



Рис. 6. Дешифроване зображення

Висновок. З порівняння рис. 2 і 5 видно, що шифрування одним рядком матриці зображення відрізняється від шифрування трьома рядками цієї матриці. Контури в обох зашифрованих зображеннях відсутні. Вказаний алгоритм можна використати для передачі графічних зображень. Запропоновані модифікації можна застосовувати стосовно будь-якого типу зображень, але

найбільші переваги досягаються у разі використання зображень, які дають змогу чітко виділяти контури.

Обидва типи модифікацій без жодних застережень можна використати і стосовно кольорових зображень. Однак, незалежно від типу зображення, пропорційно до розмірності вхідного зображення, може зрости розмір шифрованого зображення.

Література

1. Брюс Шнайер. Прикладная криптография. – М. : Изд-во "Триумф", 2003. – 815 с.
2. Яне Б. Цифровая обработка изображений. – М. : Изд-во "Техносфера", 2007. – 583 с.
3. Рашкевич Ю.М. Модифікація алгоритму RSA для деяких класів зображень / Рашкевич Ю.М., Пелешко Д.Д., Ковальчук А.М., Пелешко М.З. // Технічні вісті. – 2008. – 1(27), 2(28). – С. 59-62.
4. Rashkevych Y. Stream Modification of RSA Algorithm For Image Coding with precise contour extraction / Rashkevych Y., Kovalchuk A., Peleshko D., Kupchak M. // Proceedings of the X-th International Conference CADSM 2009. 24-28 February 2009, Lviv-Polyana, Ukraine. – PP. 469-473.

УДК 681.3+519.6

Доц. О.А. Пастух, канд. техн. наук –
Тернопільський ДТУ ім. Івана Пулюя

ОБЧИСЛЕННЯ ІНДИКАТОРНИХ ФУНКЦІЙ КВАНТОВИХ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ

Уточнено означення понять: квантової нечіткої множини, яке вперше було введено і уточнено у роботах [6-9]; квантового нечіткого бінарного відношення, квантового нечіткого тернарного відношення та квантового нечіткого N -арного відношення. Запропоновано методи обчислення індикаторних функцій квантового нечіткого бінарного відношення, квантового нечіткого тернарного відношення, квантового нечіткого N -арного відношення за допомогою індикаторних функцій квантових нечітких множин, що утворюють дані квантові нечіткі відношення.

Assoc. prof. O.A. Pastukh – Ternopol state technical university of Ivan Pulyuj

Computation of indicated functions of quantum fuzzy relations

Accurate definition notions: of quantum fuzzy set, what first has been weak and accurate definition by author in the him articles [6-9]; of quantum fuzzy binary relation, of quantum fuzzy ternary relation, of quantum fuzzy N relation has been analyzed. Methods computation of indicated functions of quantum fuzzy binary relation, of quantum fuzzy ter-

nary relation, of quantum fuzzy N relation has been proposed, if are indicated functions of quantum fuzzy sets, that bear quantum fuzzy relations.

Вступ. Використання бінарних, тернарних та загалом N -арних відношень чітких множин в інформаційних системах, нечітких множин у нечітких інформаційних системах, квантових нечітких множин у квантових інформаційних системах є досить розповсюджено.

Однак, якщо чітке відношення чітких множин задається в один спосіб за допомогою індикаторних функцій, то вже, щоб задати нечітке відношення нечітких множин за допомогою індикаторних функцій існує декілька способів. В розрізі цього логічним постає питання – у який спосіб задається квантове нечітке відношення квантових нечітких множин за допомогою індикаторних функцій?

Аналіз досліджень і публікацій. Обчисленню індикаторної функції чіткого відношення за допомогою індикаторних функцій чітких множин, що його утворюють, присвячена велика кількість літературних джерел, наприклад [1-3]. Обчисленню індикаторної функції нечіткого відношення за допомогою індикаторних функцій нечітких множин, що його утворюють, присвячена неменша кількість літературних джерел, до яких можна віднести, наприклад [4, 5]. А от у випадку обчислення індикаторної функції квантового нечіткого відношення за допомогою індикаторних функцій квантових нечітких множин, що входять у нього, питання носить відкритий характер. Слушно зазначити, що вперше поняття квантової нечіткої множини введено автором у його роботі [6], також розглядалося у роботах [7, 8] і пізніше уточнено у роботі автора [9].

Мета. Визначити, в який спосіб задається індикаторна функція квантового нечіткого відношення за допомогою індикаторних функцій квантових нечітких множин, що утворюють квантове нечітке відношення.

Постановка завдання. Запропонувати метод обчислення індикаторної функції квантового нечіткого відношення (бінарного, тернарного та загалом N -арного) з індикаторних функцій квантових нечітких множин, що утворюють дане квантове нечітке відношення.

