

13. Боголюбов Н.И. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.И. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М. : Изд-во "Наука", 1974. – 408 с.

14. Мартинців М.П. Несучі характеристики канатних установок / М.П. Мартинців, Б.І. Сокіл, М.Б. Сокіл // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомчий наук.-техн. зб. – Львів : УкрДЛТУ. – 2003. – Вип. 28. – С. 81-89.

УДК 681.3+519.6

Доц. О.А. Пастух, канд. техн. наук – Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя

СПІЛЬНІ РИСИ ТА ВІДМІННОСТІ МІЖ ІНДИКАТОРНИМИ ФУНКЦІЯМИ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТА ПОДІБНИМИ ДО НИХ ЙМОВІРНІСНИМИ МІРАМИ

Вперше розглянуто математичний формалізм спільного та відмінного між індикаторними функціями (функціями приналежності) нечітких множин та подібними до них ймовірнісними мірами. В основу математичного формалізму покладено статистичну модель, яка охоплює симплекс приготованих станів та множину афінних відображень симплексу приготованих станів у симплекс ймовірнісних мір, а також поняття квантової нечіткої множини, яке є узагальненням поняттям нечіткої множини. Показовість результатів представлено за допомогою віртуального експерименту з оцінювання групою експертів індикаторної функції нечіткої множини.

*Assoc. prof. O.A. Pastukh – Ternopol state technical university
named after Ivan Pulyuj*

Identical and difference between indicator functions of fuzzy sets and similar probability measures

Mathematical formalism of general and difference between indicator functions of fuzzy sets and probability measures had been viewed. Basic of mathematical formalism is statistical model. Statistical model is including simplex of ready states and set of affine mappings. Basic of mathematical formalism is idea of quantum fuzzy set. Quantum fuzzy set is generalization of fuzzy set. Results of virtual experiment on estimation indicator function of fuzzy set by group of experts had been showed.

Вступ. Доволі часто під час розгляду індикаторних функцій (функцій належності) нечітких множин їх ототожнюють із однаковими за значеннями ймовірнісними мірами. Хоча відмінність між ними істотна, наприклад, область визначення індикаторних функцій є універсальна множина, а областю визначення відповідної їй ймовірнісної міри є σ -алгебра цієї універсальної множини, все ж існує потреба в створенні математично формалізованого ґрунту для їх розрізнення.

Огляд існуючих даних. Хоча відмінності, які існують між індикаторними функціями нечітких множин та подібними до них ймовірнісними мірами, розглянуто у багатьох літературних джерелах, в основі цього дослідження використано математичний формалізм статистичної моделі, наведений у роботах [1, 2] та поняття квантових нечітких множин, які є узагальненням нечітких множин і вперше введено в авторських роботах [3-6].

Постановка завдання. У роботі розглянуто за допомогою статистичної моделі та поняття квантової нечіткої множини вирішення завдання математичної формалізації зв'язку між індикаторними функціями нечітких мно-

жин, які задаються на універсумі та відповідними їм ймовірнісними мірами, що задаються на σ -алгебрі даного універсуму і могло бути використаним для кращого їх розрізнення.

Основна частина. Як відомо [1, 2], в довільному експерименті можна виділити дві стадії – це приготування та вимірювання. На першій стадії задають умови протікання експерименту та вхідні дані експерименту. На другій стадії отримують вихідні дані (результати експерименту) шляхом взаємодії об'єкта дослідження з вимірювальними пристроями. Відомо [1], що довільний експеримент, детермінований чи статистичний, повинен задовольняти статистичний постулат, який формулюється таким чином.

Статистичний постулат: кожен експеримент повинен давати змогу проведення повторювати його необмежену кількість разів, індивідуальні результати в послідовності однакових, незалежних експериментів можуть відрізнятися, однак поява того чи іншого результату в досить великій послідовності характеризується певною частотою (стійкість частот).

Вище наведене стосується всіх експериментів, незалежно, до якої предметної області вони належать. Таким чином, як зазначено в [1], теоретичний опис довільного об'єкта чи явища, що задовольняє статистичний постулат, математично формалізується у вигляді статистичної моделі.

$$\langle \Psi, M \rangle,$$

де: Ψ – випукла множина (елементарні елементи якої називають станами), M – множина афінних відображень (елементарні елементи якої називають вимірюваннями).

При цьому залишається лише, по-перше, здійснити математичний опис елементарних елементів (станів) випуклої множини Ψ та елементарних елементів (афінних відображень) множини M , по-друге, встановити відповідність між реальними процедурами приготування і вимірювання та теоретичними об'єктами.

Що стосується квантових експериментів, зокрема, під час читання даних з квантового регістра квантового процесора, то Ψ є випуклий комплексний векторний простір хвильових функцій ψ (зокрема, є симплексом), M є множина афінних відображень $\psi \rightarrow p_\psi$ множини Ψ в множину, яка є симплексом, $\{p_\psi\}$ ймовірнісних мір, які задані на σ -алгебрі простору елементарних випадкових подій Ω .

