

Означення 17. Квантове нечітке комплексне число універсуму $U \subseteq C$ називають дискретним квантовим нечітким комплексним числом, коли універсум $U \subseteq C$ є скінченою, або зліченою множиною, C – множина комплексних чисел.

Означення 18. Квантове нечітке комплексне число універсуму $U \subseteq C$ називається неперервним квантовим нечітким комплексним числом, коли універсум $U \subseteq C$ є континуальною множиною, C – множина комплексних чисел.

Означення 19. Квантовим нечітким двійковим числом називають дискретне квантове нечітке дійсне число універсуму $U \subseteq R$, коли елементарні елементи універсуму U є двійковими числами.

Кожне з уточнених означень, роботи автора [4] і як наслідок його роботи [5] опирається на означення 4 даної роботи.

Висновки. Математично уточнено формулювання поняття квантової нечіткої множини на основі математичного уточнення області значення її індикаторної функції і на базі цього уточнено похідні поняття, які є його частинними видами – це дискретна квантова нечітка множина, континуальна квантова нечітка множина, булеан квантових нечітких множин, нормована квантова нечітка множина, дискретна нормована квантова нечітка множина, континуальна нормована квантова нечітка множина, булеан нормованих квантових нечітких множин, квантове нечітке дійсне число, дискретне квантове нечітке дійсне число, неперервне квантове нечітке дійсне число, квантове нечітке комплексне число, дискретне квантове нечітке комплексне число, неперервне квантове нечітке комплексне число, квантове нечітке двійкове число.

Література

1. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – Т.1, № 2. – С. 158-161.
2. Пастух О.А. Квантова нечітка випадкова подія та її маргінальна амплітуда ймовірності / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – № 5. – С. 58-60.
3. Пастух О.А. Повний бінарний уніфікований квантових нечітких булевих підмножин на просторі $[0; \infty)$ / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2007. – № 1. – С. 196-198.
4. Пастух О.А. Основи зв'язку між математичними формалізмами інформаційних систем, нечітких інформаційних систем та квантових інформаційних систем / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – № 3. – С. 87-98.
5. Пастух О.А. Уточнення поняття квантової нечіткої множини та ряду понять, які є його частинними видами / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2009. – № 3. – С. 96-106.

УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325

Доц. Д.Д. Пелешко,
канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка"

ІНФОРМАТИВНІСТЬ ТА ЕНТРОПІЯ ДИНАМІЧНОЇ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ В ОКРЕМИХ ЗАДАЧАХ ОБРОБЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ У НАБОРАХ

Через використання кількісних характеристик динамічної теорії інформації, а саме – середньої інформативності, δ -ентропії та приведеної δ -ентропії, розв'язано за-

дачу суміщення однотипних зображень. Рішення задачі передбачає квантування фрагментів топологій зображень набору, майже факторизації квантованого простору і пошук кореляційного максимуму на майже фактор-просторі топології зображення. Квантування реалізується через впорядкування за зростанням значень кольору фрагментів. Майже факторизація здійснюється через напівметрику, яка будується за характеристиками динамічної теорії інформації. Наведено результати порівняльного аналізу швидкості роботи різних алгоритмів суміщення зображень у наборах.

Assoc. prof. D.D. Peleshko – NU "L'vivs'ka Politekhnik"

Informing and entropy of dynamic information theory is in the separate tasks of processing of images in sets

The informative and entropy of the dynamic theory and the problem of the image mapping in the collection set are used through the quantitative characteristics of the dynamic information theory (the average informative, the δ -entropy and the discounted δ -entropy), and the task with the same type images was solved. The decision of the task foresee the quantum of fragments of the set images topologies, the factorizations of the quantized space and search of cross-correlation maximum on the space factor of the image topologies. A quantum will be realized through equipping of the growth of values of color fragments. The factorization realized through the metrics which is built after descriptions of the dynamic information theory. There are results of the comparative analysis speed of work of different algorithms image combinations in sets.

Вступ. Більшість методів оброблення базуються на використанні якісних характеристик зображень. А тому у випадках нечітких, розмитих і т. ін. зображень виникає потреба попереднього оброблення з метою покращення якісних характеристик. Це, очевидно, впливає на сумарний час оброблення. Понад це кінцевий результат безпосередньо стає залежним від якості попереднього оброблення.

Тому основною *метою цього дослідження* є привнесення в обробку зображень кількісних характеристик. Для цього на прикладі задачі суміщення і пошуку за зразком пропонується метод, який базується на використанні кількісних характеристик динамічної теорії інформації, зокрема інформативності та ентропії як кількісних мір стохастичних сигналів [3]. Іншим завданням нашої роботи є розроблення методу для побудови алгоритму вирішення задачі суміщення чи пошуку за зразком.

За основу вирішення поставлених завдань вибрано задачу пошуку кореляційного максимуму. Її основною вадою є потреба у значних обчислювальних ресурсах під час практичної реалізації. Внаслідок цього швидкість роботи алгоритмів, побудованих на основі кореляції, дуже низька. Тому для задач суміщення зображень та пошуку за зразком у динамічних системах чи у наборах відеовідділів такі алгоритми на сьогодні практично не використовують.

1. Постановка задачі

Метою цієї роботи є модифікація методу пошуку кореляційного максимуму для пришвидшення процесу суміщення однотипних зображень у прикладних наборах та вирішення задачі пошуку за зразком на основі кількісних характеристик стохастичного сигналу. За основу модифікації пропонуємо використати методи динамічної теорії інформації.

Предметом дослідження є задача пошуку кореляційного максимуму у наборі однотипних зображень. Для досягнення поставленої мети потрібно здійснити такі дії:

- визначити "зразок" і сформулювати топології зображень;
- квантувати простори елементів топології зображення;
- звузити отриманий топологічний простір через формулювання і вирішення задачі майже факторизації. Основним інструментарієм тут є побудована напівметрика для характеристик моделі представлення зображень;
- звузити майже простір шляхом вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму через введення кореляційної метрики;
- для задачі суміщення зображень за остаточно звуженим простором фрагментів визначити величини зміщення для кожного зображення набору.