Основна частина. Як зазначалося, індикаторна функція чіткого, загалом N -арного, $R \subset U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$ відношення задається за допомогою індикаторних функцій $I_{A_1}(u_1)$, $I_{A_2}(u_2)$, ..., $I_{A_N}(u_N)$, $u_1 \in U_1$, $u_2 \in U_2$, ..., $u_N \in U_N$ чітких множин A_1 , A_2 , ..., A_N відповідно універсумів U_1 , U_2 , ..., U_N , що утворюють його в один спосіб, а саме

$$I_R(u_1, u_2, \dots, u_N) = I_{A_1}(u_1) \cdot I_{A_2}(u_2) \cdot \dots \cdot I_{A_N}(u_N).$$

У нечіткому випадку треба зазначити, що індикаторна функція нечіткого, загалом N -арного, $fR \subset U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$ відношення задається за допомогою індикаторних функцій $I_{fA_1}(u_1)$, $I_{fA_2}(u_2)$, ..., $I_{fA_N}(u_N)$, $u_1 \in U_1$, $u_2 \in U_2$, ..., $u_N \in U_N$ нечітких множин fA_1 , fA_2 , ..., fA_N відповідно універсумів U_1 , U_2 , ..., U_N , які утворюють його в декілька способів, що можна виразити абстрактно у вигляді

$$I_{fR}(u_1, u_2, \dots, u_N) = F_i \{ I_{A_1}(u_1), I_{A_2}(u_2), \dots, I_{A_N}(u_N) \}, \quad i = \overline{1, m},$$

де: F_i – функції, що задають обчислення індикаторної функції N -арного нечіткого відношення; які можна знайти в [4, 5].

Для того, щоб розглянути, як обчислюється індикаторна функція квантового нечіткого відношення з індикаторних функцій квантових нечітких множин, що його утворюють, розглянемо уточнення означень понять: квантової нечіткої множини, квантового нечіткого бінарного відношення, квантового нечіткого тернарного відношення, квантового нечіткого N -арного відношення.

Означення 1. Квантовою нечіткою множиною (quantum fuzzy set) qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)) : I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, \quad u \in U, \quad qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle : U \xrightarrow{\text{def}} \mathbf{C} = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle,$$

де: $\mathbf{C} = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $\tilde{C} = \{ z : |z| \leq 1, z \in C \}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\tilde{C}} = \{ \bullet, * \}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження.

Означення 2. Нормованою квантовою нечіткою множиною qfA універсуму U називають сукупність пар

$$\left\{ (u, I_{qfA}(u)) : I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle, \quad u \in U, \quad qfA \subset U \right\},$$

$$I_{qfA}(u) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfA}(u)\rangle : U \xrightarrow{\text{def}} \mathbf{C} = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle,$$

де: $\mathbf{C} = \langle \tilde{C}, \Omega_{\tilde{C}} \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $\tilde{C} = \{ z : |z| \leq 1, z \in C \}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_{\tilde{C}} = \{ \bullet, * \}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження; $\| I_{qfA}(u) \|_{L_2(U)} = 1$.

Означення 3. Квантовим нечітким бінарним відношенням qfR , заданим на декартовому добутку $U_1 \times U_2$ універсумів U_1 та U_2 , називають сукупність пар

$$\left\{ ((u_1, u_2), I_{qfR}(u_1, u_2)) : I_{qfR}(u_1, u_2) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2)\rangle, \quad (u_1, u_2) \in U_1 \times U_2 \right\},$$

де: $I_{qfR}(u_1, u_2) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2)\rangle : U_1 \times U_2 \xrightarrow{\text{def}} \mathbf{Z} = \langle Z, \Omega_Z \rangle$, $\mathbf{Z} = \langle Z, \Omega_Z \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $Z = \{ z : z \in C, |z| \leq 1 \}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_Z = \{ \bullet, * \}$ –

сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження; $\|I_{qfR}(u_1, u_2)\|_{L_2(U_1 \times U_2)} = 1$.

Означення 4. Квантовим нечітким тернарним відношенням qfR , заданим на декартовому добутку $U_1 \times U_2 \times U_3$ універсумів U_1 , U_2 та U_3 , називають сукупність трійок

$$\left\{ \left((u_1, u_2, u_3), I_{qfR}(u_1, u_2, u_3) \right) : I_{qfR}(u_1, u_2, u_3) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2, u_3)\rangle, (u_1, u_2, u_3) \in U_1 \times U_2 \times U_3 \right\},$$

де: $I_{qfR}(u_1, u_2, u_3) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2, u_3)\rangle : U_1 \times U_2 \times U_3 \rightarrow Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$, $Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $Z = \{z : z \in C, |z| \leq 1\}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_Z = \{\bullet, *\}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження; $\|I_{qfR}(u_1, u_2, u_3)\|_{L_2(U_1 \times U_2 \times U_3)} = 1$.

