

Наше дослідження дає змогу зробити такі висновки:

- зі збільшенням грошового доходу на 100, 200, 300, 400, 500 грн концентратор поляризації населення зменшується, що свідчить про зменшення кількості населення з доходами, нижчими від середнього рівня і збільшення кількості населення з доходами, вищими за середній рівень;
- зі збільшенням грошового доходу на 100, 200, 300, 400, 500 грн частка населення з від'ємними доходами та індекс поляризації зростає;
- зі збільшенням грошового доходу в зону знедолених на графіках зіставлення щільностей часток кількості населення та доходів за рівнем середньомісячного грошового доходу потрапляють особи з реальними доходами, близькими до медіанного значення.

Результати нашого дослідження дають підстави стверджувати, що штучне підвищення грошових доходів (за інших однакових умов) посилить поляризацію населення за доходами.

Література

1. **Бабич Н.П.** Статистика в науке и в бизнесе / С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабич. – К. : Вид-во "МОРИОН", 2002. – 639 с.
2. **Витрати та ресурси** домогосподарств України у 2008 р. (за даними вибіркового обстеження умов життя домогосподарств України) // Статистичний збірник. – К. : Держком. статистики України, 2009. – Ч. 1. – 436 с.
3. **Витрати та ресурси** домогосподарств України у 2008 р. (за даними вибіркового обстеження умов життя домогосподарств України) // Статистичний збірник. – К. : Держком. статистики України, 2009. – Ч. 2. – 136 с.
4. **Колмаков И.Б.** Методы расчета показателей поляризации денежных доходов населения / И.Б. Колмаков // Вопросы статистики. – 2007. – № 9. – С. 28-35.
5. **Овчарова Л.Н.** Оценка уровня бедности в России и возможные пути ее сокращения / Л.Н. Овчарова // Народонаселение. – 2003. – № 3. – С. 98-104.
6. **Овчарова Л.Н.** Оценка уровня бедности в России и возможные пути ее сокращения / Л.Н. Овчарова // Народонаселение. – 2003. – № 4. – С. 43-60.
7. **Римашевская Н.М.** Социальный вектор развития России / Н.М. Римашевская // Народонаселение. – 2003. – № 4. – С. 5-15.
8. **Римашевская Н.М.** Четыре принципиальных вопроса преодоления бедности в России / Н.М. Римашевская // Народонаселение. – 2006. – № 2. – С. 9-13.
9. **Суворов А.Е.** Доходы и потребление населения: макроэкономический анализ и прогнозирование / А.Е. Суворов. – М. : МАКС Пресс, 2001. – 271 с.
10. **Шевяков А.Ю.** Влияние социально-экономических факторов на демографические процессы / А.Ю. Шевяков, А.Я. Кирута // Народонаселение. – 2007. – № 4. – С. 4-20.

УДК 681.3+519.6

Доц. О.А. Пастух, канд. техн. наук – Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя

УТОЧНЕННЯ ОЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ КВАНТОВОЇ НЕЧІТКОЇ МНОЖИНИ НА ОСНОВІ УТОЧНЕННЯ ОБЛАСТІ ЗНАЧЕННЯ ЇЇ ІНДИКАТОРНОЇ ФУНКЦІЇ

Математично формалізовано уточнення означення вперше введенного автором у роботі [1] і зазначалося у його роботах [2, 3] поняття квантової нечіткої множини, яке своєю чергою попередньо математично уточнювалося автором у його роботах [4, 5]. І, як наслідок, уточнено означення ряду похідних понять, які є частинними поняттями квантової нечіткої множини – це континуальна квантова нечітка множина та дискретна квантова нечітка множина, квантове нечітке дійсне число відповідно дис-

кретне та неперервне, квантове нечітке комплексне число відповідно дискретне та неперервне, квантове нечітке двійкове число.