2. Топології для задачі суміщення зображень набору

Нехай задано набір P однотипних зображень з координатною $\mathfrak{Z}_P = \mathfrak{Z}_{X^{2+,d}}$ та колірною топологіями $\square_P$ [8]. При цьому треба пам'ятати, що $\square_P$ індукується $\mathfrak{Z}_P$. У кожній з цих топологій визначимо скінченні покриття: фреймове $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi) \subseteq \mathfrak{Z}_{X^{2+,d}}$ та індуковане фрагментне $\mathfrak{P}$ в $\square_P$ [1, 4, 8].

Серед зображень набору виберемо довільне зображення, стосовно якого буде здійснюватись операція суміщення. Таке зображення будемо називати *фіксованим*. Для зручності подальшого викладу нехай таке зображення має індекс в наборі, який дорівнює 1. Тобто в наборі P фіксованим є зображення $P_{\text{фікс}} = P_1$. Тоді через P' позначимо набір з решти зображень

$$P' = P \setminus \{P_1\} = \{P_z\}_{z=2..N}. \quad (1)$$

На $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ визначимо фрейм

$$X_{\text{fr1,зад}}^{2+,d} = X_{\text{fr1,зад}}^{2+,d} (\Delta_{x1,\text{зад}}, \Delta_{y1,\text{зад}}, l_{\text{fr1,зад}}, h_{\text{fr1,зад}}), \quad (2)$$

якому на P_1 відповідає індукований фрагмент зображення $P_{1,\text{зад}} \in \mathfrak{P}$.

Вважатимемо, що фреймове покриття $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ гомеоморфне [2, 6] фрейму $X_{\text{fr1,зад}}^{2+,d}$ за розмірами. Тут гомеоморфізм за розмірами визначає те, що усі елементи $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ мають розміри $l_{\text{fr1,зад}}$ і $h_{\text{fr1,зад}}$, а відрізняються лише координатами початку.

З $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ за заданої $\mathfrak{Z}_P$ сформуємо фреймове покриття набору P' за правилом

$$\chi_{P'} = \{\chi_z\}_{z=2..N}, \quad (\chi_z | N_\chi) \in \mathfrak{Z}_P, \quad (3)$$

$$\text{де} \quad \forall z_1, z_1 \in [2..N]: \quad \chi_{z_1} = \chi_{z_2}; \quad \chi_{z_1}, \chi_{z_1} \in \chi'_{P'}. \quad (4)$$

Формули (3) і (4) означають, що фреймове покриття $\chi_{P'}$ набору P' складається з $N-1$ топологічно еквівалентних покриттів $(X^{2+,d}, \mathfrak{Z}_{X^{2+,d}})$, елементи яких ще й однакові за розмірами. При цьому важливо відзначити, що розмірність кожного χ_z дорівнює N_χ . Тоді справджується

$$\dim \chi_{P'} = (N-1)N_\chi. \quad (5)$$

і до розгляду треба приймати топологічний простір $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$.

Фреймове покриття (3) засобом неперервного відображення C [7] індукує фрагментне покриття $\mathfrak{P}' \subseteq \mathfrak{P}$, яке належить топології $\square_{P'} \subseteq \square_P$ набору P' , за правилом

$$\square_{P'} = \square_P \setminus \{\square_1\} = \{\square_z\}_{z=2..N}; \quad \mathfrak{P}' = \mathfrak{P} \setminus \{\mathfrak{P}_1\} = \{\mathfrak{P}_z\}_{z=2..N}; \quad \mathfrak{P}' \subseteq \square_{P'} \subseteq \square_P. \quad (6)$$

Фактично $\chi_{P'}$ і $\mathfrak{P}'$ є звуженнями χ_P і $\mathfrak{P}$ відповідно.

Оскільки $\mathfrak{P}$ є індуковане неперервним відображенням C [7], то визначений для $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ гомеоморфізм (за розмірами) до фрейму $X_{\text{fr}1,\text{зад}}^{2+,d}$ має місце для елементів просторів $\mathfrak{P}$ і $\mathfrak{P}'$ до фрагмента $P_{1,\text{зад}}$. При цьому для елементів $\mathfrak{P}$ і $\mathfrak{P}'$ не існує топологічної еквівалентності, подібної до (3). Це означає, що набір P' можна подати у вигляді скінченного набору фрагментів $P_{z,m}$ з розмірами $l_{\text{fr}1,\text{зад}}$ і $h_{\text{fr}1,\text{зад}}$

$$P' = \{P_z\} = \left\{ \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} = C_{z,m} \left(X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \right) \right\}_{m=1..N_\chi} \right\}_{z=2..N}; \quad \forall z, m: X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in \chi_z. \quad (7)$$

Зазначимо, що розмірність кожного $\mathfrak{P}_z$ становить N_χ , тобто існує простір $(\mathfrak{P}_z | N_\chi)$. Тоді розмірність $\mathfrak{P}'$ за (5) становить

$$\dim \mathfrak{P}' = (N-1)N_\chi, \quad (8)$$

і до розгляду треба приймати простір $(\mathfrak{P}' | (N-1)N_\chi)$.

3. Характеристики динамічної теорії інформації на топологіях зображень

За [3] для фрагмента $P_{z,m} \in P_z$ як елементарної ділянки, яка відповідає координатному m -му фрейму $X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in X^{2+,d}$ (з розмірами $l_{\text{fr}z,m}$ і $h_{\text{fr}z,m}$) покриття $(\chi_{X^{2+,d}} | N_\chi)$ топології $\mathfrak{P}$, введемо характеристики динамічної теорії інформації:

- інформативність $\bar{I}_{z,m}^\delta$ – кількість інформації, яка міститься в реалізації випадкового процесу C_z при представленні його ступеневою функцією із величиною сходинки $\delta_{xz,m}$

$$P_{z,m} \rightarrow \bar{I}_{z,m}^\delta = \frac{1}{\delta_{xz,m} X_{\text{fr}z,m}^{2+,d}} \int \left| C_{z,m}'(x) \right| dx; \quad X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in (\chi_z | N_\chi), \quad m \geq 1, \quad z = 1..N; \quad (9)$$

