

вологість. В процесі експерименту вимірювалась температура сушильного агенту до і після проходження через об'єкт. Збереження теплового балансу було утруднене внаслідок втрат тепла на нагрівання сушильної камери та на теплопередачу в навколишнє середовище. Однак, більшу частину тепла витрачали на випаровування вологи.

Експерименти, виконані за $t = 120$ с і $t = 210$ с, тобто за такого часу, коли весь об'єм об'єкта заповнений рідиною, а область, позбавлена вологи, ще не утворилась. Із формули (2) випливає

$$\lg \frac{1}{t} \left(1 - \frac{W}{W_0} \right) = \lg a - 0,434nx.$$

Звідки випливає таке: $n = 44,77$ 1/м; $a = 0,00479$ 1/с. Для розрахунків використано рівняння (3), якщо $t < 1/a = 209$ с і рівняння (6) якщо $t > 209$ с. Повна тривалість процесу сушіння, що випливає з (5):

$$t_k = \frac{1}{a}(1 + nH) = \frac{1 + 44,77 \cdot 0,036}{0,00479} = 545\text{с}.$$

За рівняннями (9) і (10) розраховано значення температури вихідного повітря і зіставлено з дослідними даними. За рівняннями (11) розраховано коефіцієнт корисної дії. Він становить 21 %. Таке значення коефіцієнта за вихідної вологості об'єкта 60 %. Фіктивний коефіцієнт розраховано за тим самим співвідношенням (11) за дійсної початкової вологості 250 % і становить 88 %. У розрахунку η вважають випареною всю воду, зокрема і ту, яку механічно витіснено.

Висновок. Викладений матеріал дає змогу передбачити контури сушильного агрегата, що реалізує принцип фільтраційного сушіння виробів. Це багатопозиційний обертальний круглий стіл з періодом обертання, що дорівнює тривалості сушіння з автоматичною подачею сушильного агенту та автоматизованими вкладенням та зняттям виробу.

Література

1. Лыков А.В. Теория сушки. – М. : Энергия, 1968. – 472 с.
2. Аксельруд Г.А., Чернявский А.И., Ханьк Я.Н. Сушка материалов способом фильтрации теплового агента // И.Ф.Ж. – 1978. – Т. XXXIV, № 2. – С. 230-235.
3. Аксельруд Г.А., Ханьк Я.Н. Фильтрационная сушка плоских газопроницаемых объектов // Теоретические основы химической технологии. – 1990. – Т. 24, № 3. – С. 402-405.

УДК 004.932; 681.142.2; 622.02.658.284; 621.325

Доц. Д.Д. Пелешко,

канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка"

ТОПОЛОГІЇ ЗОБРАЖЕНЬ ТА НАБОРІВ ЗОБРАЖЕНЬ

Наведено чіткий математичний опис представлення топології покриття зображення та наборів зображень, який базується на формуванні покриттів в евклідовому координатному просторі з подальшим ін'єктивним відображенням цих топологій у простір кольору.

Ключові слова: зображення, евклідовий простір, топологія, покриття зображення, фрейм, фрагмент, потік, збіжність, оператор, піксел, колір.

Topologies of images and sets of images

There are shown the mathematical model presentation of topology of picture and picture set. The proposed presentation is based on covering form in the Euclidean coordinate space.

Keywords: image, space of Euclid, topology, coverage of image, frame, fragment, began to the flow, consilient, operator, pel, color.

Вступ. Оброблення зображень – одна із найдинамічніших наукових областей. Це зумовлено практичною затребуваністю розвитком інформаційних технологій. Дедалі нові області використання зображень потребують побудови нових і швидких методів їхнього оброблення.

Різноманітні задачі із сегментацією зображень, розпізнаванням образів і ін. використовують різноманітні топологічні представлення зображень, зокрема через формування покриттів тощо. При цьому очевидним вважають, наприклад формування покриття рисунка і представлення рисунка цим покриттям. При цьому завдання правомірності формування покриттів навіть не розглядають.

Тому актуальним завданням є розроблення чіткої математичної моделі формування різноманітних покриттів для окремих зображень та для наборів зображень.

1. Постановка задачі

Основною метою дослідження є побудова чіткої математичної моделі формування топологій покриття зображення та наборів зображень.