Assoc. prof. O.A. Pastukh – Ternopol technical state university named after I. Puluj

Modify definition quantum fuzzy set on the base modify applicable domain it indicator function

Definition of quantum fuzzy set had been refined mathematical, what was at the him papers [1-5]. Definition of several conceptions: continuum quantum fuzzy set and discrete quantum fuzzy set, quantum fuzzy real number discrete and quantum fuzzy real number continuum, quantum fuzzy complex number discrete and quantum fuzzy complex number continuum, quantum fuzzy binary number had been refined.

Вступ. Останнім часом дедалі більше здійснюють наукові дослідження в напрямку розроблення нових інформаційних систем, які володіють більшими обчислювальними ресурсами. Сюди ж можна віднести і роботи з розроблення нових класів інформаційних систем, зокрема, наприклад, вперше запропонованого автором класу квантових нечітких інформаційних систем (*qf*-систем), обчислювальна потужність яких базується на квантових ефектах – квантовому паралелізмі та квантовій інтерференції. В основі математичного забезпечення *qf*-систем лежить вперше введене автором поняття квантової нечіткої множини.

Аналогічно до чітких та нечітких множин, які повністю і однозначно задаються своїми індикаторними функціями, квантові нечіткі множини також задаються повно і однозначно індикаторними функціями, однак їх область значення відрізняється від області значення індикаторних функцій чітких та нечітких множин.

Огляд існуючих відомостей. Як зазначалося вище, означення поняття квантової нечіткої множини вперше введено автором у його роботі [1] і пізніше наводилося у його роботах [2, 3]. У процесі наукових досліджень, які проводилися автором з використанням вперше введених ним квантових нечітких множин, автор неодноразово приходив до чергового уточнення означення поняття квантової нечіткої множини, що відзначено у його роботах спочатку [4], пізніше [5]. Однак, результати останніх досліджень привели його до остаточного уточнення означення поняття квантової нечіткої множини, і, як наслідок, – до уточнення означення похідних від нього понять.

Мета. Для створення математично-конструктивного фундаменту математичного забезпечення *qf*-систем здійснити математично формалізоване уточнення означення поняття квантової нечіткої множини та похідних від нього понять.

Постановка завдання. Математично уточнити означення поняття квантової нечіткої множини і похідних від нього понять на основі математичного уточнення області значення індикаторної функції.

Основна частина. У першій роботі автора [1] та подальших його роботах [2, 3] наведено таке означення поняття квантової нечіткої множини.

Означення 1. Нехай U – деяка універсальна множина елементів u ,
 $I_{qfA}^{def}: U \rightarrow \{z: |z| \leq 1, z \in C\}$, де C – множина комплексних чисел. Квантовою

нечіткою множиною (*quantum fuzzy set*) qfA універсуму U називають множину виду $\{(u, I_{qfA}(u)): u \in U, qfA \subset U\}$, причому $I_{qfA}(u)$ – комплексно значна характеристична (індикаторна, приналежності) функція, що визначає степені належності u до qfA .

З цього означення випливає, що область значення індикаторної функції $I_{qfA}(u)$, $u \in U$ квантової нечіткої множини $qfA \subset U$ є множина $\{z: |z| \leq 1, z \in C\}$, де C – множина комплексних чисел.

Пізніше у своїй роботі [4] автор математично уточнює означення поняття квантової нечіткої множини на основі математичного уточнення області значення індикаторної функції квантової нечіткої множини, розглядаючи її як алгебру – поле з носієм $\{z: |z| \leq 1, z \in C\}$, C – множина комплексних чисел, та сигнатурою, що містить бінарні операції сумування, множення та унарну операцію комплексне спряження.

Означення 2. Квантовою нечіткою множиною (*quantum fuzzy set*) qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)): I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U, qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle: U \rightarrow \hat{C} = \langle \hat{C}, \Omega_{\hat{C}} \rangle,$$

де: $\hat{C} = \langle \hat{C}, \Omega_{\hat{C}} \rangle$ – поле, $\hat{C} = \{z: |z| \leq 1, z \in C\}$ – носій поля; C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\hat{C}} = \{+, \bullet, *\}$ – сигнатура поля, що містить бінарні операції сумування, множення та унарну операцію комплексне спряження.