Вперше у роботах автора [3-6] показано, що хвильові функції $\psi \in \Psi$, які математично описують стани квантового регістра квантового процесора є функціями належності (індикаторними функціями) I_{qf} квантових нечітких множин qf певного універсуму U , а цей універсум є фазовим простором.

Виходячи з цього, статистична модель для квантових експериментів набуває такого математичного виду та семантичного значення.

$$\langle I_{qf}, M \rangle,$$

де: I_{qf} – симплекс, утворений сукупністю індикаторних функцій I_{qf} квантових нечітких множин qf фазового простору U , M – множина афінних відоб-

ражень $I_{qf} \rightarrow p_{I_{qf}}$ множини I_{qf} у множину, а саме, симплекс, $\{p_{I_{qf}}\}$ ймовірнісних мір, які задані на σ -алгебрі фазового простору U .

Аналізуючи вище наведений математичний вигляд та семантику статистичної моделі для квантових експериментів, розгляньмо випадок, коли замість квантових нечітких множин можна використати нечіткі множини (які є частковим видом квантових нечітких множин, що зазначено у роботах автора [3-6]), а саме, замість індикаторних функцій I_{qf} квантових нечітких множин використати індикаторні функції I_f нечітких множин.

$$\langle I_f, M \rangle,$$

де: I_f – симплекс, утворений сукупністю індикаторних функцій I_f нечітких множин f фазового простору U , M – множина афінних відображень $I_f \rightarrow p_{I_f}$ множини I_f у множину, а саме, симплекс, $\{p_{I_f}\}$ ймовірнісних мір, які задані на σ -алгебрі фазового простору U .

Враховуючи наведене вище, розгляньмо у формі прикладу можливий семантичний аналіз цієї статистичної моделі на основі такого експерименту.

Нехай суть експерименту полягає в оцінюванні групою експертів індикаторної функції (функції належності) фіксованого значення лінгвістичної змінної, яку задано на фазовому просторі U , тобто в оцінюванні індикаторної функції I_f нечіткої множини f фазового простору U і вираженні її у вигляді ймовірнісної міри на σ -алгебрі фазового простору U .

Як бачимо, на підставі ергодичності, результат буде такий:

$$\left\{ \left(\frac{m_1}{N}, I_{1f} \right), \left(\frac{m_2}{N}, I_{2f} \right), \left(\frac{m_3}{N}, I_{3f} \right), \dots, \left(\frac{m_n}{N}, I_{nf} \right) \right\},$$

$$\frac{m_1}{N} + \frac{m_2}{N} + \frac{m_3}{N} + \dots + \frac{m_n}{N} = 1,$$

де: $I_{1f}, I_{2f}, I_{3f}, \dots, I_{nf}$ – оцінки індикаторної функції I_f одержані в межах підгруп 1, 2, 3, ..., n експертів відповідно з кількостями $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ осіб, N – загальна кількість експертів у групі.

Одержаний внаслідок одночасного оцінювання групою N експертів індикаторної функції I_f нечіткої множини f еквівалентно видається, як результат оброблення послідовності окремих оцінок одержаних від кожного окремо взятого експерта, що забезпечує стійкість частот. Якщо кількість експертів групи теоретично збільшувати до нескінченності, то це еквівалентно можливості проведення одного і того ж експерименту необмежену кількість разів. У такому разі експеримент задовольняє вимоги статистичного постулату, що підтверджує можливість використання для його математичної формалізації статистичної моделі.

Першу стадію приготування цього експерименту становить множина станів, яка утворює випуклий векторний простір I_f , що становить симплекс. Це видно з того, що загальна інтегральна оцінка індикаторної функції I_f нечіткої множини f в межах всієї групи N експертів однозначно видається у

вигляді лінійної комбінації з оцінок $I_{1f}, I_{2f}, I_{3f}, \dots, I_{nf}$, які одержані в межах підгруп 1, 2, 3, ..., n експертів згідно з кількостями $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ осіб, тобто

$$I_f = \frac{m_1}{N} \cdot I_{1f} + \frac{m_2}{N} \cdot I_{2f} + \frac{m_3}{N} \cdot I_{3f} + \dots + \frac{m_n}{N} \cdot I_{nf} = \sum_{k=1}^n \frac{m_k}{N} \cdot I_{kf}.$$

Оцінки $I_{1f}, I_{2f}, I_{3f}, \dots, I_{nf}$ утворюють множину вершин симплексу.

Коли кожен експерт ототожнює свою оцінку з ймовірнісною мірою, то цим самим він здійснює акт відображення (згідно з термінологією статистичної моделі здійснює акт вимірювання, що відповідає другій стадії експерименту – стадії вимірювання) $I_{kf} \rightarrow p_{I_{kf}}, k = \overline{1, n}$. При цьому областю визначення індикаторних функцій $I_{kf}, k = \overline{1, n}$ є фазовий простір U , а областю визначення відповідних ймовірнісних мір $p_{I_{kf}}, k = \overline{1, n}$ є σ -алгебра фазового простору U .