- δ -ентропію $H_{z,m}^\delta$ – середня величина зміни випадкового процесу у квантах $\delta_{xz,m}$ на інтервалі Δx – міра невизначеності зміни випадкового процесу

$$P_{z,m} \rightarrow H_{z,m}^\delta = \frac{\Delta x}{\delta_{xz,m}} M \left[\frac{dC_{z,m}}{dx} \right], \quad X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in (\chi_z | N_\chi), \quad m \geq 1, \quad z = 1..N; \quad (10)$$

- приведену δ -ентропію $h_{z,m}^\delta$ – міру невизначеності, яка повністю визначається законом розподілу і перебуває в діапазоні (0-1)

$$P_{z,m} \rightarrow h_{z,m}^\delta = \frac{M \left[C_{z,m}'(x) \right]}{\max_{x \in X_{\text{fr}z,m}^{2+,d}} \left[C_{z,m}'(x) \right]}, \quad X_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \in (\chi_z | N_\chi), \quad m \geq 1, \quad z = 1..N. \quad (11)$$

Тут N_{χ} – розмірність топологій $\chi_{\chi^{2+,d}}$ та $\mathcal{G}_z$; M – символ математичного сподівання.

У випадку, коли координатна топологія є однаковою для усіх рисунків набору, маємо

$$\forall m \in [1..N_{\chi_z}]: \delta_{xz,m} = \delta_{xz}, \quad z = 1..N. \quad (12)$$

І мають місце співвідношення

$$\forall z \in [1..N]: P_z \rightarrow \bar{I}_z^{\delta} = \sum_{m=1}^{N_{\chi_z}} \bar{I}_{z,m}^{\delta}; P_z \rightarrow H_z^{\delta} = \sum_{m=1}^{N_{\chi_z}} H_{z,m}^{\delta}; P_z \rightarrow h_z^{\delta} = \sum_{m=1}^{N_{\chi_z}} h_{z,m}^{\delta}, \quad (13)$$

де $\bar{I}_z^{\delta}, H_z^{\delta}, h_z^{\delta}$ – інформативність, δ -ентропія та приведена δ -ентропія z -го зображення P_z .

Формули (13) свідчать про введення деякої адитивної групи функціоналів (інформативності $\{\bar{I}_{z,m}^{\delta}\}$, δ -ентропії $\{H_{z,m}^{\delta}\}$ і приведеної δ -ентропії $\{h_{z,m}^{\delta}\}$) над полем $\mathfrak{F}_P$. У випадку розгляду фрагмента $P_{z,m}$ топології $\square_z$ як випадкової дискретної величини, вирази (9)–(11) видозміняться [3]

$$P_{z,m} \rightarrow \bar{I}_{z,m}^{\delta} = \frac{1}{s_{fr z,m}} \sum_k^{N_{z,m}^{\delta}} I_{z,m(k)}^{\delta} = \frac{1}{s_{fr z,m}} \sum_k^{N_{z,m}^{\delta}} \log_2(N_{z,m(k)}^{\delta} + 1); \quad (14)$$

$$I_{z,m(k)}^{\delta} = \log_2(N_{z,m(k)}^{\delta} + 1);$$

$$P_{z,m} \rightarrow H_{z,m}^{\delta} = \sum_{k=1}^{N_{z,m}^{\delta}} p_{z,m(k)} \log_2(N_{z,m(k)}^{\delta} + 1), \quad p_{z,m(k)} = \frac{N_{z,m(k)}^{\delta}}{s_{fr z,m}}; \quad (15)$$

$$P_{z,m} \rightarrow h_{z,m}^{\delta} = \frac{H_{z,m}^{\delta}}{\log_2\left(\frac{\max(C_{z,m})}{\delta_{xz,m}} + 1\right)}, \quad X_{fr z,m}^{2+,d} \in \chi_z, \quad m \in [1..N_{\chi_z}], \quad z = 1..N, \quad (16)$$

де: $I_{z,m(k)}^{\delta}$ – умовні інформаційні характеристики – кількість інформації, яка знаходиться в k -му рівні ранжування (квантування); s_z – площа $X_z^{2+,d}$, $N_{z,m}^{\delta} + 1$ – кількість рівнів квантування в області значень C_z ; $N_{z,m(k)}^{\delta}$ – кількість k -ї випадкової величини.

4. Суміщення зображень набору за характеристиками динамічної теорії інформації

4.1. Майже факторизація просторів покриття зображень набору, представленого характеристиками енергетичної теорії сигналів

Для визначення характеристик (14)–(16) (для кожного фрагмента $P_{z,m}$) потрібно вирішити задачу квантування (ранжування) значень $c_{z,m(i,j)}^d$ у межах $P_{z,m}$, тобто групування за деякою властивістю – властивістю квантування.

З цією метою кожне $X_{fr z,m}^{2+,d} \in (\chi_z | N_{\chi_z})$ та $P_{z,m} \in (\mathcal{G}_z | N_{\chi_z})$ розкладемо у вектори $I_{z,m}^X$ та $I_{z,m}^C$ відповідно. На цих відрізках прийемо властивість квантування, наприклад впорядкованість за зростанням. Тоді

$$I_{z,m}^X = \sum_{k=1}^{N_{z,m}^\delta} I_{z,m}^X(k); \quad I_{z,m}^C = \sum_{k=1}^{N_{z,m}^\delta} I_{z,m}^C(k); \quad I_{z,m}^C(k) \rightarrow I_{z,m}^X(k), \quad (17)$$

$$\text{таких що} \quad I_{z,m}^X(1) < I_{z,m}^X(2) < \dots < I_{z,m}^X(N_{z,m}^\delta); \quad I_{z,m}^C(1) < I_{z,m}^C(2) < \dots < I_{z,m}^C(N_{z,m}^\delta). \quad (18)$$

За (17), (18) для кожної пари $(I_{z,m}^X(k); I_{z,m}^C(k))$ визначимо $I_{z,m}^\delta(k)$ та $P_{z,m}(k)$, а за ними характеристики $\bar{I}_{z,m}^\delta$, $H_{z,m}^\delta$, $h_{z,m}^\delta$ фреймів $X_{\text{fr } z,m}^{2,+d} \in (\chi_z | N_{\chi_z})$ та фрагментів $P_{z,m} \in (\vartheta_z | N_{\chi_z})$.

