

На рис. 3, б показано графіки КД α_i до кола обчислених за залежністю (1). На графіку по осі абсцис відкладено порядковий номер КД. Крива 1 змінює свої значення від $-\pi/2$ до $\pi/2$. Це КД для ділянки кола від 0 до π . Крива 2 також змінює свої значення від $-\pi/2$ до $\pi/2$. Це КД для ділянки кола від π до 2π . Таким чином показано, що обчислення ведуться коректно для усіх квадрантів.

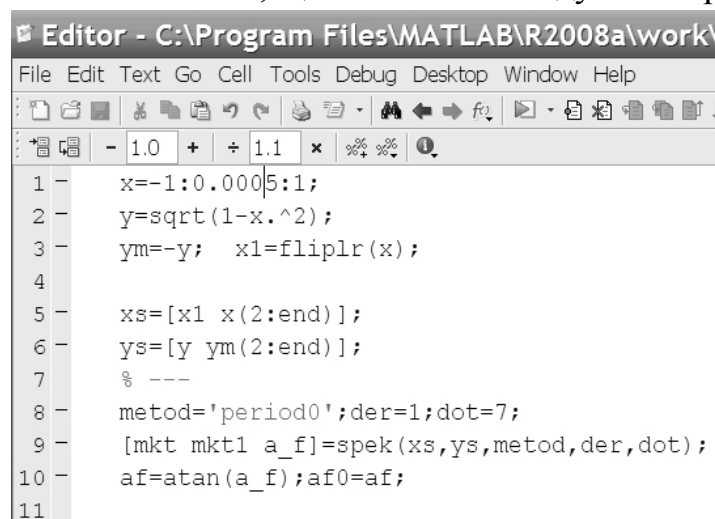


Рис. 4. Ділянка робочого столу з кодом програми

Обчислення виконували у середовищі *MATLAB*. Ділянку робочого столу з кодом програми показано на рис. 4. За допомогою рядків 1-6 задається масив значень для побудови кола. Основні обчислення (чисельне диференціювання) виконує функція *spek* (рядок 9). У 10-у рядку виконуються перетворення за залежністю (1). Використання функції *atan* пояснює отриманий результат, а саме отримання напрямку дотичної, а не абсолютного кута (див. рис. 3, б).

Цей приклад засвідчує про простоту і ефективність застосування такого методу визначення кутів тиску у вищій парі. Однак він вимагає застосування сплайнів чи поліномів. Сьогодні інженер-дослідник користуючись допомогою таких потужних пакетів комп'ютерної математики як *MathCAD* чи *MATLAB*, може користуватись готовими функціями по роботі зі сплайнами чи поліномами, або створювати на їх основі власні.

Висновки:

- запропоновано новий метод визначення кутів тиску у вищій парі;
- показано коректність запропонованого алгоритму для обчислень в усіх квадрантах.

Література

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1967. – 720 с.
2. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – М.: Машиностроение, 1987. – 560 с.
3. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов/ К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др./ Под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987. – 496 с.
4. Тир К.В. Механика полиграфических автоматов. – М.: Книга, 1965. – 496 с.
5. Фишин М.Е. Расчет механизмов транспортно-подающих систем полиграфических машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 256 с.

УДК 517.9:517.987

Аспір. С.М. Петренко – Київський національний аграрний університет ім. Тараса Шевченка

КВАЗІНЕПЕРЕРВНА АПРОКСИМАЦІЯ СТАТИСТИЧНИХ СИСТЕМ З БАГАТОЧАСТИНКОВОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ

Введено поняття *квазінеперервної* системи, яка апроксимує певним чином неперервну систему класичного точкового газу, молекули якого взаємодіють за допо-

могою багаточастинкового посилено-суперстійкого потенціалу взаємодії. У термодинамічній границі тиск апроксимованої системи збігається до відповідної величини початкової системи, якщо параметр апроксимації $a \rightarrow 0$. Ця робота є узагальненням роботи [19] на випадок багаточастинкового потенціалу взаємодії.

Ключові слова: неперервні статистичні системи, багаточастинкова взаємодія.