Для досягнення цієї мети потрібно вирішити завдання щодо формування топології розбиття над простором сигналів-зображень для подальшого розроблення методів оброблення зображень та наборів зображень.

2. Функціональне представлення зображення та набору зображень

У загальному випадку кожне зображення P можна подати у вигляді результату дії деякої абстрактної функції C (надалі функція кольору)

$$C : \mathbf{N}^{2,+} \rightarrow Color, \quad (1)$$

$$P = C(\mathbf{N}^{2,+}), \quad (2)$$

де
$$\mathbf{N}^{2,+} = \{dtp_{i,j} = (i,j) \mid i,j \in \mathbf{N}^+\}, \quad (3)$$

є обмеженим евклідовим простором точок (пікселів) з невід'ємними цілими координатами; $Color \subset \mathbf{N}$ – евклідовий простір цілих чисел, які є значеннями кольору чи інтенсивності залежно від типу рисунка. Функція (1) є ін'єктивною [3].

На практиці в дискретному представленні кожне цифрове зображення (надалі просто зображення) є відображенням скінченного дискретного набору значень з $\mathbf{N}^{2,+}$. Функцію C можна записати у вигляді

$$C : \mathbf{X}^{2,+,d} \rightarrow Q^d, \quad (4)$$

де: $\mathbf{X}^{2,+,d} \subset \mathbf{N}^{2,+}$ – многовидом в просторі $\mathbf{N}$ [4, 6]; $Q^d \subset Color$ – замкнені обмежені підмножини просторів $\mathbf{N}^{2,+}$ та $Color$ відповідно, які є вимірними по

Жордану [1, 3, 5]. Зважаючи на зліченність просторів $\mathbf{N}$, $\mathbf{N}^{2,+}$, $\mathbf{X}^{2,+d}$ та Q^d є також зліченими [1, 3].

Область визначення функції C , а саме підмножину $\mathbf{X}^{2,+d}$, будемо називати координатним (піксельним) представленням рисунка, а область значень Q^d – колірним. Фактично рисунок P є набором значень кольору (результату дії функції C) в точках-пікселях області $\mathbf{X}^{2,+d}$ із власними невід'ємними координатами.

Фізичні розміри рисунка P визначаються розмірами області $\mathbf{X}^{2,+d}$. Здебільшого $\mathbf{X}^{2,+d}$ є прямокутником. Тому її можна подати у вигляді

$$\mathbf{X}^{2,+d} = \{dtp_{i,j} = (i,j) \mid i = \overline{1,l} \wedge j = \overline{1,h}\}, \quad (5)$$

де $l, h \in \mathbf{N}^+$ – довжина та висота рисунка P . Добуток $D = lh$ визначає розмірність області $\mathbf{X}^{2,+d}$ та рисунка P .

У разі розгляду набору з N рисунків (4) та (5) видозмінюються

$$\mathbf{P} = \left\{ P_z : P_z = C_z(\mathbf{X}_z^{2,+d}) \right\}_{z=1..N}, \quad (6)$$

$$\text{де} \quad C_z : \mathbf{X}_z^{2,+d} \rightarrow Q_z^d, \quad z = \overline{1,N}; \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_z^{2,+d} = \{dtp_{z,i,j} = (i,j) \mid i = \overline{1,l_z} \wedge j = \overline{1,h_z}\}, \quad \forall z : l_z, h_z \in \mathbf{N}^+. \quad (8)$$

Тут через $\mathbf{P}$ позначено набір з N рисунків P_z , а $\mathbf{X}_z^{2,+d}$ – область визначення функції C_z .