Подібним чином із тією характеристикою квантування визначимо $\bar{I}_{1,\text{зад}}^\delta$, $H_{1,\text{зад}}^\delta$, $h_{1,\text{зад}}^\delta$ для фрагмента $P_{1,\text{зад}}$.

У результаті отримаємо набори характеристик просторів $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$ та $(\vartheta_{P'} | (N-1)N_\chi)$:

$$\left(\begin{matrix} \chi_{P'} \\ \vartheta_{P'} \end{matrix} \right) \xrightarrow{\bar{I}^\delta} \{ \bar{I}_{z,m}^\delta \}; \quad \left(\begin{matrix} \chi_{P'} \\ \vartheta_{P'} \end{matrix} \right) \xrightarrow{H^\delta} \{ H_{z,m}^\delta \}; \quad \left(\begin{matrix} \chi_{P'} \\ \vartheta_{P'} \end{matrix} \right) \xrightarrow{h^\delta} \{ h_{z,m}^\delta \}, \quad z = 2..N. \quad (19)$$

Для розв'язування практичних задач достатньо вибрати одну із трьох характеристик (9)-(11). Тут важливо зауважити, що характеристики $\bar{I}_{z,m}^\delta$, $H_{z,m}^\delta$, $h_{z,m}^\delta$ лише кількісно за значенням $c_{z,m,(i,j)}^d$ визначаються з $P_{z,m}$. Тобто простір $(\vartheta_{P'} | (N-1)N_\chi)$ володіє лише кількісними характеристиками, які неявно через властивість квантування можуть використовувати якісно значення $c_{z,m,(i,j)}^d$.

Напівметрика для задачі майже факторизації $(\chi_{P'} | (N-1)N_\chi)$ замінюються на напівметрики $d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}})$, $d_{H^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}})$ та $d_{h^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}})$ відповідно

$$\forall P_{z,m} \in \vartheta_{P'}: d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = |\bar{I}_{z,m}^\delta - \bar{I}_{1,\text{зад}}^\delta|; \quad (20)$$

$$d_{H^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = |H_{z,m}^\delta - H_{1,\text{зад}}^\delta|; \quad d_{h^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = |h_{z,m}^\delta - h_{1,\text{зад}}^\delta|.$$

Твердження. Метрики (20) є напівметриками.

Доведення.

Оскільки (20) є евклідовими відстанями, то звідси випливають умови того, що (20) є метриками.

Відношення еквівалентності як умова напівметрики впливає з того, що для характеристики (14)-(16) як інтегральних характеристик $P_{z,m}$ можлива ситуація, коли

$$\exists z \in [2..N], \quad m \in [2..N_\chi]: \bar{I}_{z,m}^\delta = \bar{I}_{1,\text{зад}}^\delta; \quad H_{z,m}^\delta = H_{1,\text{зад}}^\delta; \quad h_{z,m}^\delta = h_{1,\text{зад}}^\delta. \quad (21)$$

Це означає, що для $P_{z,m} \neq P_{1,\text{зад}}$ має місце

$$d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = 0; \quad d_{H^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = 0; \quad d_{h^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{1,\text{зад}}) = 0, \quad (22)$$

що визначає метрику (20) як напівметрику.

Володіючи напівметриками (20), можна вирішити задачу побудову майже фактор-просторів $\vartheta_{(\vartheta_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon$, $\vartheta_{(\vartheta_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{H^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon$ та $\vartheta_{(\vartheta_{P'} | (N-1)N_\chi), d_{h^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon$ для кожної характеристики за допомогою видозміненої нерівності

$$\forall P_{z,m} : d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}}) \leq \varepsilon; \quad d_{H^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}}) \leq \varepsilon; \quad d_{h^\delta, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}}) \leq \varepsilon. \quad (23)$$

Простори $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ та $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ треба розглядати як набори фрагментів набору P' , "підозрілих" на подібність фрагменту $P_{l, \text{зад}}$ (умовою (23)). При цьому також мають співвідношення розмірностей майже фактор-просторів до розмірності топології $\mathfrak{G}_{P'}$

$$\begin{aligned} \forall \mathfrak{G}_z \in \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} : \dim \mathfrak{G}_z \leq N_\chi; \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} &\leq \dim \mathfrak{G}_{P'} = (N-1)N_\chi; \\ \forall \mathfrak{G}_z \in \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} : \dim \mathfrak{G}_z \leq N_\chi; \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} &\leq \dim \mathfrak{G}_{P'} = (N-1)N_\chi; \quad (24) \\ \forall \mathfrak{G}_z \in \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} : \dim \mathfrak{G}_z \leq N_\chi; \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} &\leq \dim \mathfrak{G}_{P'} = (N-1)N_\chi. \end{aligned}$$

Якщо прийняти, що $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ та $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ відповідають майже фактор-простори $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ та $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, такі що

$$\begin{aligned} \left(\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \mid \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \right) &\subseteq (\chi_{P'} \mid (N-1)N_\chi); \\ \left(\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \mid \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \right) &\subseteq (\chi_{P'} \mid (N-1)N_\chi); \quad (25) \\ \left(\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \mid \dim \mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}} \right) &\subseteq (\chi_{P'} \mid (N-1)N_\chi), \end{aligned}$$

то (24), (25) означають, що через вирішення задачі майже факторизації вдалось звужити простори $(\mathfrak{G}_{P'} \mid (N-1)N_\chi)$ і $(\chi_{P'} \mid (N-1)N_\chi)$ для кожної характеристики.

Наступним кроком є звуження пар просторів $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ і $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ і $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{H^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ та $\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ і $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{h^\delta, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ до одного фрейму через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму.