*Post-graduate S.M. Petrenko – Kyiv national agricultural university
named after Taras Shevchenko*

Quasi-continuous approximation of statistical systems with many-body interaction

A concept of quasicontinuous systems which approximate precisely somehow real continuous system of the classical point gas interacting by means of many-body strongly-superstable potential is defined. In the thermodynamic limit the pressure of the approximated system is close to corresponding value of initial system and coincides with it in the limit of approximation parameter $a \rightarrow 0$. This article is the generalization of the work [19] for the case of many-body interaction potentials.

1. Постановка проблеми

Неперервні системи мають важливе значення у статистичній механіці при вивченні властивостей і явищ реальних рідин та газів. Добре відомо, що неперервні статистичні системи вивчено набагато гірше, ніж ґратчасті системи. Але роботи з вивчення таких систем виконують давно і отримано багато строгих результатів, які досить повно представлені в роботах Р.А. Мінлоса [10], Д. Рюеля [21], Н.Н. Боголюбова, Д.Я. Петрини, Б.І. Хацета [9] (див. також [12]) та ін. Більшість результатів отримано для так званих *розріджених* газів, тобто систем із малою густиною частинок ρ (або хімічною активністю z) або систем з високою температурою (малою $\beta = 1/kT$) [2, 15].

У системах з низькою температурою і високою щільністю, коли відбуваються найбільш цікаві фізичні явища, такі як фазовий перехід, строгі результати фактично відсутні. Винятками є декілька екзотичних моделей, які досить умовно можна назвати моделями, що описують неперервні системи класичної статистичної механіки [23, 6, 3]. Водночас добре відомий прогрес у дослідженні таких явищ в ґратчастих системах, які моделюють феромагнітні кристали. Методи дослідження ґратчастих систем були досить успішно застосовано для ґратчастих газів, які можна розглядати як деяку апроксимацію неперервної системи реального одноатомного газу.

У роботі [19] запропоновано апроксимацію неперервної класичної системи тотожних точкових частинок, що взаємодіють за допомогою посиленого суперстійкого потенціалу взаємодії. У цій роботі, яка є узагальненням роботи [19], на випадок багаточастинкового потенціалу взаємодії, ми визначаємо квазінеперервну систему, яка може досить точно наближати класичний одноатомний газ, атоми якого взаємодіють за допомогою багаточастинкового потенціалу. Апроксимовану систему визначають за допомогою кластерних розкладів за щільними та розрідженими конфігураціями, запропонованими в роботі [17]. Велику статистичну суму апроксимованої системи визначено таким чином, що вона враховує тільки розріджені конфігурації. На прикладі такої термодинамічної функції як тиск ми покажемо, що в термодинамічній

границі тиск в апроксимованій системі збігається до значення тиску в нескінченній системі, якщо параметр апроксимації $a \rightarrow 0$. У випадку парного потенціалу взаємодії за досить малих значень хімічної активності аналогічний результат буде справедливий і для послідовності кореляційних функцій апроксимованої системи [19]).

2. Означення

2.1. Конфігураційний простір

Нехай R^d , де d – вимірний евклідовий простір. Через $B(R^d)$ ми позначимо сім'ю всіх борелівських множин. $B_c(R^d)$ позначають систему всіх обмежених множин з $B(R^d)$, $m(\cdot)$ – міра Лебега на R^d .

Визначимо простір локально обмежених підмножин із R^d :

$$\Gamma = \Gamma_{R^d} := \{\gamma \in R^d \mid |\gamma \cap \Lambda| < \infty, \text{ для всіх } \Lambda \in B_c(R^d)\},$$

де $|A| := \text{card} A$. Символ $|\cdot|$ може також означати міру Лебега на множині, але значення його завжди буде зрозуміле з контексту. Для довільного $\Lambda \in B(R^d)$ визначимо через γ_Λ проекцію γ на Λ і відповідний конфігураційний простір – через Γ_Λ . Для довільного $n \in N_0 := N \cup \{0\}$ визначимо простір скінченних конфігурацій Γ_0 :

$$\Gamma_0 = \bigcup_{n \in N_0} \Gamma^{(n)}, \Gamma^{(n)} := \{\eta \subset R^d \mid |\eta| = n\}.$$

Для довільного $\Lambda \in B_c(R^d)$ визначимо відображення $N_\Lambda: \Gamma \rightarrow N_0$ вигляду $N_\Lambda := |\gamma \cap \Lambda|$.