Фактично в цьому випадку треба говорити про оператор набору $\mathbf{C}$, який визначений на гільбертовому просторі [7] $\{C_z\}$ і представляється набором операторів кожного із зображень набору

$$\mathbf{C} = \{C_z\}_{z=1..N}. \quad (9)$$

$$\text{Тоді} \quad \mathbf{P} = \mathbf{C} \left(\left\{ \mathbf{X}_z^{2,+d} \right\}_{z=1..N} \right). \quad (10)$$

На практиці дуже часто приймають, що

$$\forall z_1, z_2 \in [1, N]: \quad \mathbf{X}_{z_1}^{2,+d} = \mathbf{X}_{z_2}^{2,+d} = \mathbf{X}^{2,+d}. \quad (11)$$

$$\text{Це означає, що} \quad \forall z \in [1, N]: \quad l_z = l, h_z = h. \quad (12)$$

Тобто усі рисунки набору $\mathbf{P}$ мають однакову розмірність. Тоді отримуємо, що

$$\forall z \in [1, N]: \quad C_z : \mathbf{X}^{2,+d} \rightarrow Q_z^d. \quad (13)$$

Звідси випливає, що усі рисунки набору є результатом дії функцій C_z , які визначені на одній області визначення:

$$\mathbf{P} = \left\{ P_z : P_z = C_z(\mathbf{X}^{2,+d}) \right\}_{z=1..N}; \quad (14)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{C} \left(\left\{ \mathbf{X}^{2,+d} \right\}_{z=1..N} \right). \quad (15)$$

У такому разі палітра кольорів для усіх P_z є також однаковою.

Зважаючи на (7), оператор (9) запишемо у вигляді

$$\mathbf{C} = \{C_z\}_{z=1..N} = \left\{ \mathbf{X}^{2+,d} \rightarrow \left\langle c_{z,(i,j)}^d \right\rangle_{j=\overline{1,h}}^{i=\overline{1,l}} \right\}_{z=1..N}, \quad \forall (i,j): c_{z,(i,j)}^d \in Q_z^d, \quad (16)$$

де $c_{z,(i,j)}^d$ – значення кольору (інтенсивності) пікселя з координатами (i, j) . За умови (5), формула (16) видозміниться

$$\mathbf{C} = \{C_z\}_{z=1..N} = \left\{ \left\langle dtp_{i,j} \right\rangle \rightarrow \left\langle c_{z,(i,j)}^d \right\rangle_{j=\overline{1,h}}^{i=\overline{1,l}} \right\}_{z=1..N}, \quad \forall (i,j): c_{z,(i,j)}^d \in Q_z^d. \quad (17)$$

Тоді саме P_z та $\mathbf{P}$ зазвичай подаються через набір (та набори) значень кольору

$$\mathbf{P} = \{P_z\}_{z=1..N} = \left\{ \left\langle c_{z,(i,j)}^d \right\rangle_{j=\overline{1,h}}^{i=\overline{1,l}} \right\}_{z=1..N}, \quad \forall (i,j): c_{z,(i,j)}^d \in Q_z^d. \quad (18)$$

Формула (17) є найзручнішим математичним представленням оператора набору цифрових рисунків однакової розмірності.

2. Модель покриття зображення та наборів зображень

2.1. Формування покриття в координатній області

Беручи до уваги (4), область $\mathbf{X}^{2+,d}$ представимо у вигляді об'єднання під областей прямокутної форми (фреймів)

$$\mathbf{X}^{2+,d} \approx \bigcup_{m=1}^{\infty} \mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}, \quad (19)$$

де $\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d} \subseteq \mathbf{X}^{2+,d}, \forall m \geq 1$ – прямокутна область фрейм з простору $\mathbf{X}^{2+,d}$. Кожен $\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}$ визначається координатами початку (верхнього лівого кута), тобто геометричними координатами зміщення початку фрейма відносно початку зображення:

$$\begin{cases} x_{\text{поч}}^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} = x(\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}) = x_{\text{поч}}^{\mathbf{X}^{2+,d}} + \Delta_x^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}; \\ y_{\text{поч}}^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} = y(\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}) = y_{\text{поч}}^{\mathbf{X}^{2+,d}} + \Delta_y^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}; \end{cases} \quad (20)$$

де: $x_{\text{поч}}^{\mathbf{X}^{2+,d}}, y_{\text{поч}}^{\mathbf{X}^{2+,d}}$ – координати початку $\mathbf{X}^{2+,d}$; $\Delta_x^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}$ і $\Delta_y^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}$ – зміщення початку фрейму $\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}$ відносно початку $\mathbf{X}^{2+,d}$ в напрямках x та y відповідно. Іншими характеристиками фрейму виступають його довжина $l_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} \in \mathbf{N}^+$ та висота $h_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} \in \mathbf{N}^+$. Це означає, що $\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}$ є деякою функцією від початку, довжини та висоти, яку зважаючи на (33) можна подати у вигляді

$$\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d} = \mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d} \left(x_{\text{поч}}^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, y_{\text{поч}}^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, l_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, h_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} \right) = \mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d} \left(\Delta_x^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, \Delta_y^{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, l_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}}, h_{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}} \right). \quad (21)$$