4.2. Задача пошуку кореляційного максимуму на майже фактор просторі покриття зображення

Для звуження пар просторів $(\mathfrak{G}_{(\mathfrak{G}_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{G, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$ і $\chi_{(\chi_{P^l|(N-1)N_\chi}, d_{G, \text{fr}})^{/\sim \varepsilon}}$, де $G = \{\bar{I}^\delta, H^\delta, h^\delta\}$, до одного фрейму через вирішення задачі пошуку кореляційного максимуму введемо до розгляду метрику

$$\forall P_{z,m} \in \mathfrak{G}_{P'} : d_{r_{\text{max}}, \text{fr}}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}}) = r_{z,m,G}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}}), \quad G = \{\bar{I}^\delta, H^\delta, h^\delta\}, \quad (26)$$

де $r_{z,m,G}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}})$ – кореляції [10] між значеннями кольору (чи інтенсивності) фрагменту $P_{z,m}$ із заданим $P_{l, \text{зад}}$. Розрахункова формула для $r_{z,m,G}(P_{z,m}, P_{l, \text{зад}})$ має такий вигляд:

$$r_{z,m,G}(P_{l, \text{зад}}, P_{z,m}) = \frac{M(P_{l, \text{зад}}, P_{z,m}) - M P_{l, \text{зад}} M P_{z,m}}{\sigma P_{l, \text{зад}} \sigma P_{z,m}}; \quad m = 1..N_\chi; \quad z = 2..N, \quad (27)$$

де $c_{l, \text{зад}, (i, j)}^d$ – значення кольору фрагмента $P_{l, \text{зад}}$; N_{χ_z} – розмірність покриттів $\chi_z \in \mathcal{X}_{(\chi_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{G, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon, G = \{\bar{I}^\delta, H^\delta, h^\delta\}$ та $\mathcal{G}_z \in \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{G, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon, G = \{\bar{I}^\delta, H^\delta, h^\delta\}$; σ – символ середньоквадратичного відхилення.

В результаті (27) для кожного χ_z та $\mathcal{G}_z$ отримуємо набір значень кореляцій $r_{z, m, G}(P_{z, m}, P_{l, \text{зад}})$, які є характеристиками фрагментів $P_{z, m} \in \mathcal{G}_z$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \chi_z \\ \mathcal{G}_z \end{array} \right) &\rightarrow \{r_{z, m, G}(P_{l, \text{зад}}, P_{z, m})\}_{m=1..N_{\chi_z}}, \quad z = 2..N; \\ \chi_z &\in \mathcal{X}_{(\chi_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{G, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon; \quad \mathcal{G}_z \in \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{G, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon. \end{aligned} \quad (28)$$

На наборі $\{r_{z, m, G}(P_{l, \text{зад}}, P_{z, m})\}$ для кожного z та G вирішуємо задачу пошуку кореляційного максимуму із заданим $P_{l, \text{зад}}$

$$I_{r, \max, G} = \left\{ \max_m (r_{z, m, G}(P_{l, \text{зад}}, P_{z, m})) \neq 0 \right\}_{z=2..N}, \quad G = \{\bar{I}^\delta, H^\delta, h^\delta\}. \quad (29)$$

У випадку, якщо ненульового кореляційного максимуму за заданого z , не існує, то це зображення видаляється з набору і в подальшому розв'язанні задачі суміщення не розглядається. Надалі вважатимемо, що для будь-якого z ненульова кореляція існує.

За (28) знаходимо відповідний $P_{z, m} \in \mathcal{G}_z \in \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), G} / \sim^\varepsilon$ і формуємо остаточні набори

$$\mathcal{G}_{P' \max r, G} = \{P_{z, m} \mid P_{z, m} \rightarrow I_{r, \max, G}\}_{z=2..N}, \quad (30)$$

$$\mathcal{X}_{P' \max r, G} = \{X_{\text{fr } z, m}^{2+, d} \mid P_{z, m} = C(X_{\text{fr } z, m}^{2+, d}), P_{z, m} \in \mathcal{G}_{P' \max r, G}\}_{z=2..N}. \quad (31)$$

Оскільки розмірність $I_{r, \max, G}$ дорівнює $N-2$, то

$$\dim \mathcal{X}_{P' \max r} = \dim \mathcal{G}_{P' \max r} = N - 2. \quad (32)$$

Очевидно, що $\mathcal{G}_{P' \max r, \bar{I}^\delta} \subset \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \mathcal{G}_{P'} \subseteq \mathcal{G}_P$,

$\mathcal{G}_{P' \max r, H^\delta} \subset \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{H^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{G}_{P'} \subseteq \mathcal{G}_P$ та $\mathcal{G}_{P' \max r, h^\delta} \subset \mathcal{G}_{(\mathcal{G}_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{h^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{G}_{P'} \subseteq \mathcal{G}_P$

належить топологіям $\square_{P'}$ та $\square_P$. Аналогічно для координатної області вирішена задача побудови $\mathcal{X}_{P' \max r, G}$ такого, що для кожної характеристики:

$$\mathcal{X}_{P' \max r, \bar{I}^\delta} \subset \mathcal{X}_{(\chi_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{\bar{I}^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{X}_{P'} \subseteq \mathcal{X}_P, \quad \mathcal{X}_{P' \max r, H^\delta} \subset \mathcal{X}_{(\chi_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{H^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{X}_{P'} \subseteq \mathcal{X}_P$$

$$\text{та } \mathcal{X}_{P' \max r, h^\delta} \subset \mathcal{X}_{(\chi_{P'}|(N-1)N_{\chi}), d_{h^\delta, \text{fr}}} / \sim^\varepsilon \subseteq \mathcal{X}_{P'} \subseteq \mathcal{X}_P.$$

Фрагментний набір $(\mathcal{G}_{P' \max r, G} \mid N-2)$ є результатом двоетапного звуження $\mathcal{G}_{P'}$ до $N-2$ фрагментів, кожен з яких відповідає окремому P_z набору P' . Подібно до $(\mathcal{G}_{P' \max r, G} \mid N-2)$, фреймовий набір $(\mathcal{X}_{P' \max r, G} \mid N-2)$ є результатом звуження $\mathcal{X}_{P'}$ і містить для кожного z по одному фрейму $X_{\text{fr } z, m}^{2+, d}$. Фрагменти, які належать $(\mathcal{G}_{P' \max r, G} \mid N-2)$ є рішенням задачі пошуку за зразком.

