

## СТРУКТУРНО-ФУНКЦІОНАЛЬНІ СХЕМИ ДИСКРЕТНОГО ЧАСУ ЧАСТОТОНЕЗАЛЕЖНИХ ДЕМОДУЛЯТОРІВ АМ- ТА ЧМ-ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ

Запропоновано структурно-функціональні схеми дискретного часу демодуляторів частотно-модульованих сигналів. Структурно-функціональні схеми демодуляторів отримують на основі математичних моделей у формі диференціальних, інтегральних та відповідних різницевих рівнянь і містять цифрові диференціатори, ланки затримки, суматори, перемножувачі, подільники та функціональні перетворювачі. Структура і параметри демодуляторів не залежать від амплітуди вхідних сигналів та несної частоти. Запропоновані демодулятори не потребують фільтрування вихідних сигналів. За наявності незначних шумів у вхідних сигналах демодулятори можуть використовуватись без будь-яких додаткових засобів. Вплив шумів високого рівня мінімізується до прийнятної величини, якщо вхідні сигнали перед подачею на демодулятор пропускаються через набір вузькосмугових фільтрів з отриманням на їх виході майже монохроматичних сигналів.

**Ключові слова:** структурно-функціональна схема дискретного часу, демодулятор частотно-модульованих сигналів, математична модель, функціональний перетворювач, вузькосмуговий фільтр, монохроматичний сигнал.

*Assoc. prof. P.V. Tymoshchuk – NU "L'viv'ska Politekhnik"*

## Discrete-time structure-functional schemes of frequency independent demodulators of AM- and FM- harmonic signals

Structure-functional schemes of discrete-time demodulators of frequency modulated signals are proposed. The models are determined in a form of difference equations with given initial conditions. Structure-functional schemes of the demodulators consist of discrete-time differentiators, time delays, summers, multipliers, dividers and functional transformers. The structure and parameters of demodulators are independent of a carrier frequency. The proposed demodulators do not need a filtering of output signals. In the conditions of small level noises in input signals the demodulators can be used without any additional tools. An affect of high level noises is minimized to an acceptable magnitude if input signals before demodulator are passed through a set of narrow band filters with an obtaining on its output almost monochromatic signals.

**Keywords:** structure-functional scheme of discrete-time, demodulator of frequency modulated signals, mathematical model, functional transformer, narrow band filter, monochromatic signal.

**Вступ.** Демодулятори частотно-модульованих сигналів широко використовуються у різноманітних цифрових пристроях для обробки сигналів. Класичним методом детектування модульованих сигналів є метод аналітичного сигналу, який базується на використанні спряженого сигналу  $v(t)$  від реального сигналу  $u(t)$  [1]. Аналітичні методи точного демодулювання сигналів

$$u(t) = a(t) \cos \varphi(t) = a(t) \cos[\omega_0 t + \Phi(t)], \quad (1)$$

де:  $a(t)$ ,  $\varphi(t)$  і  $\omega(t) = d\varphi / dt$  – часові залежності амплітуди, фази та частоти, постійно є об'єктом підвищеної уваги багатьох фахівців. Сигнали (1) використовують тоді, коли  $a(t)$  і  $\omega(t)$  змінюються не надто швидко, тобто для обмеженої смуги частот [2, 3].

Застосовуються також альтернативні методи демодулювання сигналів виду (1) [1-3]. Кожен з існуючих методів має свою область застосувань. Зокрема, метод аналітичного сигналу, який ґрунтується на перетворенні Гільберта, дає вищу точність демодуляції для широкосмугових сигналів, тобто за близьких значень частот несних коливань та повідомлень. Однак він відзначається більшою обчислювальною складністю, ніж альтернативні методи. Для квазігармонічних сигналів, тобто для вузькосмугових повідомлень, які застосовуються у більшості сучасних комунікаційних систем, де використовується модуляція, більш точними та ефективними є альтернативні методи.

Нехай вхідні сигнали АМ-демодулятора описуються співвідношенням:

$$x(t)=A(t) \cos \omega_0 t; A(t)>0; t \in T, \quad (2)$$

де  $A(t)$  – огибающая;  $\omega_0$  – частота несного високочастотного коливання. Сигнали (2) призводять до появи на виході демодулятора вихідних реакцій

$$y(t)=A(t). \quad (3)$$

Вважатимемо, що огибающая  $A(t)$  є повільною функцією часу, тобто задовольняється нерівність  $\Omega_m/\omega_0 < 1$ , де  $\Omega_m$  – найвища частота спектру огибающей. Така умова, зазвичай, виконується для більшості сигналів за будь-якого способу модуляції. Тоді можна прийняти, що амплітуда сигналу змінюється настільки повільно, що у межах одного періоду високочастотного коливання модульоване коливання можна вважати гармонічним [4].