Набір $\chi = \{\mathbf{X}_{\text{fr}_m}^{2+,d}\}_m$ – утворює покриття області $\mathbf{X}^{2+,d}$. Якщо знак ' $\approx$ ' можна замінити на знак '=', то покриття називається замкненим.

Множини різних покриттів $\mathfrak{Z}_{\mathbf{X}^{2+,d}}$ області $\mathbf{X}^{2+,d}$ виступають топологією на $\mathbf{X}^{2+,d}$. Тоді фактично можна говорити про топологічний простір $(\mathbf{X}^{2+,d}, \mathfrak{Z}_{\mathbf{X}^{2+,d}})$ [1, 2, 4]. Підмножину $\mathfrak{R}_{\mathbf{X}^{2+,d}} \subset \mathfrak{Z}_{\mathbf{X}^{2+,d}}$ будемо називати *базою то-*

пології $\mathfrak{X}^{2+,d}$ [1, 4], якщо будь-яку множину $\mathbf{X}_{\text{fr}}^{2+,d} \subseteq \mathfrak{X}^{2+,d}$ можна представити об'єднанням множин з $\mathfrak{R}_{\mathbf{X}^{2+,d}}$,

$$\forall \mathbf{X}_{\text{fr}}^{2+,d} \subseteq \mathfrak{X}^{2+,d} \quad \exists \left\{ \mathbf{X}_{\text{fr}\alpha}^{2+,d} \right\}_{\alpha \in A} \subseteq \mathfrak{R}_{\mathbf{X}^{2+,d}} : \mathbf{X}_{\text{fr}}^{2+,d} = \bigcup_{\alpha \in A} \mathbf{X}_{\text{fr}\alpha}^{2+,d}. \quad (22)$$

Покриття вважають *збіжним*, якщо

$$\exists \delta < \infty : \quad \lim_{N_{\chi} \rightarrow \infty} \bigcup_{m=1}^{N_{\chi}} \mathbf{X}_{\text{fr}m}^{2+,d} = \delta. \quad (23)$$

де N_{χ} – кількість фреймів покриття χ' , тобто розмірність покриття χ' .

Замкнене покриття називають *скінченним*, якщо

$$\bigcup_{m=1}^{N_{\chi}} \mathbf{X}_{\text{fr}m}^{2+,d} = \mathbf{X}^{2+,d}. \quad (24)$$

Очевидно, що скінченне замкнене покриття є збіжним.

Оскільки $\mathbf{X}^{2+,d}$ є компактом (замкнена і обмежена множина в евклідовому просторі – Т. Больцано-Вейєрштраса [1, 3, 6]), то з будь-якого χ завжди можна виділити збіжне підпокриття χ' [1, 4, 6]

$$\chi' = \left\{ \mathbf{X}_{\text{fr}m}^{2+,d} \right\}_{m=1..N_{\chi}} \subset \chi \subset \mathfrak{X}^{2+,d}. \quad (25)$$

Понад це, зважаючи ще й на скінченність і "прямокутність" $\mathbf{X}^{2+,d}$ можна стверджувати, що для будь-якого $\mathbf{X}^{2+,d}$ можна побудувати принаймні одне скінченне замкнене повне підпокриття.

Покриття χ називатимемо *унікальним*, якщо

$$\forall m_1, m_2 \in [1; N_{\chi}]: \quad \mathbf{X}_{\text{fr}m_1}^{2+,d} \cap \mathbf{X}_{\text{fr}m_2}^{2+,d} \neq \emptyset; \quad \mathbf{X}_{\text{fr}m_1}^{2+,d} \neq \emptyset, \mathbf{X}_{\text{fr}m_2}^{2+,d} \neq \emptyset. \quad (26)$$

У випадку існування збіжного унікального покриття, простір $\mathbf{X}^{2+,d}$ стає сепарабельним [1, 7].