За фреймовим набором $(\chi_{P'_{\max r, G}} | N - 2)$, як зміщення між фрагментами $P_{z, m}$ і $P_{1, \text{зад}}$, знаходимо зміщення по осях $x - \Delta_{x, (1, z)}$ та по $y - \Delta_{y, (1, z)}$ кожного зображення набору P' відносно P_1 ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{x, (1, z)} = \Delta_{x, z, m} - \Delta_{x, 1, \text{зад}} \\ \Delta_{y, (1, z)} = \Delta_{y, z, m} - \Delta_{y, 1, \text{зад}} \end{array} \right\}_{z=2..N} ; \quad X_{\text{fr}z, m}^{2, +, d} \in \chi_{P'_{\max r, G}}. \quad (33)$$

Звертаємо увагу на те, що зміщення $\Delta_{x, (1, z)}, \Delta_{y, (1, z)} \in \mathbb{N}$ можуть набувати як додатних так і від'ємних значень.

5. Результати практичних експериментів суміщення зображень набору представлених скінченною енергією сигналу

На основі теоретичних результатів з п.4 розроблено практичну реалізацію методу суміщення зображень набору на основі кількісних характеристик моделі представлення зображень на динамічній теорії інформації. Оскільки набори сформовані із зображень в градаціях сірого кольору, то основною характеристикою вибрано δ -ентропії сигналу H^δ . З метою спрощення практичної реалізації умову (23) замінимо на

$$\frac{d_{H^\delta, \text{fr}}(P_{z, m}, P_{0, \text{зад}})}{|H_{z, m}^\delta|} \leq \varepsilon, \quad (34)$$

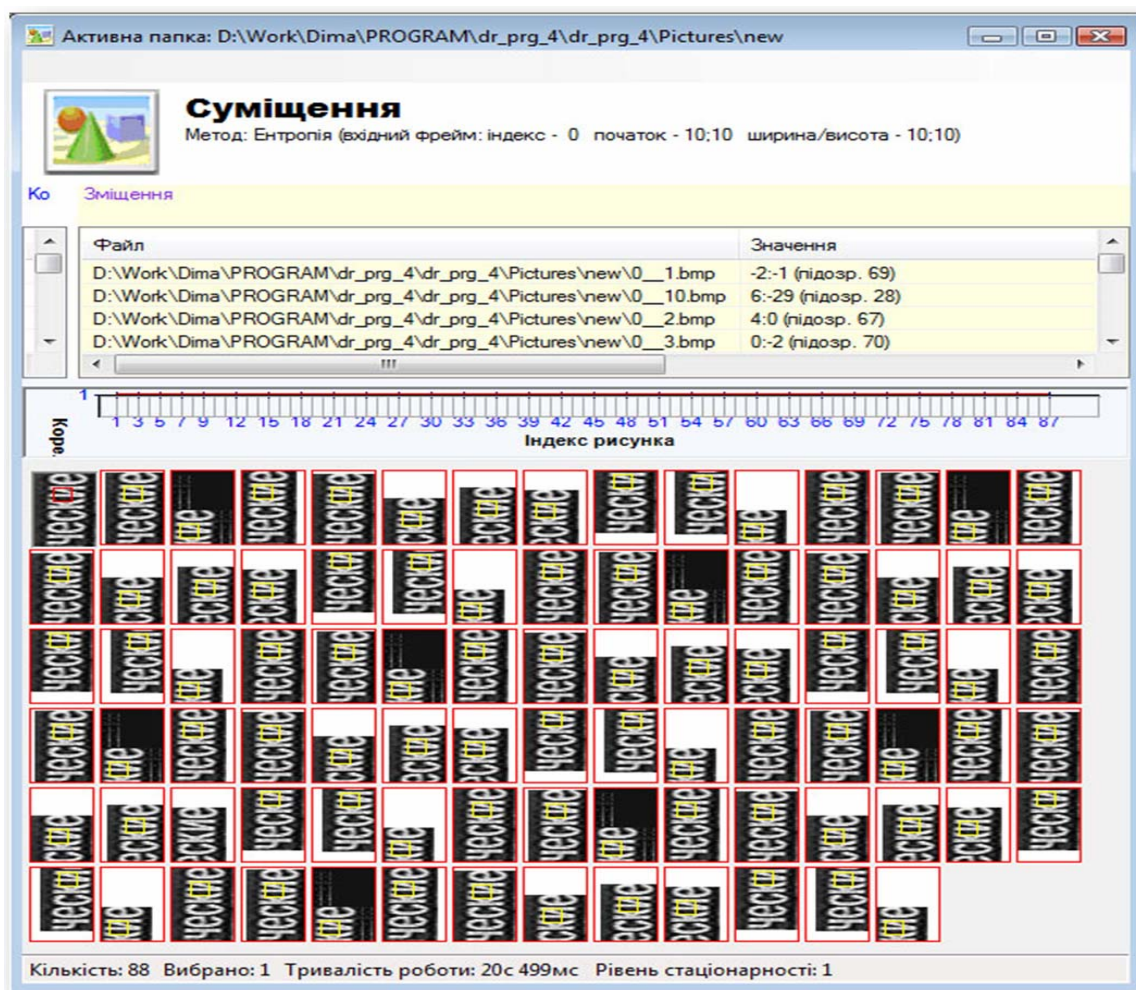


Рис. 1. Зріз екранної форми – результати суміщення НШЗЗ на основі δ -ентропії зображення

На рис. 1 наведено результати суміщення зображень НШЗЗ (набору штучно згенерованих зображень, тобто зображень отриманих як модифікації деякого наперед заданого). Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – $N = 88$; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{\text{фікс}} = P_0$. Параметри заданого фрейму $X_{\text{фр}0, \text{зад}}^{2+, d}$: $\Delta_{x,0, \text{зад}} = \Delta_{y,0, \text{зад}} = 10$; $l_{\text{фр}0, \text{зад}} = h_{\text{фр}0, \text{зад}} = 10$; $\varepsilon = 0.001$. Індесування зображень в P розпочинається з нуля, тобто $P' = \{P_1, \dots, P_{88}\}$. Заданий фрагмент на P_0 виділено червоним (рис. 1).

