

$0,1 \cdot 10^5$ МПа; канати розтяжок прийнято згідно з ГОСТ 2688, зведений модуль пружності каната $E_{зв} = 1,1 \cdot 10^5$ МПа, запас міцності для розтяжок $n = 2,0$; прийнято три розтяжки, кути їх ухилу до горизонту $\alpha = 45^\circ$. Кут ухилу напрямника зусилля несного каната $\beta_1 = 10^\circ$; $\beta_1 = 30^\circ$. Діаметр щогли змінювався в межах $d_{щ} = 20 \times 50$ см (брався на висоті 1,3 м від рівня землі). Діаметр розтяжок $d = 8 \times 18$ мм.

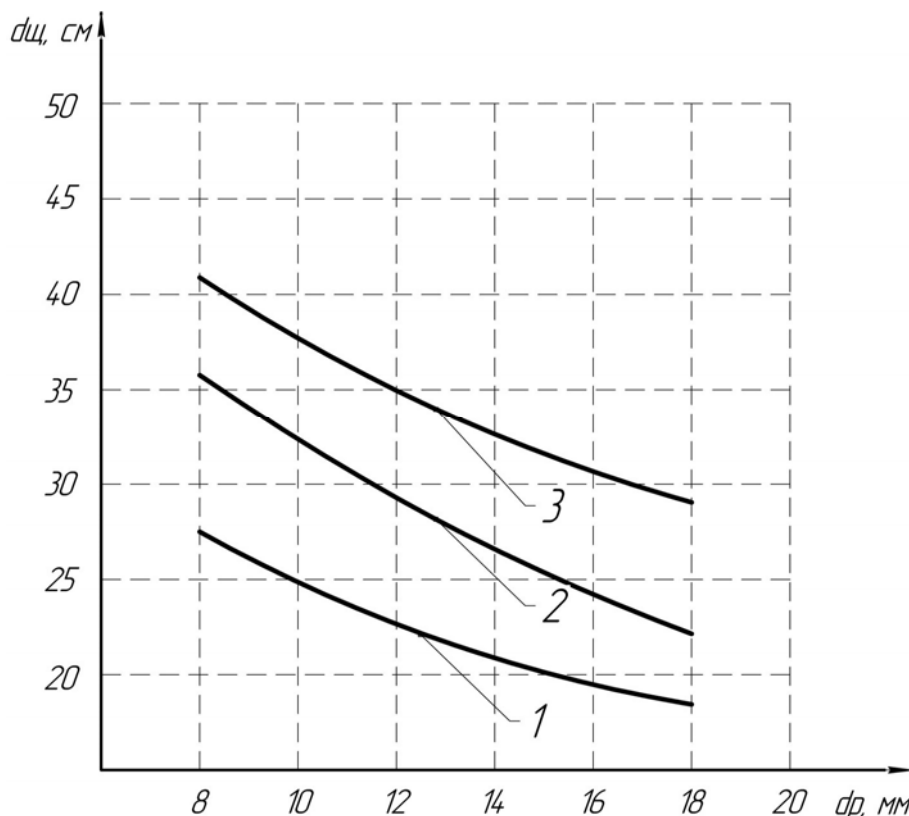


Рис. 3. Графіки для вибору діаметрів розтяжок залежно від діаметра щогли:
1 – за $T_H = 100$ кН; 2 – за $T_H = 150$ кН; 3 – за $T_H = 200$ кН

Наведений метод розрахунку дасть змогу обґрунтувати основні параметри щогл і підвищити надійність їх роботи.

Література

1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів : підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський / за ред. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид. [допов. і переробл.]. – К. : Изд-во "Вища шк.", 2004. – 655 с.
2. Адамовський М.Г., Мартинців М.П., Бадера Й.С. Підвісні канатні лісотransпортні системи. – Львів : Вид-во ІЗМН, 1997. – 156 с.
8. Мартинців М.П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотransпортних установок. – К. : Вид-во "Ясмина", 1996. – 175 с.