Очевидно, що для кожного цифрового рисунка в координатній області існує унікальне скінченне покриття.

Звуженням покриття χ будемо вважати видалення принаймні одного фрейму із сформованого χ .

У випадку розгляду набору $\mathbf{P}$ формула (13) видозміниться

$$\forall z \in [1; N] \quad \exists \chi'_z \in \left\{ \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \right\}_{m=1..N_{\chi,z}} \subset \chi'_z : \mathbf{X}_z^{2+,d} = \bigcup_{m=1}^{N_{\chi,z}} \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d}, N_{\chi,z} \in \mathbb{N}^{2+}, \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \subset \mathbf{X}_z^{2+,d}, \quad (27)$$

де $\mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d}$ – m -й фрейм збіжного підпокриття χ'_z покриття χ_z рисунка P_z . При цьому до розгляду можна ввести поняття *скінченного покриття набору χ'*

$$\chi' = \left\{ \chi'_z \right\}_{z=1..N} = \left\{ \left\{ \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \right\}_{m=1..N_{\chi,z}} \right\}_{z=1..N} = \left\{ \mathbf{X}_{\text{fr}z,m}^{2+,d} \right\}_{z=1..N}^{m=1..N_{\chi,z}}. \quad (28)$$

2.2. Формування покриття в колірній області

Зважаючи на існування скінченного покриття в координатній області, (4) можна записати у вигляді

$$C : \chi' \rightarrow Q^d. \quad (29)$$

Беручи до уваги (7, 19), оператор (42) можна подати у вигляді

$$C = \{C_m : X_{fr_m}^{2+,d} \rightarrow Q_m^d\}_{m=1..N_\chi}; \quad Q_m^d \subseteq Q^d, \quad (30)$$

де C_m – є колірним оператором (подібно до (1)), який визначений на фреймі $X_{fr_m}^{2+,d}$. Тоді, зважаючи на (2), рисунок P можна подати у вигляді

$$P = \left\{ P_m \mid P_m = C_m \left(X_{fr_m}^{2+,d} \right) \right\}_{m=1..N_\chi} = \left\{ \left\{ c_{m,(i,j)}^d \right\} \mid \begin{array}{l} \forall i \in \left[x_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} .. x_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} + l_{X_{fr_m}^{2+,d}} \right], \\ \forall j \in \left[y_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} .. y_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} + h_{X_{fr_m}^{2+,d}} \right], \end{array} \exists m \in [1..N_\chi] : c_{m,(i,j)}^d \in P_m \right\}_{m=1..N_\chi}, \quad (31)$$

де P_m називатимемо фрагментом зображення P .

У разі існування набору (14), з урахуванням (31), отримаємо

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = \{P_z\} &= \left\{ \left\{ P_{z,m} \mid P_{z,m} = C_{z,m} \left(X_{fr_{z,m}}^{2+,d} \right) \right\}_{m=1..N_{\chi,z}} \right\}_{z=1..N} = \\ &= \left\{ \left\{ \left\{ c_{z,m,(i,j)}^d \right\} \mid \begin{array}{l} \forall i \in \left[x_{поч}^{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} .. x_{поч}^{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} + l_{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} \right], \\ \forall j \in \left[y_{поч}^{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} .. y_{поч}^{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} + h_{X_{fr_{z,m}}^{2+,d}} \right], \end{array} \exists m \in [1..N_{\chi,z}] : c_{z,m,(i,j)}^d \in P_{z,m} \right\}_{m=1..N_{\chi,z}} \right\}_{z=1..N}, \end{aligned} \quad (32)$$

де $N_{\chi,z}$ – розмірність покриття χ'_z .

Беручи до уваги (16), (17) оператор набору (9) можна подати як

$$\mathbf{C} : \chi' \rightarrow Q^d \leftrightarrow \mathbf{C} = \{ \chi'_z \rightarrow Q_z^d \}_{z=1..N}, \quad (33)$$

$$\text{де} \quad Q^d = \{ Q_z^d \}_{z=1..N}. \quad (34)$$

А сам набір $\mathbf{P}$ (15) можна записати у вигляді

$$\mathbf{P} = \mathbf{C}(\chi') = \{ \chi'_z \rightarrow Q_z^d \}_{z=1..N}. \quad (35)$$

2.3. Формування покриття в колірній області наборів зображень при векторному представленні

В основі математичної моделі векторного представлення зображень приймається гіпотеза, про існування деякого векторного поля [21] (вектор-функції векторного аргумента, яка виступає точкою простору). За вектор-функцію приймається вектор $\mathbf{C}^{Color} = (C^l(X_z^{2+,d}), .. C^{l_{hz}}(X_z^{2+,d}))$, де N_{pal} – розмірність палітри кольорів.