На рис. 2 наведено графік залежності часу роботи алгоритму суміщення від розмірності P' . Характеристики НШЗЗ є такими: розмірність набору – змінна; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів; $P_{\text{фікс}} = P_0$. Параметри заданого фрейму $X_{\text{фр}0, \text{зад}}^{2+, d}$: $\Delta_{x,0, \text{зад}} = \Delta_{y,0, \text{зад}} = 10$; $l_{\text{фр}0, \text{зад}} = h_{\text{фр}0, \text{зад}} = 10$; $\varepsilon = 0.01$.

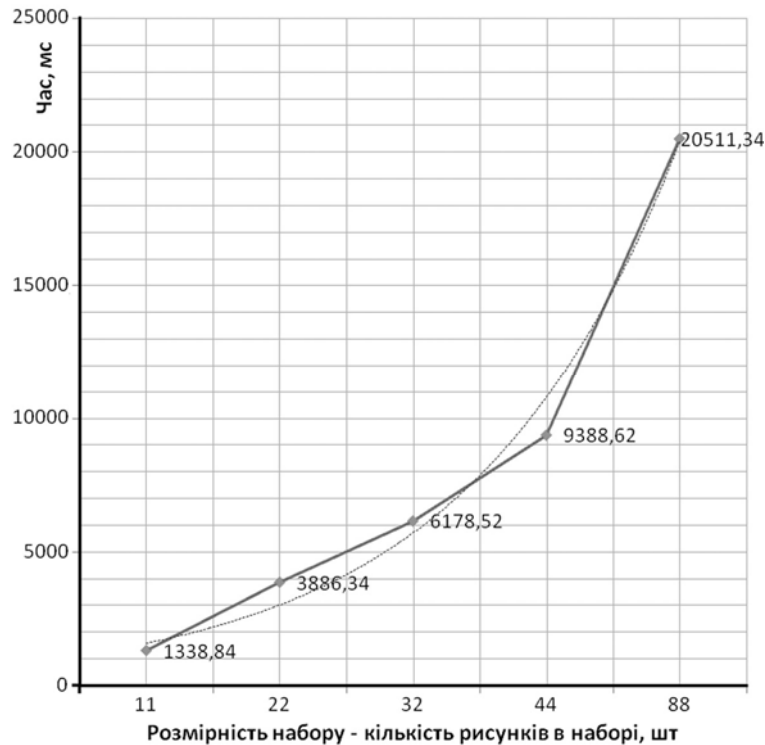


Рис. 2. Часова залежність від розмірності набору P' роботи алгоритму суміщення НШЗЗ методом δ -ентропії

Падіння швидкості із зростанням розмірності набору зображень має також експонентний характер і також зумовлене зростанням кількості арифметичних операцій.

На рис. 3 наведено графік приросту у відсотках пришвидшення роботи методу на основі δ -ентропії порівняно з методом кореляційної прив'язки для суміщення НШЗЗ. Як видно з рис. 3 суміщення методом кореляційної прив'язки є швидшим порівняно з методом на основі δ -ентропії. Але тут треба зробити декілька важливих зауважень.

Метод суміщення на основі δ -ентропії подібно до методів пропонованих вище є двоетапним, але передбачає ще одну важливу процедуру – квантування. Швидкість цієї процедури дуже істотно впливає на швидкість робо-

ти алгоритму загалом. У цьому випадку вибрано найповільнішу процедуру квантування. Це означає, що наведений графік демонструє максимальне падіння швидкості.

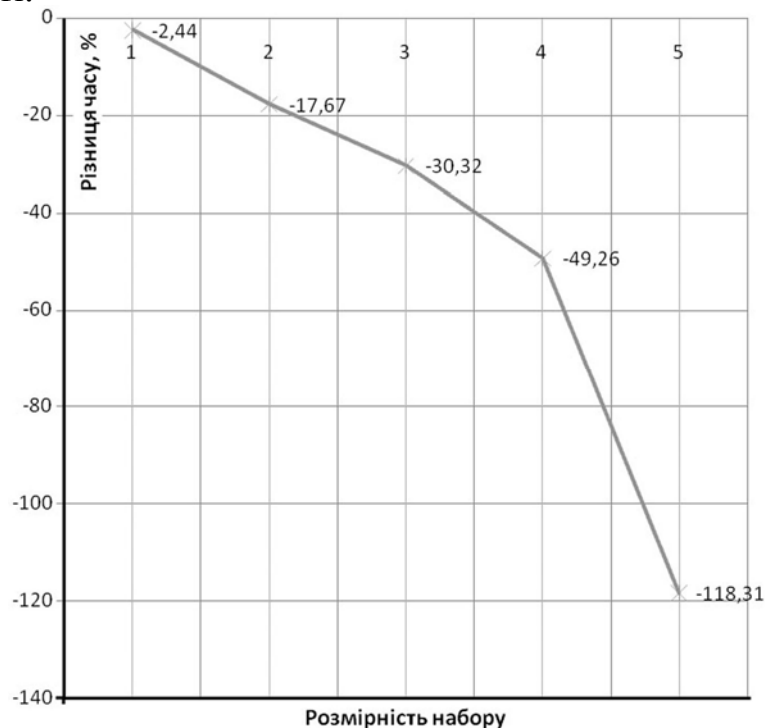


Рис. 3. Порівняння часу роботи алгоритму суміщення НШЗЗ на основі методів кореляційної прив'язки і δ-ентронії

У випадку, коли процедура квантування буде швидкою, то загальна швидкість роботи методу буде вищою. Підтвердженням цього є розмірність $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{P|(N-1)N_{\chi}}, d_{H\delta,fr})} / \sim \varepsilon$ (рис. 4).

