задачи динамики управляемых систем с распределенными параметрами // Известия ВУЗов. Матем., 1995. – № 11. – С. 101-124.
6. **Кононенко В.О.** Определение петлеобразных характеристик нелинейных колебательных систем из анализа движения / В.О. Кононенко, Н.П. Плахтиенко // Прикладная мех. – 1970. – IV, вып. 9. – С. 9-15.
7. **Плахтиенко Н.П.** Про визначення нелінійної характеристики коливної системи з аналізу фазової траєкторії // Доп. АН УРСР, сер. А. – 1976. – Вип. 4. – С. 336-338.
8. **Сокил Б.І.** Один підхід до розв'язання оберненої задачі про нелінійні згинні коливання середовищ / Б.І. Сокил, М.Б. Сокил, О.І. Хитряк // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук.-техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 2010. – № 20.1. – С. 264-268.
9. **Сокил Б.І.** Обернені задачі динаміки нелінійних систем із розподіленими параметрами та один підхід до їх розв'язання / Б.І. Сокил, О.І.Хитряк // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук.-техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 2009. – № 19.10. – С. 64-67.
10. **Митропольский Ю.А.** О построении асимптотического решения возмущенного уравнения Брезертона // Украинский мат. журн. – 1998. – 50. – № 1. – С. 58-71.
11. **Бабаков И.М.** Теория колебаний. – М. : Изд-во "Наука", 1968. – 560 с.
12. **Сеник П.М.** Одно обобщение обратной задачи асимптотического метода Н.Н. Боголюбова // Известия ВУЗов. – 1960. – № 6. – С. 226-232.

Сокил Б.И., Хитряк О.И. Обратные задачи динамики о колебании сред, которые описываются возмущенным уравнением Брезертона

Рассмотрено применение асимптотического метода нелинейной механики Крылова-Боголюбова-Митропольского (КБМ) для решения обратных задач динамики систем, математическими моделями движения которых является уравнение Брезертона. Разработанная методика дает возможность эффективно определять аналитическую аппроксимацию упругих и дисипативных сил для случая, когда последние являются слабо нелинейными.

Ключевые слова: нелинейные колебания, амплитуда, частота, асимптотический метод.

Sokil B.I., Khytriak O.I. Inverse dynamics problem for oscillation of the mediums which are described by perturbed Bretherton equation

It is considered the application of asymptotic method of nonlinear mechanics Krylov-Bogoliubov-Mitropol'skii to solving the inverse problems of dynamic systems, mathematical model of which is the Bretherton equation. The developed method enables effectively to determine analytical approximations resilient and dissipative forces for a case when the last are poorly nonlinear.

Keywords: nonlinear oscillation, amplitude, frequency, asymptotic method.

УДК 681.324

Аспір. У.В. Поліщук¹ – НУ "Львівська політехніка"

НЕЙРОМЕРЕЖНЕ УЩІЛЬНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЇХНЬОГО ПОДІЛУ НА ФРЕЙМИ

Запропоновано нейромережний метод ущільнення зображень на основі скорочення довжини розрядної сітки, що використовується для представлення ортогональних компонент перетворення та забезпечує додаткове збільшення коефіцієнта компресії зі збереженням заданих показників якості. Також розвинуто та апробовано методику покращення якості відтворених зображень та показників компресії шляхом додаткового поділу зображень на фрейми. Цей метод забезпечує підвищення коефіцієнта якості зображення PSNR в середньому на 5-6 % за додаткового збільшення коефіцієнта компресії.

Вступ. Через стрімкий розвиток засобів цифрової техніки, збільшенням апаратної складності телекомунікаційних систем, актуальна проблема ущільнення даних, зокрема зображень, отримала нові засоби і можливості для її реалізації. Зокрема, завдяки виробленню нових підходів до оброблення даних завдання ущільнення дедалі частіше почали вирішувати на основі використання математичних методів і моделей штучного інтелекту.

У цьому дослідженні наведено основи новітнього методу ущільнення зображень, розробленого на базі нейроподібних структур Моделі Геометричних Перетворень та розглянуто методику покращення якості компресії шляхом розбиття зображення на фрейми.

У цифрових системах [4] статичне растрове зображення видається двовимірним масивом точок (елементів зображення), що мають певні характеристики: колір, інтенсивність кольору, просторова кореляція та ін. Елементи зображення називають пікселями. Внаслідок цифрового оброблення зображення пікселі представляються числами. Зображення займає набагато більше пам'яті порівняно з текстовими даними. Так, невеличке зображення розміром 500×800 пікселів займає більше 1 мБ пам'яті, що еквівалентно розміру художньої книги з 400 сторінками. Власне ця особливість і визначає актуальність проблеми ущільнення графічних файлів.

Як відомо [5], зображення можна розділити на два основні класи: двохрівневі (однобітні зображення без палітри) та багаторівневі (k -бітні, з палітрою). Однобітні зображення – це найпростіший тип зображення, кожен піксель якого представлений одним бітом та може приймати значення лише 1

¹ Наук. керівник: проф. Ю.М. Рашкевич, д-р техн. наук – НУ "Львівська Політехніка"