УДК 519.863

Доц. М.В. Дацко, канд. техн. наук; студ. М.П. Головатюк –
Львівський НУ ім. Івана Франка

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ З ПРОМІЖНИМ РОЗВАНТАЖЕННЯМ

Розглянуто наявні підходи до побудови маршрутів руху транспортних засобів, проаналізовано матричний підхід до побудови всіх можливих маршрутів руху тран-

спортних засобів, зроблено постановку задачі маршрутизації транспортних засобів за критерієм мінімізації сумарних затрат на перевезення.

Ключові слова: транспортні перевезення, маршрут руху транспортних засобів, задача маршрутизації.

Assoc. prof. M.V. Datsko; stud. M.P. Holovatyuk – L'viv NU named after Ivan Franko

Modelling movement of vehicles with intermediate unloading

It is considered the existing approaches to vehicle routing, it is analysed the matrix approach to the construction of all possible vehicle routs, it is formulated the vehicle routing problem on the criteria of summary transport charges minimization.

Keywords: transportation of goods, route, vehicle routing problem, suppliers, consumers.

Транспорт є однією з найважливіших галузей економіки. Цим можна пояснити великий інтерес у дослідників всього світу до цієї галузі, оскільки ефективне управління транспортом дає змогу підвищити ефективність функціонування економіки загалом.

Перші спроби моделювання транспортних перевезень здійснили ще у 1959 р. Данціг та Рамсер. Вони описали доставку світлих нафтопродуктів до АЗС і запропонували перше математичне формулювання цієї проблеми, а також алгоритмічний підхід до її розв'язання. Кількома роками пізніше Кларк і Райт вдосконалили підхід Данціга-Рамсера, запропонували ефективний жадібний алгоритм. На цьому етапі запропоновано сотні моделей та алгоритмів для точного або наближеного розв'язання різних варіантів задачі оптимізації пошуку маршрутів руху транспортних засобів. Зацікавленість у цьому класі задач можна пояснити, по-перше, їх практичним застосуванням, а по-друге, значною складністю їх розв'язання. Однак в Україні проблеми економіко-математичного моделювання транспорту досліджує невелике коло українських учених.

Особливого значення моделювання транспортних перевезень безперечно набуває в умовах економічної кризи. У структурі витрат багатьох компаній витрати на транспортування становлять вагомий частку і можливість знизити їх завдяки оптимізації перевезень дасть змогу істотно підвищити фінансову стійкість компанії.

Розглянемо деякі наявні підходи до побудови множини маршрутів руху транспортних засобів. Одним із підходів до побудови маршрутів руху транспортних засобів за критерієм мінімізації витрат є транспортна задача. Вона дає змогу оптимізувати рух транспортних засобів за наявності декількох постачальників та декількох споживачів. У літературі виділяють такі модифікації транспортної задачі [4, с. 213-226]:

- транспортну задачу з заборонами;
- транспортну задачу з фіксованими перевезеннями;
- транспортну задачу з обмеженнями на пропускну здатність;
- транспортну задачу з фіксованими доплатами;
- транспортну задачу з сезонними коливаннями попиту споживачів або ж потужності виробників;
- транспортну задачу із змінними потужностями виробників.

Задачі пошуку маршрутів руху транспортних засобів можна сформулювати і вирішити як мережеві моделі. Розв'язання таких моделей потребує застосування різних мережевих оптимізаційних алгоритмів.

Виділяють такі основні задачі на мережах [8, с. 145-214]:

- задача пошуку мінімального кістякового дерева;
- задача пошуку найкоротшого шляху;
- задача визначення максимального потоку;
- задача визначення потоку мінімальної вартості.

Розглянемо задачу пошуку найменшого кістякового дерева. Задачі такого типу доволі часто трапляються в економіці. Як приклад, наведемо задачу побудови системи маршрутів, які повинні сполучити сукупність населених пунктів за умови, що маршрут, який сполучає два населених пункти, може проходити через інші населені пункти.

До алгоритмів пошуку найменшого кістякового дерева належать [9, с. 231-266]: алгоритм Прима; алгоритм Краскала; алгоритм Борувки.

Наступним видом задач на графах є задача пошуку найкоротшого шляху. Кожен шлях у зваженому графі асоціюється із поняттям ваги шляху, тобто суми ваг всіх ребер, що цей шлях утворюють. Ця обставина дає змогу нам сформулювати задачу пошуку шляху між двома вершинами графа із найменшою вагою, або ж задачу пошуку найкоротшого шляху.