Означення 5. Квантовим нечітким N -арним відношенням qfR , заданим на декартовому добутку $U_1 \times U_2 \times U_3 \times \dots \times U_N$ універсумів U_1 , U_2 , U_3 , ..., U_N , називають сукупність N -нок

$$\left\{ \left((u_1, u_2, u_3, \dots, u_N), I_{qfR}(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N) \right) : I_{qfR}(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)\rangle, \right. \\ \left. (u_1, u_2, u_3, \dots, u_N) \in U_1 \times U_2 \times U_3 \times \dots \times U_N \right\},$$

де: $I_{qfR}(u_1, u_2, \dots, u_N) \stackrel{\text{def}}{=} |\psi_{qfR}(u_1, u_2, \dots, u_N)\rangle : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N \rightarrow Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$, $Z = \langle Z, \Omega_Z \rangle$ – комплексна мультиплікативна абелева (комутативна) група з нулем, $Z = \{z : z \in C, |z| \leq 1\}$ – носій, C – множина комплексних чисел, $\Omega_Z = \{\bullet, *\}$ – сигнатура, що містить бінарну операцію множення та унарну операцію комплексне спряження;

$$\|I_{qfR}(u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)\|_{L_2(U_1 \times U_2 \times U_3 \times \dots \times U_N)} = 1.$$

Далі у роботі розглядатимемо нормовані квантові нечіткі множини, дефініцію яких наведено в означенні 2 цієї роботи.

Нехай дано дві квантові нечіткі множини qfA_1 універсуму U_1 та qfA_2 універсуму U_2 з індикаторними функціями відповідно $I_{qfA_1}(u_1)$, $I_{qfA_2}(u_2)$, де $u_1 \in U_1$, $u_2 \in U_2$. Нехай квантові нечіткі множини qfA_1 та qfA_2 породжують своїм декартовим добутком квантове нечітке бінарне відношення $qfR = qfA_1 \times qfA_2$, яке належить універсуму $U_1 \times U_2$, тобто $qfR \subset U_1 \times U_2$. Тоді можна сформулювати таке означення.

Означення 6. Нехай qfA_1 – квантова нечітка множина універсуму U_1 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_1}(u_1)$, $u_1 \in U_1$ та qfA_2 – квантова нечітка множина універсуму U_2 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_2}(u_2)$, $u_2 \in U_2$. Якщо $qfA_1 \times qfA_2 = qfR \subset U_1 \times U_2$, тоді індикаторну

функцію квантового нечіткого бінарного відношення qfR обчислюють за формулою

$$I_{qfR}(u_1, u_2) \stackrel{def}{=} I_{qfA_1}(u_1) \cdot I_{qfA_2}(u_2),$$

де: $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, (u_1, u_2) \in U_1 \times U_2$.

Нехай дано три квантові нечіткі множини qfA_1 універсуму U_1 , qfA_2 універсуму U_2 та qfA_3 універсуму U_3 з індикаторними функціями відповідно $I_{qfA_1}(u_1)$, $I_{qfA_2}(u_2)$, $I_{qfA_3}(u_3)$, де $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, u_3 \in U_3$. Нехай квантові нечіткі множини qfA_1 , qfA_2 та qfA_3 породжують своїм декартовим добутком квантове нечітке тернарне відношення $qfR = qfA_1 \times qfA_2 \times qfA_3$, яке належить універсуму $U_1 \times U_2 \times U_3$, тобто $qfR \subset U_1 \times U_2 \times U_3$. Тоді можна сформулювати таке означення.

Означення 7. Нехай qfA_1 – квантова нечітка множина універсуму U_1 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_1}(u_1)$, $u_1 \in U_1$, qfA_2 – квантова нечітка множина універсуму U_2 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_2}(u_2)$, $u_2 \in U_2$ та qfA_3 – квантова нечітка множина універсуму U_3 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_3}(u_3)$, $u_3 \in U_3$. Якщо $qfA_1 \times qfA_2 \times qfA_3 = qfR \subset U_1 \times U_2 \times U_3$, то індикаторну функцію квантового нечіткого тернарного відношення qfR обчислюють за формулою

$$I_{qfR}(u_1, u_2, u_3) \stackrel{def}{=} I_{qfA_1}(u_1) \cdot I_{qfA_2}(u_2) \cdot I_{qfA_3}(u_3),$$

де: $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, u_3 \in U_3, (u_1, u_2, u_3) \in U_1 \times U_2 \times U_3$.