За такого підходу характеристикою зображення P_z виступає потік абстрактного вектора $\mathbf{C}^{Color}$, через деяку гіперповерхню $X_z^{2+,d}$ [3, 5, 8], яка, своєю чергою, за геометричними параметрами дорівнює площині зображення P_z . Це означає, що кожному P_z у відповідність ставиться скалярний поверхневий інтеграл, який є потоком вектора $\mathbf{C}^{Color}$ крізь поверхню $X_z^{2+,d}$

$$P_z \rightarrow \Phi_z = \int_{X_z^{2+,d}} \mathbf{C}^{Color} \cdot d\mathbf{X}_z^{2+,d}, \quad z=1..N, \quad (36)$$

Зважаючи на (19) та адитивність інтеграла [3, 5], формулу (36) можна записати

$$\Phi_z \leq \sum_{m=1}^{N_X} \int_{X_{fr_m}^{2+,d}} C^{Color} dX_{fr_m}^{2+,d}, \quad z = 1 \dots N, \quad (37)$$

де $\int_{X_{fr_m}^{2+,d}} C^{Color} dX_{fr_m}^{2+,d}$ – потік вектора C^{Color} через фрейм $X_{fr_m}^{2+,d}$ зображення P_z . Знак рівності тут впливає у випадку існування унікального під покриття.

Якщо ввести позначення потоку вектора $\Phi_m^{P_z}$

$$\Phi_m^{P_z} = \int_{X_{fr_m}^{2+,d}} C^{Color} dX_{fr_m}^{2+,d}, \quad z \in [1..N], \quad m \in [1..N_X], \quad (38)$$

то (34) можна записати у вигляді

$$\Phi_z \leq \sum_{m=1}^{N_X} \Phi_m^{P_z}, \quad z = 1 \dots N. \quad (39)$$

Беручи до уваги (23) і (19), інтеграл (38) можна звести до квадратурної формули [5]

$$\Phi_m^{P_z} = s^{X_{fr_m}^{2+,d}} \sum_{i=x_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}}}^{x_{коч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} + l^{X_{fr_m}^{2+,d}}} \sum_{j=y_{поч}^{X_{fr_m}^{2+,d}}}^{y_{коч}^{X_{fr_m}^{2+,d}} + h^{X_{fr_m}^{2+,d}}} c_n(i,j), \quad z = 1 \dots N, \quad (40)$$

де $s^{X_{fr_m}^{2+,d}}$ – площа фрейма $X_{fr_m}^{2+,d}$.

Висновки

Отже, наведено математичне представлення зображення будь-якого типу і набору зображень. Це дає змогу у чіткій математичній формі реалізувати різноманітні алгоритми оброблення зображень і наборів. При цьому розділено представлення координатного і колірних просторів.

Математично описано і обґрунтовано можливість формування різноманітних покриттів зображень в координатній і колірній областях. Формування топологій збіжних підпокриттів дає змогу для подальшого практичного оброблення і теоретичних досліджень долучити методи диференціальної геометрії.

Література

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. – М. : Изд-во "Наука", 1977. – 356 с.
2. Гусейн-Заде С.М. Лекции по дифференциальной геометрии. – М. : Изд-во МГУ, 2001. – 464 с.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров // М. – Наука, 1968. – 720 с.
4. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. – М. : Изд-во "Мир", 1972. – 356 с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н.С. Пискунов. – М. : "Наука" Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – Т. 2. – 572 с.
6. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. – М. : Изд-во "Мир", 1968. – 632 с.
7. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. – М. : Изд-во "Мир", 1970. – 422 с.
8. Халмош П. Конечномерные векторные пространства. – М. : Изд-во ГИФМЛ, 1963. – 276 с.