Припустимо, що вихідні сигнали ЧМ-демодулятора описуються так:

$$x(t)=A \cos \Psi(t)=A \cos [\omega_0 t + \Xi(t)], t \in T, \quad (4)$$

де  $A$  – амплітуда несного високочастотного коливання;  $\Psi(t)$  – фаза. Нехай, згідно з вимогами до ЧМ-демодулятора, його реакції на вхідні дії (1) (повідомлення на виході демодулятора) повинні мати вигляд:

$$y(t)=d\Psi(t)/dt = \omega_0 + d\Xi/dt. \quad (5)$$

Вважатимемо, що ширина спектру повідомлення є малою порівняно з несною частотою, тобто, як і для демодулятора АМ-сигналів, виконується нерівність  $\Omega_m/\omega_0 < 1$ , де  $\Omega_m$  – найвища частота спектру повідомлення. Це дає змогу вважати фазу повільною функцією часу і прийняти, що миттєва частота повідомлення змінюється настільки повільно, що у межах одного періоду високочастотного коливання модульоване коливання можна вважати гармонічним.

Під час застосування альтернативних методів демодулювання вузькосмугових сигналів огибающая та частота квазігармонічних коливань однозначно можуть визначатись за допомогою похідних від сигналів  $u(t)$ , як [5]:

$$a(t) = \sqrt{[u(t)]^2 + \omega_0^{-2} [u'(t)]^2}; \quad (6)$$

$$\omega(t) = \omega_0 \left\{ 1 - u(t) \left[ \frac{u''(t) + \omega_0^2 u(t)}{\{u'(t)\}^2 + \omega_0^2 \{u(t)\}^2} \right] \right\}. \quad (7)$$

Для отримання залежностей  $a(t)$  та  $\omega(t)$  за допомогою виразів (6) та (7) необхідно мати значення несної частоти  $\omega_0$ . Ми розглядаємо незалежні

від несної частоти  $\omega_0$  демодулятори АМ- та ЧМ-гармонічних сигналів дискретного часу, які не потребують фільтрування вихідних сигналів.

Для незалежного від  $\omega_0$  визначення параметрів вузькосмугових сигналів в [1] запропоновано алгоритми демодуляторів АМ- та ЧМ-сигналів Тігера-Кайзера, згідно з якими часові залежності амплітуди та частоти визначаються за формулами:

$$a(t) = \frac{\Psi(u)}{[\Psi(u')]^{1/2}}, \quad (8)$$

$$\omega(t) = \left[ \frac{\Psi(u')}{\Psi(u)} \right]^{1/2}, \quad (9)$$

де  $\Psi(u) = [u'(t)]^2 - u(t)u''(t)$ ,  $\Psi(u') = [u''(t)]^2 - u'(t)u'''(t)$  – так звані енергетичні оператори.

Оскільки аналогові моделі (8) та (9) будуються на базі похідних за часом від вхідних сигналів демодуляторів, їх структурно-функціональні схеми реалізуються на основі диференціаторів, які можуть мати низьку точність і стабільність функціонування на низьких частотах сигналів та за наявності шумів. Тому для забезпечення точного і стабільного функціонування демодуляторів на низьких частотах, а також в умовах шумів можна отримати математичні моделі демодуляторів АМ- та ЧМ-сигналів на основі інтегралів від вхідних сигналів. Це досягається унаслідок заміни у виразах (8) та (9) похідних  $u'(t), u''(t), u'''(t)$  на інтеграли  $\int u(t)dt, \iint u(t)dt^2, \iiint u(t)dt^3$  відповідно, що приводить до отримання виразів для часових залежностей амплітуди та частоти виду:

$$a(t) = \frac{\Omega(u)}{[G(u)]^{1/2}}, \quad (10)$$

$$\omega(t) = \left[ \frac{G(u')}{\Omega(u)} \right]^{1/2}, \quad (11)$$

де енергетичні оператори описуються так:

$$\Omega(u) = \left[ \int u(t)dt \right]^2 - u(t) \iint u(t)td^2 \quad (12)$$

$$G(u) = \left[ \iint u(t)td^2 \right]^2 - \int u(t)dt \left[ \iiint u(t)td^3 \right]. \quad (13)$$

Структурно-функціональні схеми дискретного часу демодуляторів АМ- та ЧМ-сигналів.