Борелівська σ -алгебра $B(\Gamma)$ збігається з σ -алгеброю, породженою відображенням $N_\Lambda, \Lambda \in B_c(R^d)$, і можна ввести таку фільтрацію:

$$B_\Lambda(\Gamma) := \sigma(N_{\Lambda'} \mid \Lambda' \in B_c(R^d), \Lambda' \subset \Lambda),$$

дивись [7, 8, 4] для деталей.

Через $B(\cdot)$ ми позначимо відповідні σ -алгебри на Γ_Λ і Γ_0 . Для заданої інтенсивності $z > 0$ міра $\sigma = z dx$ на $B(R^d)$ і для довільного $n \in N$ продукт міра $\sigma^{\otimes n}$ може бути розглянута як міра на

$$(\tilde{R}^d)^n = \{(x_1, \dots, x_n) \in (R^d)^n \mid x_k \neq x_l \text{ якщо } k \neq l\}.$$

Тоді, ввівши відображення

$$\text{sum}_n: (\tilde{R}^d)^n \supset (x_1, \dots, x_n) \rightarrow \{x_1, \dots, x_n\} \in \Gamma^{(n)},$$

визначимо міру $\sigma^{(n)}$ на $\Gamma^{(n)}$ як $\sigma^{(n)} := \sigma^{\otimes n} \circ (\text{sum}_n)^{-1}$. Для спрощення ми будемо писати $\{x\}_n$ замість $\{x_1, \dots, x_n\} \in \Gamma^{(n)}$.

Визначимо міру Лебега-Пуассона λ_σ на $B(\Gamma_0)$ за формулою

$$\lambda_\sigma := \sum_{n \geq 0} \frac{1}{n!} \sigma^{(n)}. \quad (1)$$

Звуження міри λ_σ на $B(\Gamma_\Lambda)$ ми також позначимо λ_σ .

Нехай $a \in R^+$ – задана стала. Для кожного $r \in Z^d$ визначимо елементарний куб з ребром a і центром r

$$\Delta_a(r) = \{x \in R^d \mid a(r^i - 1/2) \leq x^i < a(r^i + 1/2)\}.$$

Ми інколи будемо писати Δ замість $\Delta_a(r)$, якщо по контексту буде зрозуміло, про який кубик йдеться. Нехай $\bar{\Delta}(r)$ – це розбиття простору R^d на кубику $\Delta_a(r)$. Не обмежуючи загальності, ми в цій роботі будемо розглядати тільки ті множини $\Lambda \in \mathcal{B}_c(R^d)$, які є об'єднанням кубиків $\Delta_a(r)$.

Визначимо додатково два конфігураційних простори Γ^{dil} та Γ^{den} . Простір *розріджених* конфігурацій

$$\Gamma_{\Lambda}^{dil} := \{\gamma \in \Gamma_{\Lambda} \mid |\gamma_{\Delta}| = 0 \vee 1 \text{ для всіх } \Delta \in \bar{\Delta}_a \cap \Lambda\} \quad (2)$$

і простір *щільних* конфігурацій

$$\Gamma_{\Lambda}^{den} := \{\gamma \in \Gamma_{\Lambda} \mid |\gamma_{\Delta}| \geq 2 \text{ для всіх } \Delta \in \bar{\Delta}_a \cap \Lambda\}. \quad (3)$$

Для більш детального вивчення структури конфігураційних просторів Γ , Γ_0 , Γ_{Λ} дивись [1].