Сформулюємо базові задачі пошуку найкоротшого шляху:

- найкоротший шлях "джерело-стік". Для заданої початкової та кінцевої вершини слід знайти найкоротший шлях в графі із вершини s у вершину t ;
- найкоротші шляхи з єдиного джерела. Для заданої початкової вершини слід знайти найкоротші шляхи із неї в усі інші вершини графа;
- найкоротші шляхи між всіма парами вершин. Знайти найкоротші шляхи, що з'єднують кожну пару вершин в графі.

Розглянемо алгоритми пошуку найкоротших шляхів в графі. До них належать [9, с. 279-357]: алгоритм Дейкстри; алгоритм Флойда-Уоршелла; алгоритм Беллмана-Форда; алгоритм Йена.

Для розв'язання задачі про пошук максимального потоку в графі також було розроблено ряд алгоритмів [9, с. 376-435]: алгоритм Форда-Фалкерсона; алгоритм Дініца; алгоритм Едмондса-Карпа; алгоритм Карзанова тощо.

В окремих транспортних задачах потрібно знайти потік мінімальної вартості. Задачі такого типу поділяють на два види, зокрема [9, с. 435-463]:

- задача пошуку максимального потоку з мінімальною вартістю;
- задача пошуку допустимого потоку з мінімальною вартістю тощо.

Оскільки математично доведено, що задача пошуку допустимого потоку з мінімальною вартістю еквівалентна задачі пошуку максимального потоку з мінімальною вартістю, то методи розв'язування є спільними для обох видів задач. Простим узагальненим алгоритмом розв'язання задачі про потік мінімальної вартості є алгоритм викреслювання циклів.

На цьому етапі широкого застосування набули нові підходи до розв'язання багатьох задач, зокрема і задач побудови маршрутів. До таких підходів, зокрема, віднесемо підходи на основі: нейронних мереж; генетичних алгоритмів; мурашиних алгоритмів.

Штучні нейронні мережі індуковані біологією, оскільки вони складаються з елементів, функціональні можливості яких аналогічні більшості елементарних функцій біологічного нейрона. Ці елементи потім організуються за способом, який може відповідати (або не відповідати) анатомії мозку. Незважаючи на таку поверхневу схожість, штучні нейронні мережі демонструють вражаючу кількість властивостей, притаманних мозку.

Основними властивостями, притаманними нейронним мережам, є: навчання; узагальнення; абстрагування.

Мережа навчається, щоб для певної множини входів давати бажану множину виходів. Кожна така вхідна (або вихідна) множина розглядається як вектор. Навчання здійснюється шляхом послідовного пред'явлення вхідних векторів з одночасним підлаштуванням ваг відповідно з певною процедурою. У процесі навчання ваги мережі поступово стають такими, щоб кожен вхідний вектор створював вихідний вектор [10, с. 4-45].

Генетичний алгоритм – це еволюційний алгоритм пошуку, що використовується для вирішення задач оптимізації і моделювання шляхом послідовного підбору, комбінування і варіації шуканих параметрів з використанням механізмів, що нагадують біологічну еволюцію.

У генетичному програмуванні, зазвичай, програми представляються у вигляді синтаксичних дерев. Змінні та константи задачі є вітками дерева (терміналами), а математичні операції, своєю чергою, представляються як внутрішні вузли і називаються функціями. Множини допустимих функцій та терміналів формують основну множину генетичного програмування.

Загалом виділяють такі етапи генетичного алгоритму [2, с. 10-35]:

- створення початкової популяції;
- обчислення функції пристосованості для осіб популяції (оцінювання);
- повторювання до виконання критерію зупинки алгоритму:
 - вибір індивідів із поточної популяції (селекція);
 - схрещення або/ та мутація;
 - обчислення функції пристосовуваності для всіх осіб;
 - формування нового покоління.

Доволі популярним є підхід на основі мурашиних алгоритмів. Основною ідеєю таких алгоритмів є використання принципів самоорганізації, які дають змогу тісно координувати поведінку мурах, для координації дій популяції штучних агентів, що співпрацюють для розв'язання різноманітних проблем. Різні аспекти поведінки мурашиних колоній дають змогу використовувати мурашині алгоритми для розв'язання різних задач, наприклад, задачі про призначення, управління запасами, інших транспортних задач.