Ще пізніше у своїй роботі [5] автор знову уточнює означення поняття квантової нечіткої множини на основі математичного уточнення тієї ж області значення індикаторної функції квантової нечіткої множини.

Означення 3. Квантовою нечіткою множиною (*quantum fuzzy set*) qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)): I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U, qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle: U \rightarrow C = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle,$$

де $C = \langle C, \Omega_{\tilde{C}} \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $\tilde{C} = \{z: |z| \leq 1, z \in C\}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\tilde{C}} = \{\bullet, *\}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження.

Однак, як зазначалося вище, результати останніх досліджень автора з допомогою принципу бритви Окама, привели його до остаточного уточнення означення поняття квантової нечіткої множини, яке має вид.

Означення 4. Квантовою нечіткою множиною (*quantum fuzzy set*) qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)) : I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U, qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle : U \xrightarrow{\text{def}} C = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle,$$

де: $C = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle$ – комплексний мультиплікативний моноїд з нулем, $\tilde{C} = \{z : |z| \leq 1, z \in C\}$ – носій; C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\tilde{C}} = \{\bullet, *\}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження.

Як наслідок, з цього означення 4 випливає математичне уточнення означення похідних від нього понять, які вперше введено у роботі [4] та уточнено в [5]. Отже, стосовно роботи [4], уточнено означення таких понять.

Означення 5. Квантову нечітку множину qfA універсуму U називають дискретною квантовою нечіткою множиною, коли універсум U є скінченною або зліченною множиною.

Означення 6. Квантову нечітку множину qfA універсуму U називають континуальною квантовою нечіткою множиною, коли універсум U є континуальною множиною.

Означення 7. Булеаном квантових нечітких множин $\beta_{qf}(U)$ універсуму U називають сукупність всіх можливих квантових нечітких множин, заданих на універсумі U .

Означення 8. Нормованою квантовою нечіткою множиною qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)) : I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U, qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle : U \xrightarrow{\text{def}} C = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle,$$

де: $C = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle$ – комплексний мультиплікативний моноїд з нулем, $\tilde{C} = \{z : |z| \leq 1, z \in C\}$ – носій; C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\tilde{C}} = \{\bullet, *\}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження;

$$\| |I_{qfA}(u)| \|_{L_2(U)} = 1.$$

Означення 9. Нормовану квантову нечітку множину qfA універсуму U називають дискретною нормованою квантовою нечіткою множиною, коли універсум U є скінченною або змінною множиною.

Означення 10. Нормовану квантову нечітку множину qfA універсуму U називають континуальною нормованою квантовою нечіткою множиною, коли універсум U є континуальною множиною.

Означення 11. Булеаном нормованих квантових нечітких множин $\beta_{\|qf\|}(U)$ універсуму U називають сукупність всіх можливих квантових не-

чітких множин універсуму U , індикаторні функції яких задовольняють умові нормування $\|I_{qfA}(u)\|_{L_2(U)} = 1$, тобто

$$\beta_{\|qf\|}(U) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ qfA: \|I_{qfA}(u)\|_{L_2(U)} = 1 \right\}.$$

Означення 12. Порожньою квантовою нечіткою множиною $\emptyset$ універсуму U називають сукупність пар $\left\{ (u, I_{\emptyset}(u)): I_{\emptyset}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{\emptyset}(u)\rangle \stackrel{\text{def}}{=} 0, \forall u \in U \right\}$.