2.2. Потенціали взаємодії

Ми розглядаємо багаточастинковий потенціал взаємодії загального типу, який визначається сім'єю p -частинкових потенціалів $V_p: R^{dp} \rightarrow R$, $p \geq 2$. На сім'ю потенціалів $V := \{V_p\}_{p \geq 2}$ ми будемо накладати такі умови:

A₁. Неперервність.

$$V_p \in C((\tilde{R}^d)^p), p \geq 2.$$

A₂. Симетричність. Для довільного $p \geq 2$, довільних $(x_1, \dots, x_p) \in (R^d)^p$ і довільної перестановки π чисел $\{1, \dots, p\}$

$$V_p(x_1, \dots, x_p) = V_p(x_{\pi(1)}, \dots, x_{\pi(p)}).$$

A₃. Трансляційна інваріантність. Для довільного $p \geq 2$, довільних $(x_1, \dots, x_p) \in (R^d)^p$ і довільного $b \in R^d$

$$V_p(x_1, \dots, x_p) = V_p(x_1 + b, \dots, x_p + b).$$

Тепер визначимо Гамільтоніан системи $U^V: \Gamma_0 \rightarrow R \cup \{\infty\}$, що відповідає сім'ї потенціалів $V := \{V_p\}_{p \geq 2}$

$$U^V(\eta) = \sum_{p \geq 2} \sum_{\{x_1, \dots, x_p\} \subset \eta} V_p(x_1, \dots, x_p), \eta \in \Gamma_0, |\eta| \geq 2. \quad (4)$$

Для фіксованої сім'ї потенціалів V ми будемо писати для скорочення $U = U^V$ і для $\Lambda \in \mathcal{B}_c(R^d)$, $\eta \in \Gamma_{\Lambda}$ ми будемо інколи писати $U(\eta)$ замість $U_{\Lambda}(\eta)$.

Визначимо деякі важливі характеристики Гамільтоніана системи U^V . Традиційними є поняття *стійкості* і *суперстійкості*, які забезпечують існування міри Гіббса для нескінченних систем взаємодіючих частинок (див. [21, 22]).

Означення 2.1. Взаємодію U називають *стійкою* (S), якщо існує $B \geq 0$ таке що

$$U(\eta) \geq -B|\eta|, \text{ для всіх } \eta \in \Gamma_0 \quad (5)$$

Означення 2.2. Взаємодію U називають *суперстійкою* (SS), якщо існує $A > 0$, $B \geq 0$ та $\bar{\Delta}_{a_0}$, такі що

$$U(\eta) \geq \sum_{\Delta \in \bar{\Delta}_{a_0}} (A|\eta_\Delta|^2 - B|\eta_\Delta|), \text{ для всіх } \eta \in \Gamma_0. \quad (6)$$

Більш сильною умовою є *посилена суперстійкість*.

Означення 2.3. Взаємодію U називають *посилено-суперстійкою* (SSS), якщо існує $A > 0$, $B \geq 0$, $\bar{\Delta}_{a_0}$ та $m \geq 2$ такі що

$$U(\eta) \geq \sum_{\Delta \in \bar{\Delta}_{a_0}} (A|\eta_\Delta|^m - B|\eta_\Delta|), \text{ для всіх } \eta \in \Gamma_0. \quad (7)$$

Вперше цю умову запропонував Парк [11]. У роботі [20] запропоновано достатні умови на потенціал парної взаємодії, які забезпечують умову посиленої суперстійкості. У роботі [24] встановлено достатні умови на багато-частинкові потенціали V_p , $p \geq 3$, які зберігають посилену суперстійкість, якщо парний потенціал забезпечує посилену суперстійкість відповідної енергії взаємодії.

Зауваження 2.1. В умовах (6), (7) константи A і B залежать від a_0 (див. [5, 14]). Разом з тим нерівності (6), (7) можна записати і для довільного розбиття $\bar{\Delta}_a$, $a < a_0$ з тими самими A і B , що залежать від a_0 .

А4. Посилена суперстійкість. Для довільного $p \geq 2$ потенціал V_p може бути представлений

$$V_p = V_p^+ + V_p^{(st)},$$

де V_p^+ невід'ємна функція і

$$V_2^+(x_1, x_1) = +\infty,$$

а $V_p^{(st)}$, $p \geq 2$ забезпечує стійкість енергії взаємодії. Відповідне представлення енергії (4):

$$U(\gamma) = U^+(\gamma) + U^{(st)}(\gamma) \quad (8)$$

На відміну від роботи [24], ми накладаємо на потенціал p -частинкової взаємодії для $p \geq 3$ менш прозорі, але трохи слабші умови, які забезпечують посилену суперстійкість повної взаємодії, а також рівномірну обмеженість послідовності кореляційних функцій (див. детальніше [14]).