Як відомо з досліджень поведінки мурах, більшість комунікацій між мурахами або між мурахою та середовищем базуються на використанні хімічних речовин, які виробляють мурахи. Ці хімічні речовини носять назву феромони. Доволі важливим для соціального життя деяких видів мурах є так званий стежковий феромон. Це особливий вид феромонів, який використовують мурахи для позначення шляхів, наприклад, шляхів від джерела їжі до мурашника. Відчуваючи сліди феромонів, мурахи можуть йти по стежці до джерел їжі, відкритих іншими мурахами. Така колективна поведінка прокладання

стежок та слідування їм за допомогою феромонів і лягла в основу мурашиних алгоритмів.

Прямуючи від джерела їжі до мурашника і навпаки, мурахи залишають феромони на землі, формуючи стежку феромонів. Мурахи відчувають феромони і вибирають шляхи, концентрація феромонів на яких є більшою [1, с. 25-121].

Здійснивши різнобічний огляд видів транспортних задач та методів їх розв'язування, розглянемо один із можливих варіантів постановки задачі маршрутизації транспортних засобів. Нехай, відомі відстані між постачальником та споживачами d_{0j} та власне відстані між споживачами d_{ij} ($i \neq j, i < j$), тоді справедливо записати

$$\begin{array}{cccccccc} d_{01} & d_{02} & d_{03} & d_{04} & d_{05} & \dots & d_{0n} \\ & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & \dots & d_{1n} \\ & & d_{23} & d_{24} & d_{25} & \dots & d_{2n} \\ & & & d_{34} & d_{35} & \dots & d_{3n} \\ & & & & d_{45} & \dots & d_{4n} \\ & & & & & & d_{5n} \end{array}$$

Задано також вартості перевезення однієї тонни продукції транспортним засобом, а саме:

- витрати на перевезення однієї тонни продукції між постачальником та j -м споживачем повністю завантаженого транспортного засобу C_{0j} становлять

$$C_{01} \ C_{02} \ C_{03} \ C_{04} \ C_{05} \ \dots \ C_{0n},$$

- витрати на повернення порожнього транспортного засобу від j -ого споживача до постачальника C_{j0} становлять

$$C_{10} \ C_{20} \ C_{30} \ C_{40} \ C_{50} \ \dots \ C_{n0},$$

- витрати на перевезення однієї тонни продукції між i -м та j -м споживачем частково завантаженого транспортного засобу C_{ij} ($i \neq j$) (очевидно, що транспортний засіб може бути завантажений лише частково, оскільки виїхати від споживача повним він уже не може, а в'їжджати до споживача порожнім немає сенсу (окрім випадку з причепом). Цей випадок показує, що повинна бути розроблена методика підрахунку витрат на рух транспортного засобу зі зміною об'єму перевезення продукції):

$$\begin{array}{cccccccc} - & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & - & C_{23} & C_{24} & C_{25} & \dots & C_{2n} \\ C_{31} & C_{32} & - & C_{34} & C_{35} & \dots & C_{3n} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & - & C_{45} & \dots & C_{4n} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & - & \dots & C_{5n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} & C_{n4} & C_{n5} & \dots & - \end{array}$$

Відомо теж час проїзду між пунктами i та j t_{ij} ($i \neq j$) (показник часу проїзду між пунктами також можна розбити на три показники аналогічно до

вартості перевезення однієї тонни продукції, причому зміна його величини зі зміною об'єму перевезення буде справедливою. Проте це не так істотно як у попередньому випадку):

—	t_{01}	t_{02}	t_{03}	t_{04}	t_{05}	...	t_{0n}
t_{10}	—	t_{12}	t_{13}	t_{14}	t_{15}	...	t_{1n}
t_{20}	t_{21}	—	t_{23}	t_{24}	t_{25}	...	t_{2n}
t_{30}	t_{31}	t_{32}	—	t_{34}	t_{35}	...	t_{3n}
t_{40}	t_{41}	t_{42}	t_{43}	—	t_{45}	...	t_{4n}
t_{50}	t_{51}	t_{52}	t_{53}	t_{54}	—	...	t_{5n}
...	...	...	...	...	...	...	...
t_{n0}	t_{n1}	t_{n2}	t_{n3}	t_{n4}	t_{n5}	...	—

Транспортна мережа представлена графом $G(V, E)$, де V – множина з $n+1$ вершини, де вершиною 0 є постачальник продукції, а вершини $1, \dots, n$ – споживачі, E – множина дуг графа, що відображають існуючі шляхи сполучення між постачальником і споживачами та між споживачами.