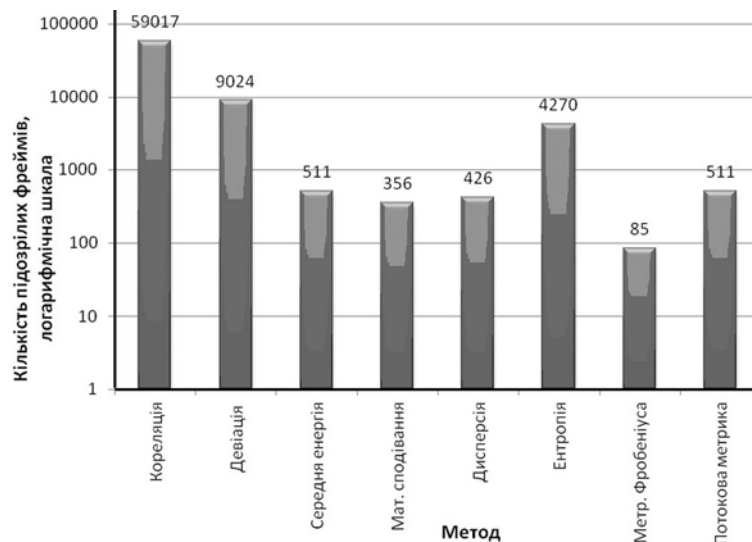


Рис. 4. Розмірності майже фактор-просторів, отриманих у процесі суміщення різними методами

На рис. 4 наведено розмірності майже фактор-просторів, отриманих за відомими методами при суміщенні НШЗЗ, характеристики якого збігаються у випадку рис. 1. Незважаючи на те, що розмірність майже фактор простору $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{P|(N-1)N_{\chi}}, d_{H\delta,fr})} / \sim \varepsilon$ є не найгіршою ($\dim \mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_{P|(N-1)N_{\chi}}, d_{H\delta,fr})} / \sim \varepsilon = 4270$), загальна

швидкість алгоритму є дуже низькою (рис. 3, 4). Таке падіння швидкості пояснюється втратами роботи алгоритму, які спричинені розрахунком ентропії H^δ . Зокрема, у нашому випадку для реалізації процедури квантування вибрано сортування за методом бульбашки, який є одним із найповільніших методів сортування. До часу, який витрачено на сортування, треба додати час розрахунку ентропії H^δ за (10) і час, який витрачено на звуження $\mathfrak{D}_{(\mathfrak{D}_P((N-1)N_\chi), d_{H^\delta, fr})} / \sim \varepsilon$ пошуком кореляційного максимуму.

У підсумку отримаємо дуже значне падіння швидкості роботи порівняно з відомими методами. Фактично спосіб практичної реалізації вибраний такий, щоб продемонструвати не найнижчий час роботи, а найбільш можливе падіння швидкості роботи.

Визначальною особливістю методу є характеристики, на яких будується метод. Ці характеристики, на відміну від характеристики інших методів, є єдиними, які кількісно характеризують фрагмент. Тобто якісні показники, зокрема значення кольору, не використовуються у явному вигляді, оскільки важливим є кількість значень кольору. Іншими словами, вперше запропоновано схему оброблення зображень на основі кількісних характеристик, а модель пришвидшення можлива через покращення способу обчислення цих характеристик.

У разі вибору швидких методів квантування, обчислення характеристик може істотно бути пришвидшене. Внаслідок цього зростатиме швидкість роботи методу.

Висновки. Розроблений метод, паралельно до задачі суміщення зображень набору, дає змогу вирішити класичну задачу пошуку за зразком і може бути використаний частково чи повністю при вирішенні задач сегментації або класифікації.

Метод, який розроблений на основі характеристик динамічної теорії інформації, робить можливим вибір різних основних обчислювальних характеристик, що у випадках подальшого оброблення зображень за методами теорії дає змогу уникнути повторного розрахунку характеристик і пришвидшити загальний процес роботи в цілому.

Метод на основі характеристик динамічної теорії інформації дав змогу привнести в процес суміщення кількісні характеристики зображень та фрагментів. Це означає, що для вирішення задач суміщення, сегментації та класифікації, значення кольору пікселя зображення можуть використовуватись неявно. Такий підхід дає змогу розробляти нові методи у випадках зображень, у яких значення кольорів є не чіткими (розмитими) і не існує способів їх якісного покращення.

Література

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. – М. : Изд-во "Наука", 1977. – 462 с.
2. Гусейн-Заде С.М. Лекции по дифференциальной геометрии. – М. : Изд-во "МГУ", 2001. – 312 с.
3. Боюн В.П. Динамическая теория информации. Основы и приложения. – К. : Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2001. – 326 с.

4. Милнор Дж. Дифференциальная топология / Дж. Милнор, А. Уоллес. – М. : Изд-во "Мир", 1972. – 326 с.

5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н.С. Пискунов. – М. : Изд-во "Наука" Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1972. – Т.2. – 572 с.

6. Пелешко Д.Д. Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів / Д.Д. Пелешко, Ю.М. Рашкевич // Матеріали міжнародної наукової конференції Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2009) 18-22 травня 2009 року. – Євпаторія, Крим, Збірка у двох томах. – Т.2. Секція 4 – Обчислювальний інтелект та індуктивне моделювання. – С. 401-405.

7. Пелешко Д.Д. Топології зображень та наборів зображень // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : НЛТУ України. – 2009. – Вип. 19.4. – С. 236-242.

8. Шлезингер М.М. О построение эталонов для корреляционных читающих автоматов / М.М. Шлезингер, Л.А. Святогор // III Всесоюзная конференция по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации. – М. : Всесоюзн. ин-т науч. и техн. информации, 1967. – Т. 3. – С. 129-139.

9. Рашкевич Ю. Центрування зображень на основі методів кореляційного аналізу / Ю. Рашкевич, Д. Пелешко, Б. Демида, Н. Куфра // Збірник наукових праць : Ін-т проблем моделювання в енергетиці. – К., 2005. – Вип. 29. – С. 121-128.