Шляхом дискретизації співвідношень (8) і (9) можна отримати відповідні дискретні моделі демодуляторів у вигляді:

$$a(k) = \frac{\Psi(u)}{[\Psi(\nabla u)]^{1/2}}, \quad (14)$$

$$\omega(k) = \frac{\Psi(\nabla u)}{[\Psi(u)]^{1/2}}, \quad (15)$$

де:  $\Psi(u) = [\nabla u(k)]^2 - u(k)\nabla^2 u(k)$ ,  $\Psi(\nabla u) = [\nabla^2 u(k)]^2 - \nabla u(k)\nabla^3 u(k)$ ,

а  $\nabla u(k) = (u(k+1) - u(k-1))/2$ ,  $\nabla^2 u(k) = u(k+1) - 2u(k) + u(k-1)$ ,  $\nabla^3 u(k) = (u(k+2) - 2u(k+1) + 2u(k-1) - u(k-2))/2$  – скінченні різниці першого, другого і третього порядку відповідно,  $k$  – номер дискрети [7].

Структурно-функціональну схему демодулятора дискретного часу, сконструйовану за моделлю (14)-(15) на основі ланок затримки  $T$ , цифрових суматорів, перемножувачів, подільників та функціональних перетворювачів, показано на рис. 1, а.

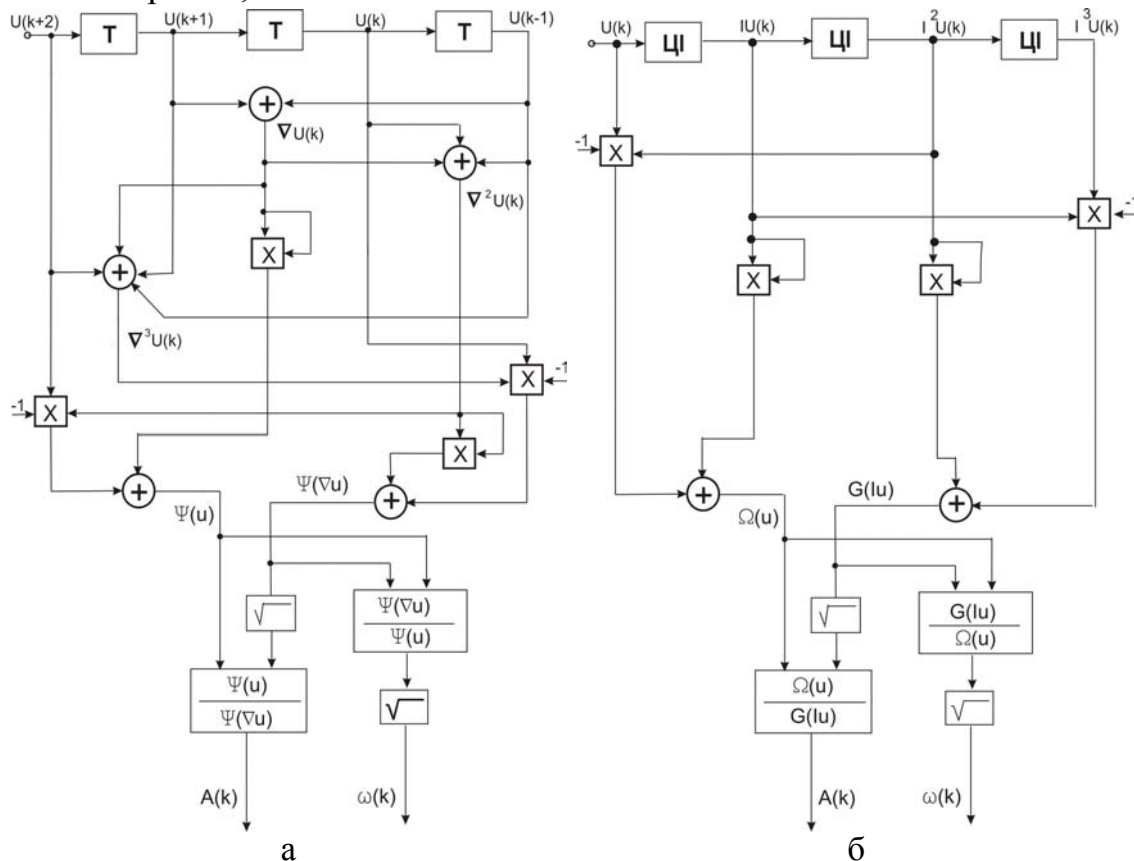


**Рис. 1. Структурно-функціональна схема дискретного часу демодуляторів АМ- та ЧМ-гармонічних сигналів, сконструйована за моделлю:**  
а – (14)-(15); б – (18), (19)