Нехай $p \geq 2$ та $N \in N_0$. Для довільного $X_N := \bigcup_{j=1}^N \Delta_j$ ми визначимо

$$I_p^{k_1, \dots, k_N}(\Delta_1; \dots; \Delta_N) := \sup_{\{x_1^{(1)}, \dots, x_{k_1}^{(1)}\} \subset \Delta_1} \dots \sup_{\{x_1^{(N)}, \dots, x_{k_N}^{(N)}\} \subset \Delta_N} |V_p^-(x_1^{(1)}, \dots, x_{k_N}^{(N)})|, \quad (9)$$

де $k_1 + \dots + k_N = p$, $k_j \geq 1$, $j = 1 \dots N$. Для довільного $\varepsilon \geq 0$, $M \in N_0$ визначимо

$$I_p^{k_1, \dots, k_M}(\Delta_1; \dots; \Delta_M | \varepsilon) := 2^{-\bar{k}} \sum_{\substack{\Delta'_1, \dots, \Delta'_k \\ \Delta'_j \subset R^d, j=1 \dots \bar{k}}} I_p^{k_1, \dots, k_M, 1, 1, \dots, 1}(\Delta_1; \dots; \Delta_M; \Delta'_1; \dots; \Delta'_k) \prod_{i=1}^{\bar{k}} (1 + d_{\Delta'_i, \Delta_{c(i)}}^\varepsilon), \quad (10)$$

де $d_{\Delta'_i, \Delta'_{c(i)}}^\varepsilon = (\text{dist}(\Delta'_i, \Delta'_{c(i)}))^\varepsilon$, $c(i) \in \{1, \dots, M\}$ і $k_1 + \dots + k_M = p - \bar{k}$. Для додатної частини потенціалу взаємодії визначимо величину

$$v_p^{k_1, \dots, k_N}(\Delta_1, \dots, \Delta_N) \doteq \inf_{\{x_1^{(1)}, \dots, x_{k_1}^{(1)}\} \subset \Delta_1} \dots \inf_{\{x_1^{(N)}, \dots, x_{k_N}^{(N)}\} \subset \Delta_N} |V_p^+(x_1^{(1)}, \dots, x_{k_N}^{(N)})|, \quad (11)$$

де $k_i \in N$, а $V_p^+(V_p^-)$ означає додатну (від'ємну) частину потенціалу V_p .

Для цієї конфігурації $\bar{\gamma} \in \Gamma$ визначимо енергію взаємодії між $\eta \in \Gamma_\Lambda$, $\Lambda \in \mathcal{B}_c(R^d)$ і $\bar{\gamma}_{\Lambda^c} = \bar{\gamma} \cap \Lambda^c$, $\Lambda^c = R^d \setminus \Lambda$ так

$$W_\Lambda(\eta | \bar{\gamma}_{\Lambda^c}) = \sum_{p \geq 2} \sum_{\substack{m+n=p \\ m, n \geq 1}} \sum_{\substack{\{x_1, \dots, x_m\} \subset \eta \\ \{y_1, \dots, y_n\} \subset \bar{\gamma}_{\Lambda^c}}} V_p(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_n). \quad (12)$$

У роботі [14] було запропоновано умови на сім'ю потенціалів, які забезпечували посилену суперстійкість взаємодії, а також гарантували рівномірну обмеженість по об'єму кореляційних функцій ρ^Λ , які ми визначимо у наступному підрозділі. Ці умови сформулюємо у вигляді такої додаткової властивості.