Означення 13. Квантовим нечітким дійсним числом qfA універсуму $U \subseteq R$ називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)): I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} R \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle: U \stackrel{\text{def}}{\rightarrow} Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle, U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} R,$$

де: R – множина дійсних чисел, $Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$ – комплексний мультиплікативний моноїд з нулем, $Z = \{ z: z \in C, |z| \leq 1 \}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_Z = \{ \bullet, * \}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження;

$$\|I_{qfA}(u)\|_{L_2(U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} R)} = 1.$$

Означення 14. Квантове нечітке дійсне число універсуму $U \subseteq R$ називають дискретним квантовим нечітким дійсним числом, коли універсум $U \subseteq R$ є скінченою, або зліченою множиною, R – множина дійсних чисел.

Означення 15. Квантове нечітке дійсне число універсуму $U \subseteq R$ називають неперервним квантовим нечітким дійсним числом, коли універсум $U \subseteq R$ є континуальною множиною, R – множина дійсних чисел.

Означення 16. Квантовим нечітким комплексним числом qfA універсуму $U \subseteq C$ називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)): I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, u \in U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} C \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle: U \stackrel{\text{def}}{\rightarrow} Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle, U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} C,$$

де: $Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$ – комплексний мультиплікативний моноїд з нулем, $Z = \{ z: z \in C, |z| \leq 1 \}$ – носій; C – множина комплексних чисел, $\Omega_Z = \{ \bullet, * \}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження;

$$\|I_{qfA}(u)\|_{L_2(U \stackrel{\text{def}}{\subseteq} C)} = 1.$$

Означення 17. Квантове нечітке комплексне число універсуму $U \subseteq C$ називають дискретним квантовим нечітким комплексним числом, коли універсум $U \subseteq C$ є скінченою, або зліченою множиною, C – множина комплексних чисел.

Означення 18. Квантове нечітке комплексне число універсуму $U \subseteq C$ називається неперервним квантовим нечітким комплексним числом, коли універсум $U \subseteq C$ є континуальною множиною, C – множина комплексних чисел.

Означення 19. Квантовим нечітким двійковим числом називають дискретне квантове нечітке дійсне число універсуму $U \subseteq R$, коли елементарні елементи універсуму U є двійковими числами.

Кожне з уточнених означень, роботи автора [4] і як наслідок його роботи [5] опирається на означення 4 даної роботи.

Висновки. Математично уточнено формулювання поняття квантової нечіткої множини на основі математичного уточнення області значення її індикаторної функції і на базі цього уточнено похідні поняття, які є його частинними видами – це дискретна квантова нечітка множина, континуальна квантова нечітка множина, булеан квантових нечітких множин, нормована квантова нечітка множина, дискретна нормована квантова нечітка множина, континуальна нормована квантова нечітка множина, булеан нормованих квантових нечітких множин, квантове нечітке дійсне число, дискретне квантове нечітке дійсне число, неперервне квантове нечітке дійсне число, квантове нечітке комплексне число, дискретне квантове нечітке комплексне число, неперервне квантове нечітке комплексне число, квантове нечітке двійкове число.

Література

1. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – Т.1, № 2. – С. 158-161.
2. Пастух О.А. Квантова нечітка випадкова подія та її маргінальна амплітуда ймовірності / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2006. – № 5. – С. 58-60.
3. Пастух О.А. Повний бінарний уніфікований квантових нечітких булевих підмножин на просторі $[0; \infty)$ / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2007. – № 1. – С. 196-198.
4. Пастух О.А. Основи зв'язку між математичними формалізмами інформаційних систем, нечітких інформаційних систем та квантових інформаційних систем / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – № 3. – С. 87-98.
5. Пастух О.А. Уточнення поняття квантової нечіткої множини та ряду понять, які є його частинними видами / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – 2009. – № 3. – С. 96-106.

УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325

Доц. Д.Д. Пелешко,
канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка"

ІНФОРМАТИВНІСТЬ ТА ЕНТРОПІЯ ДИНАМІЧНОЇ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ В ОКРЕМИХ ЗАДАЧАХ ОБРОБЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ У НАБОРАХ

Через використання кількісних характеристик динамічної теорії інформації, а саме – середньої інформативності, δ -ентропії та приведеної δ -ентропії, розв'язано за-