Унаслідок дискретизації виразу (12) можна отримати співвідношення виду:

$$\Theta(u) = [Iu(k)]^2 - u(k)I^2u(k), \quad (16)$$

$$\text{де } Iu(k+1) = Iu(1) + \sum_{i=1}^k \frac{u(i) + u(i+1)}{2}; \quad I^2u(k+1) = I^2u(1) + \sum_{i=1}^k \frac{Iu(i) + Iu(i+1)}{2};$$

$$k = 1, 2, \dots, N-1; \quad Iu(1) \approx 0; \quad I^2u(1) \approx K \left\{ \frac{-1}{\omega_0^2} - \frac{M}{\frac{2}{(\Omega - \omega_0)^2} + \frac{2}{(\Omega + \omega_0)^2}} \right\}; \quad \Delta t - \text{крок дискретизації за часом. Для позначення}$$

$$P(u) = [I^2u(k)]^2 - Iu(k)I^3u(k). \quad (17)$$

дискретні часові залежності амплітуди та частоти визначаються за виразами:

$$a(k) = \frac{\Theta(u)}{P(u)^{1/2}}, \quad (18)$$

$$\omega(k) = \left[ \frac{P(u)}{\Theta(u)} \right]^{1/2}, \quad (19)$$

де  $I^3 u(k+1) = I^3 u(1) + \sum_{i=1}^k \frac{Iu(i) + Iu(i+1)}{2}$ ,  $I^3 u(1) \approx 0$ .

Структурно-функціональну схему демодулятора дискретного часу, сконструйованого за моделлю (18), (19) на основі цифрових інтеграторів ЦІ, суматорів, перемножувачів, подільників та функціональних перетворювачів, наведено на рис. 1, б.

### 3. Результати комп'ютерного моделювання

Дослідимо вплив на вихідні сигнали АМ-демодуляторів похибок параметрів їх моделей. Для цього введемо до моделей (14), (18) похибки виконання операцій перемноження сигналів, ділення та добування квадратного кореня величиною 1 %. Нехай вхідні сигнали демодулятора визначаються, як  $x(t) = (1 + M \cos \Phi t) \cos \omega_0 t$ , точні вихідні сигнали  $z(t) = 1 + M \cos \Phi t$ , де  $M=1$ ,  $\Phi = 1$  МГц,  $\omega_0 = 10$  МГц,  $t \in [0; 2\pi/\Phi]$ . Вихідні сигнали дискретних моделей демодулятора АМ-сигналів, отримані для  $n=100$  часових точок, показані на рис. 2. Згідно з цим рисунком, відхилення вихідних сигналів АМ-демодулятора від точних величин за заданих похибок параметрів демодуляторів може досягати 25 %, тобто отримані схеми АМ-демодуляторів є чутливими до змін значень їх параметрів. Тому для підтримання стабільними вихідних сигналів такі демодулятори потребують точних значень параметрів або їх стабілізації.