Нехай дано N квантових нечітких множин: qfA_1 універсуму U_1 , qfA_2 універсуму U_2 , ..., qfA_N універсуму U_N з індикаторними функціями відповідно $I_{qfA_1}(u_1)$, $I_{qfA_2}(u_2)$, ..., $I_{qfA_N}(u_N)$, де $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_N \in U_N$. Нехай квантові нечіткі множини $qfA_1, qfA_2, \dots, qfA_N$ породжують своїм декартовим добутком квантове нечітке N -арне відношення $qfR = qfA_1 \times qfA_2 \times \dots \times qfA_N$, яке належить універсуму $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$, тобто $qfR \subset U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$. Тоді можна сформулювати таке означення.

Означення 8. Нехай qfA_1 – квантова нечітка множина універсуму U_1 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_1}(u_1)$, $u_1 \in U_1$, qfA_2 – квантова нечітка множина універсуму U_2 , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_2}(u_2)$, $u_2 \in U_2$ і т.д., qfA_N – квантова нечітка множина універсуму U_N , яка задається своєю індикаторною функцією $I_{qfA_N}(u_N)$, $u_N \in U_N$. Якщо $qfA_1 \times qfA_2 \times \dots \times qfA_N = qfR \subset U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$, то індикаторну функцію квантового нечіткого N -арного відношення qfR обчислюють за формулою

$$I_{qfR}(u_1, u_2, \dots, u_N) \stackrel{def}{=} I_{qfA_1}(u_1) \cdot I_{qfA_2}(u_2) \cdot \dots \cdot I_{qfA_N}(u_N),$$

де: $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_N \in U_N, (u_1, u_2, \dots, u_N) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N$.

Висновки. 1) Уточнено означення понять: квантової нечіткої множини, квантового нечіткого бінарного відношення, квантового нечіткого тер-

нарного відношення та квантового нечіткого N -арного відношення. 2) Запропоновано методи обчислення індикаторних функцій квантового нечіткого бінарного відношення, квантового нечіткого тернарного відношення, квантового нечіткого N -арного відношення з індикаторних функцій квантових нечітких множин, що утворюють дані квантові нечіткі відношення.

Література

1. Бурбаки Н. Основные структуры анализа. Теория множеств / Н. Бурбаки : пер. з фр. Г. Поварова, Ю. Шихановича. – М. : Изд-во "Мир", 1965. – 457 с.
2. Архангельский А.В. Канторовская теория множеств / А.В. Архангельский. – М. : Изд-во МГУ, 1988. – 112 с.
3. Казимиров Н.И. Введение в аксиоматическую теорию множеств / Н.И. Казимиров : учебн. пособ. – Петрозаводск, 2000. – 104 с.
4. Рыжов А.П. Элементы теории нечетких множеств и ее приложений / А.П. Рыжов. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – 81 с.
5. Мацеевский С.В. Нечеткие множества / С.В. Мацеевский : учебн. пособ. – Калининград : Изд-во КГУ, 2004. – 176 с.
6. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2006. – Т.1, № 2. – С. 158-161.
7. Пастух О.А. Квантова нечітка випадкова подія та її маргінальна амплітуда ймовірності / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2006. – № 5. – С. 58-60.
8. Пастух О.А. Повний біунарний уніфікований квантових нечітких булевих підмножин на просторі $[0; \infty)$ / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2007. – № 1. – С. 196-198.
9. Пастух О.А. Основи зв'язку між математичними формалізмами інформаційних систем, нечітких інформаційних систем та квантових інформаційних систем / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного у-ту. – 2008. – № 3. – С. 87-98.

УДК 681.322

Доц. П.В. Тимошук, д-р техн. наук –
НУ "Львівська політехніка"

СТРУКТУРНО-ФУНКЦІОНАЛЬНІ СХЕМИ ПОДІЛЬНИКІВ ЧАСТОТИ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ У ПАРНУ КІЛЬКІСТЬ РАЗІВ

Запропоновано структурно-функціональні схеми подільників частоти дискретизованих гармонічних сигналів у парну кількість разів. Структура і параметри схем залишаються незмінними для довільних скінченних значень амплітуд і частот сигналів. Перетворення сигналів здійснюється лінійно, без спотворень амплітуди і частоти. Подільники не потребують додаткового фільтрування вихідних сигналів.

Ключові слова: структурно-функціональна схема, подільник частоти, дискретизований гармонічний сигнал, аналогова математична модель, схемотехнічна реалізація, елементна база.

Assoc. prof. P.V. Tymoshchuk – NU "L'vivs'ka Politekhnik"

Structure-functional schemes of wide-range frequency dividers of sampled harmonic signals

Structure-functional schemes of frequency dividers of sampled harmonic signals in even number of times are proposed. Structure and parameters of schemes are not changed for any finite values of amplitudes and frequencies of signals. Signal transformation is fulfilled linearly without amplitude and frequency distortion. Dividers do not require an additional filtering of output signals.