Нехай певним чином ми отримали множину допустимих маршрутів $H = \{H_1, H_2, \dots, H_q\}$. Тоді за заданих умов задачу оптимізації перевезень світлич нафтопродуктів можна представити як

$$\min \sum_{j=1}^q c_j x_j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^q a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^q x_j \leq K \quad (3)$$

$$x_j = \{0, 1\} \quad (4)$$

де c_j – затрати на проходження транспортним засобом маршруту j ;

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо використовується маршрут } j; \\ 0, & \text{інакше} \end{cases};$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо в маршруті } j \text{ використовується вершина } i \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}.$$

Цільова функція моделі мінімізує загальну вартість перевезень продукції від постачальника до споживачів. Обмеження (2) означає, що задовольняється попит всіх споживачів (тобто кожен споживач відвідується транспортними засобами хоча б один раз). Обмеження (3) закріплює лише один маршрут за кожним транспортним засобом.

Розглянемо більш детально побудову множини всіх допустимих маршрутів руху. Для цього потрібно побудувати всі можливі маршрути руху транспортних засобів; із всіх маршрутів, що проходять через одні і ті ж самі

пункти призначення, визначити той, тривалість якого є найменшою. Для кожного маршруту потрібно визначити час руху, витрати та, очевидно, послідовність проїзду пунктів призначення.

Одним із етапів побудови алгоритму розв'язку задачі, що розглядається, буде знаходження усіх можливих маршрутів руху транспортних засобів. Нехай маємо певну сукупність споживачів, причому між деякими з них задані напрямлені комунікації. Ці дані можна подати у вигляді графа. Цю ж інформацію, з метою полегшення подальшої оброблення, можна представити у вигляді матриці комунікацій, елементами якої є кортежі виду (i, j) , якщо існує шлях між пунктами i та j .

Тепер на основі матриці комунікацій побудуємо допоміжну матрицю комунікацій, шляхом відкидання в кожному кортежі першої цифри.

Для опису матричного підходу до побудови всіх можливих маршрутів руху бензовозів потрібно ввести поняття "спеціального матричного множення". Множення матриці комунікацій на допоміжну матрицю комунікацій здійснюватимемо певною мірою аналогічно до звичайного множення матриць, а саме елемент $a_{ij}^{(2)}$ матриці комунікацій II порядку буде представляти собою сукупність кортежів, утворених доповненням i -тої стрічки матриці комунікацій відповідними елементами j -того стовпчика допоміжної матриці комунікацій.

Таким чином, виконавши операцію спеціального матричного множення матриці комунікацій на допоміжну матрицю комунікацій, отримуємо матрицю комунікацій II порядку, в якій будуть міститися всі можливі маршрути транспортного засобу через трьох споживачів. Аналогічно помноживши матрицю комунікацій II порядку на допоміжну матрицю комунікацій, отримуємо матрицю комунікацій III порядку, що буде містити всі можливі маршрути через чотирьох споживачів. Поступаючи аналогічно надалі, отримуємо матрицю комунікацій щораз вищого порядку, в якій будуть міститися маршрути з більшою кількістю ланок. Оскільки у сформульованій задачі кількість ланок в маршруті обмежена величиною $r+1$, то необхідно побудувати найбільше матрицю комунікацій r порядку, і внаслідок одержимо з цих матриць всі можливі маршрути руху транспортних засобів, що проходять через поставальника та r споживачів ($r+1$ пункт). Основними перевагами матричного підходу є його простота та здатність за відносно невелику кількість ітерацій знаходити усі можливі маршрути руху через задану кількість пунктів маршруту [6].