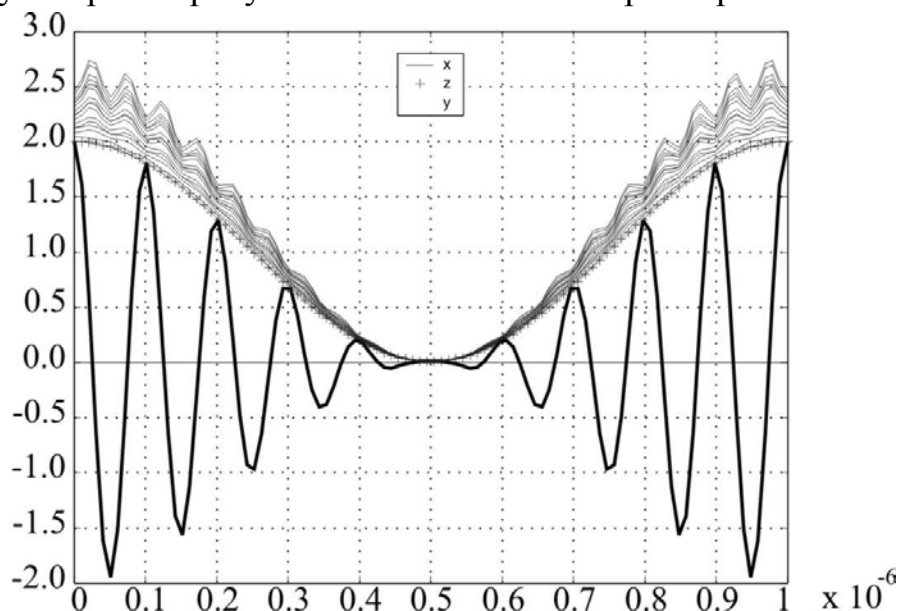


Рис. 2. Вхідний та вихідні сигнали демодуляторів АМ-сигналів дискретного часу при варіаціях параметрів моделей (23), (27)

Нехай похибки операцій перемноження сигналів, ділення та видобування квадратного кореня отриманих моделей цифрового демодулятора ЧМ-сигналів (15), (19) дорівнюють 1 %. Прийнемо, що вхідні сигнали такого де-

модулятора визначаються з виразу  $x(t) = A \cos[\omega_0 t + m \sin(\Omega t)]$ , а точні вихідні сигнали описуються так:  $y(t) = (\omega_0 + m\Omega \cos \Omega t) / K$ , де  $K = 10^8$ ,  $A = 1$ ,  $m = 7$ ,  $\omega_0 = 10 \text{ MHz}$ ,  $\Omega = 1 \text{ MHz}$ ,  $t \in [0; 2\pi / \Omega]$ . Вихідні сигнали, отримані на основі дискретних моделей демодулятора ЧМ-сигналів (15), (19) для  $n = 100$  дискретних часових точок, показано на рис. 3, де  $z$  – точні вихідні сигнали демодулятора. Як можна побачити з рис. 3, відхилення вихідних сигналів ЧМ-демодулятора від точних величин при заданих похибках параметрів демодуляторів може перевищувати 20 %, тобто отримані схеми ЧМ-демодуляторів є чутливими до змін величин їх параметрів. Тому для підтримання точних значень вихідних сигналів такі демодулятори потребують точних значень параметрів або їх стабілізації.