Слушно зазначити [1, 2], що простір ймовірнісних мір $p_{I_{kf}}, k = \overline{1, n}$, які задані на σ -алгебрі фазового простору U , згідно зі статистичною моделлю, є також симплексом, множину вершин якого утворюють ймовірнісні міри $p_{I_{kf}}, k = \overline{1, n}$.

Виходячи з того, що у статистичній моделі елементарні елементи множини M – відображення (вимірювання) $I_{kf} \rightarrow p_{I_{kf}}, k = \overline{1, n}$ є афінними, то образ інтегральної оцінки

$$I_f = \frac{m_1}{N} \cdot I_{1f} + \frac{m_2}{N} \cdot I_{2f} + \frac{m_3}{N} \cdot I_{3f} + \dots + \frac{m_n}{N} \cdot I_{nf} = \sum_{k=1}^n \frac{m_k}{N} \cdot I_{kf}$$

обчислюється за формулою

$$p_{I_f} = \frac{m_1}{N} \cdot p_{I_{1f}} + \frac{m_2}{N} \cdot p_{I_{2f}} + \frac{m_3}{N} \cdot p_{I_{3f}} + \dots + \frac{m_n}{N} \cdot p_{I_{nf}} = \sum_{k=1}^n \frac{m_k}{N} \cdot p_{I_{kf}}.$$

Отже, процес ототожнення індикаторної функції нечіткої множини, яка одержується із статистичного експерименту шляхом її оцінювання групою експертів, з ймовірнісною мірою описується статистичною моделлю у вигляді

$$\langle I_f, M \rangle,$$

де: I_f – симплекс, утворений сукупністю індикаторних функцій I_f нечітких множин f фазового простору U , M – множина афінних відображень $I_f \rightarrow p_{I_f}$ множини I_f в множину, а саме, симплекс, $\{p_{I_f}\}$ ймовірнісних мір, які задані на σ -алгебрі фазового простору U .

Висновки. За допомогою статистичної моделі та поняття квантової нечіткої множини, яке є узагальненням поняттям нечіткої множини, математично формалізовано зв'язок між індикаторними функціями нечітких множин, які задаються на універсумі та відповідними їм ймовірнісними мірами, що задаються на σ -алгебрі цього універсуму, що формує математично формалізова-

ний фундамент для розрізнення хоча однакових за значеннями та різними загалом поняттями – індикаторною функцією та ймовірнісною мірою.

Література

1. Холево А.С. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории / А.С. Холево. – М. : Изд-во "Наука", 1980. – 319 с.
2. Холево А.С. Квантовая вероятность и квантовая статистика / А.С. Холево. – М. : Изд-во ВИНТИ. – 1991. – Т. 83. – С. 3-132.
3. Пастух О.А. Квантові нечіткі множини з комплексно значною характеристичною функцією і їх використання для квантового комп'ютера / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький : Вид-во ХНУ. – 2006. – Т.1. – № 2. – С. 158-161.
4. Пастух О.А. Квантова нечітка випадкова подія та її маргінальна амплітуда ймовірності / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький : Вид-во ХНУ. – 2006. – № 5. – С. 58-60.
5. Пастух О.А. Повний біунарний уноїд квантових нечітких булевих підмножин на просторі $[0; \infty)$ / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький : Вид-во ХНУ. – 2007. – № 1. – С. 196-198.
6. Пастух О.А. Основи зв'язку між математичними формалізмами інформаційних систем, нечітких інформаційних систем та квантових інформаційних систем / О.А. Пастух // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький : Вид-во ХНУ. – 2008. – № 3. – С. 87-98.

УДК 004.942; 674.047

Асист. А.В. Бакалець – НЛТУ України, м. Львів

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕІЗОТЕРМІЧНОГО ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ І В'ЯЗКОПРУЖНОГО СТАНУ У ДЕРЕВИНІ В ПРОЦЕСІ СУШІННЯ

Розглянуто програмну реалізацію математичної моделі в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння як двовимірного анізотропного тіла. На основі об'єктно-орієнтованого підходу спроектовано та запрограмовано класи, потрібні для чисельних обчислень згідно з методом скінченних елементів. Для зберігання інформації про розбиття області на елементи та вузли використано структуру на основі списків, а не на основі масивів.

Assist. A.V. Bakalets – NUFWT of Ukraine, L'viv

Software implementation of finite elements method for modeling notisothermal moisture transfer and viscoelastic state of wood during drying process

Software implementation of mathematical model of viscoelastic state of wood during drying process as 2D anisotropic solid is considered. Based on object-oriented approach classes required for numerical calculation by finite element method are designed and programmed. For storage of information about laying out of area on elements and knots a structure is used on the basis of lists, but not on the basis of arrays.

Актуальність досліджень. Метод скінченних елементів (МСЕ) безумовно являє собою ефективний чисельний метод розв'язування інженерних та фізичних задач. Більшість робіт, що описують цей метод, можна умовно розділити на два напрями, які часто взаємодоповнюють один одного. Перший (теоретичний) стосується математичного обґрунтування МСЕ. Другий (інже-