Наступним етапом пошуку множини допустимих маршрутів є відбір допустимих маршрутів із множини усіх можливих маршрутів (тобто із всіх маршрутів, що містять матриці комунікацій) за певними критеріями.

До таких критеріїв можуть належати вимога на циклічність всіх маршрутів, тобто вимога про те, що транспортний засіб обов'язково повинен повернутися в пункт відправлення. Логічним буде накладання обмеження, що всі маршрути повинні починатися з нульової вершини графа, тобто поставальника. Також може накладатися обмеження на сукупний попит усіх пунктів, що належать до маршруту, тобто не перевищення цим попитом ємності транспортного засобу, тощо [5].

Для знайденої множини допустимих маршрутів одержимо задачу лінійного програмування (1)-(4) з булевими змінними. Для розв'язання цієї задачі можна застосувати один із відомих методів теорії цілочислового програмування.

Таким чином, підсумовуючи, можна відзначити, що у дослідженні розглянуто основні підходи до побудови маршрутів руху транспортних засобів, зокрема класичну транспортну задачу та її модифікації, підходи на основі теорії графів, сучасні підходи, що базуються на інструментарії генетичних алгоритмів, нейронних мереж та мурашиних алгоритмів. Запропоновано механізм пошуку множини допустимих маршрутів, що базується на матричному підході до пошуку всіх можливих маршрутів руху транспортних засобів на заданій транспортній мережі. Запропонована модель оптимізації перевезень товарів від постачальника до споживачів дає змогу мінімізувати затрати на транспортування товарів у розподільчих мережах, що містять одного постачальника та декількох споживачів.

Література

1. **Ant colony optimization** / Marco Dorigo, Thomas Shutze. – The MIT Press, 2004. – 305 p.
2. **Poli R., Langdon W.B., McPhee N.F.** A field guide to genetic programming. Published via <http://lulu.com> and freely available at <http://www.gp-field-guide.org.uk>, 2008. (With contributions by J.R. Koza). – 236 p.
3. **The Vehicle Routing Problem** / edited by Paolo Toth, Daniele Vigo – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. – 367 p.
4. **Вагнер Г.** Основы исследования операций. – М. : Изд-во "Наука", 1972. – Т.1. – 336 с.
5. **Головатюк М.П., Дацко М.В.** Аналіз алгоритмів пошуку множини допустимих маршрутів руху транспортних засобів // Економіка України в умовах посилення глобалізаційних процесів: виклики і перспективи : матер. міжнар. студентсько-аспірантської наук. конф. – Львів, 15-16 травня 2009 р.
6. **Головатюк М.П., Романич І.Б.** Автоматизація пошуку усіх можливих маршрутів руху спеціалізованих транспортних засобів із n зупинками // Современные проблемы и пути их решения в науке, производстве и образовании : матер. міжнар. наук.-практ. Интернет-конф. – Одеса, 2006 р. – С. 34-36.
7. **Доналд Дж. Бауэрсокс, Дейвид Дж. Клосс.** Логистика: Интегрированная цепь поставок. – 2-е изд. : пер. с англ. – М. : ЗАО "Олимп-Бизнес", 2008. – 640 с.
8. **Кристофидес Н.** Теория графов: алгоритмический подход / Н. Кристофидес : пер. Э.В. Вершкова, И.В. Коновальцева / под ред. Г.П. Гаврилова. – М. : Изд-во "Мир", 1978. – 432 с.
9. **Седжвик Р.** Фундаментальные алгоритмы на C++. – Ч. 5: Алгоритмы на графах : пер. с англ. / Принстонский ун-т. – М. : Изд-во "ДиаСофт", 2001. – 483 с.
10. **Уоссермен. Ф.** Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика. – М. : Изд-во "Мир", 1992. – 118 с.

УДК 657.6 (075.8) Викл. І.М. Горбан – Львівський університет внутрішніх справ

ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАВДАНЬ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОГО АУДИТУ ПІДПРИЄМСТВА: ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ, УЗАГАЛЬНЕННЯ І НАПРЯМКИ РІШЕННЯ

Розглянуто узагальнені теоретико-методичні положення постановки завдань аудиту підприємств в умовах застосування комп'ютерних технологій. Ці положення