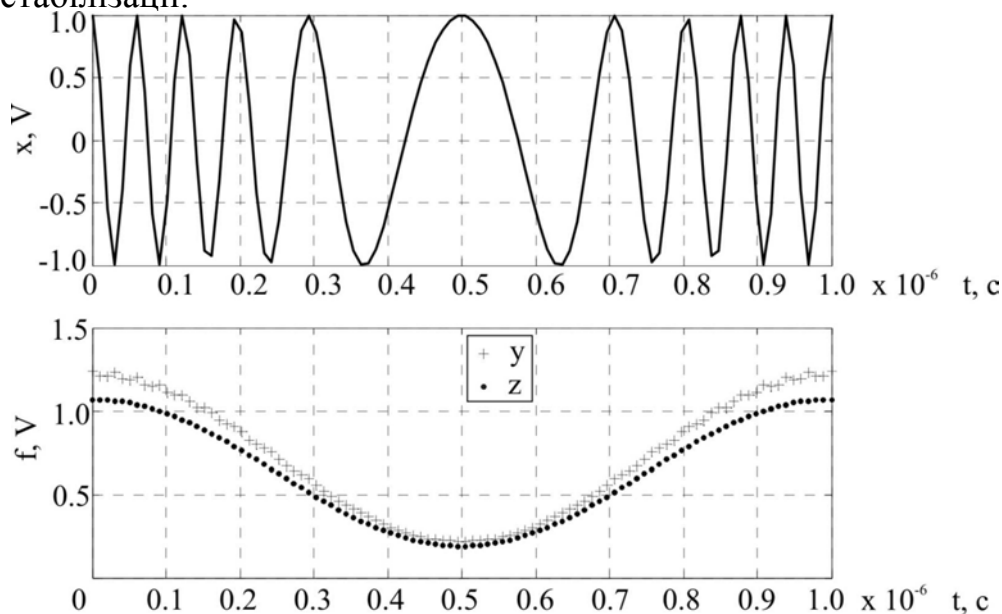


**Рис. 3. Вхідний та вихідні сигнали демодуляторів ЧМ-сигналів дискретного часу для варіацій параметрів моделей**

За наявності у вхідних сигналах незначних шумів отримані схеми демодуляторів можна використовувати без будь-яких додаткових засобів. За значного рівня шумів їх вплив мінімізується до прийняттого рівня, якщо модульовані сигнали перед подачею на демодулятор пропускаються через набір вузькосмугових фільтрів, на виході яких формуються майже монохроматичні сигнали. Оптимальний режим роботи демодулятора досягається, коли фільтри є достатньо вузькосмуговими, внаслідок чого відношення сигнал–шум на вході демодулятора є достатньо великим [2, 3].

**Висновки.** Як можна побачити з отриманих результатів, задача проектування цифрових демодуляторів має більше одного розв'язку. Отже, можуть визначатись оптимальні розв'язки, тобто за заданої точності відображення вхід-вихід структура демодуляторів може вибиратись за певними критеріями. Зокрема, це може здійснюватись на основі вимог до елементної бази, можливості виконання демодулятором інших функцій, тобто його багатofункціональності та ін.

## Література

1. **Vakman D.** On the analytic signal, the Teager – Kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency, IEEE Trans. Signal Processing. – Vol. 44, 1996. – P. 791-797.

2. Bovik A.C., Maragos P., Quatieri T.F. AM-FM energy detection and separation in noise using multiband energy operators, IEEE Trans. Signal Processing. – Vol. 41, 1993. – P. 3245-3265.
3. Maragos P., Kaiser J.F., Quatieri T.F. On amplitude and frequency demodulation using energy operators, IEEE Trans. Signal Processing. – Vol. 41, 1993. – P. 1532-1550.
4. Гоноровский М.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М. : Сов. радио, 1967. – 328 с.
5. Борисов Ю.П., Цветнов В.В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств. – М. : Радио и связь, 1985. – 176 с.
6. Тимошук П.В. Синтез алгоритмів детектора ЧМ-сигналів // Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2000. – № 398. – С. 86-89.
7. Тимошук П.В. Макромодельовання детекторів модульованих сигналів на основі методів аналітичного сигналу та енергетичних операторів // Математичні методи та фізико-механічні поля : науковий журнал. – Львів : Вид-во ІППМіМ ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2002. – Т. 45, № 2. – С. 130-134.

УДК [338.2+658.5]:338.43

Доц. З.В. Юринець, канд. екон. наук –  
Львівський НУ ім. Івана Франка

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У ФОРМУВАННІ СТРАТЕГІЇ ДЕРЖАВНОЇ ПІДТРИМКИ СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА В РАМКАХ СПІВПРАЦІ ЗІ СОТ І ЄС

**Ключові слова:** державна підтримка, економіко-математичне моделювання, сільськогосподарське підприємство, стратегія.

*Assoc. prof. Z.V. Yurynec – L'viv NU named after Ivan Franko*

### Economical and mathematical design in forming of state support strategy of agriculture within the framework of collaboration with World Organization of Trade and EU

The problem of a choice of state support strategy of agricultural production is considered. Using economic-mathematical model, it is determined optimum strategy of output by the agricultural enterprises. Calculations for the agricultural enterprises of the Lviv area on an example of different agricultural cultures are carried out. Forecasting crops production for the agricultural enterprises was done by the means of the method exponential of smoothing.

**Keywords:** state support, economic-mathematical modelling, agricultural enterprises, strategy.

**Вступ.** Важливим напрямом розвитку економіки України у перспективі співпраці зі світовими інтеграційними структурами є нагальність виокремлення пріоритетного розвитку аграрної сфери нашої держави та становлення як одного з основних постачальників на світові ринки екологічно чистої продукції. Беззаперечним є той факт, що для вирішення цих масштабних питань необхідні виважені заходи на створення високопродуктивної, конкурентної сфери сільськогосподарського виробництва, що забезпечить Україні відповідне місце у світовому механізмі спеціалізації праці. Україна та її окремі регіони мають потенційні конкурентні переваги, які варто розвивати. І власне, згідно зі стратегією ЄБРР, найбільші потенційні конкурентні переваги у нашій державі, зокрема західного регіону, має саме аграрний сектор [6].