A₄. Притягувально-відштовхувальні властивості. Існує $a = a_0 > 0$, таке що для довільного $N \in N_0$, довільної $X_N \doteq \bigcup_{j=1}^N \Delta_j$, $\Delta_j \in \bar{\Delta}_{a_0}$ та $k > 2$ виконуються такі нерівності:

для будь-якого $\Delta \in \bar{\Delta}_{a_0}$ і будь-якого $p \geq 2$

$$V_p(x_1, \dots, x_p) \geq 0, \quad \{x_1, \dots, x_p\} \subset \Delta.$$

(ii) для будь-якого $p \geq N + 1$

$$v_p^{k_1, \dots, k_N} \geq 4\bar{I}_{p; k_1, \dots, k_N}^{(N)}, \quad v_{N+1}^{k_1, \dots, k_N} \geq 4(\bar{I}_{N+1}^{(N)} + B) \quad (12)$$

$$\text{і} \quad \bar{I}_{p; k_1, \dots, k_N}^{(N)} = 2 \sum_{l \geq 1} (2^l - 1) \bar{I}_{p+l}^{k_1, \dots, k_N, l} < \infty, \quad \bar{I}_{N+1}^{(N)} = 2 \sum_{l \geq 1} (2^l - 1) \bar{I}_{N+l}^{1, \dots, 1, l} < \infty : \sum_{i=1}^N k_i = p \quad (13)$$

Детальний аналіз цих припущень можна знайти в уже згадуваній роботі [14].

2.3. Статистична сума і тиск, що їй відповідає

Мікроскопічна поведінка системи визначається сім'єю кореляційних функцій, які в обмеженому об'ємі $\Lambda \subset R^d$ з граничними конфігураціями $\bar{\gamma} \in \Gamma_{\Lambda^c}$ визначаються за такими формулами:

$$\rho^\Lambda(\eta | \bar{\gamma}) = \frac{1}{Z_\Lambda(\bar{\gamma})} \int_{\Gamma_\Lambda} e^{-\beta U(\eta \cup \gamma | \bar{\gamma})} \lambda_\sigma(d\gamma), \quad \eta \in \Gamma_\Lambda. \quad (14)$$

$$Z_\Lambda(\bar{\gamma}) = \int_{\Gamma_\Lambda} e^{-\beta U(\gamma | \bar{\gamma})} \lambda_\sigma(d\gamma). \quad (15)$$

В даній роботі ми будемо досліджувати систему, що відповідає пустим граничним умовам $\bar{\gamma} \equiv \emptyset$. Важливою макроскопічною характеристикою є тиск. У великому канонічному ансамблі він визначається наступною формулою:

$$p(z, \beta) = \lim_{|\Lambda| \rightarrow \infty} p_{\Lambda}(z, \beta) = \frac{1}{\beta} \lim_{|\Lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{|\Lambda|} \log Z_{\Lambda}. \quad (16)$$

Існування цієї границі для систем, які ми розглядаємо є відомий результат [21] (див. також [18]). Так само як і в роботі [19] введемо наступну апроксимацію для статистичної суми:

$$Z_{\Lambda}^{(-)} = Z_{\Lambda}^{(-)}(a) = \int_{\Gamma_{\Lambda}^{dil}} e^{-\beta U(\gamma)} \lambda_{\sigma}(d\gamma) = \int_{\Gamma_{\Lambda}} e^{-\beta U(\gamma)} \prod_{\Delta \in \bar{\Delta}_a \cap \Lambda} \chi_{-}^{\Delta}(\gamma) \lambda_{\sigma}(d\gamma), \quad (17)$$

де

$$\chi_{-}^{\Delta}(\gamma) = \begin{cases} 1, & \text{для } \gamma \mid \gamma_{\Delta} = 0 \vee 1, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (18)$$

Відповідний вираз для апроксимованого тиску визначається так

$$p^{(-)}(z, \beta; a) = \lim_{|\Lambda| \rightarrow \infty} p_{\Lambda}^{(-)}(z, \beta; a) = \frac{1}{\beta} \lim_{|\Lambda| \rightarrow \infty} \frac{1}{|\Lambda|} \log Z_{\Lambda}^{(-)}. \quad (19)$$

Тепер ми можемо сформулювати основні результати роботи.

3. Основні результати

Теорема 3.1. Нехай потенціали взаємодії $\{V_p\}_{p \geq 2}$ задовольняють умови **A1-A4(A4')**. Тоді для довільного $\varepsilon > 0$ існує $a = a(z, \varepsilon) > 0$ таке що

$$|p(z, \beta) - p^{(-)}(z, \beta; a)| < \varepsilon \quad (20)$$

для всіх додатних z, β .

Наслідок 3.1. Нерівність (20) забезпечує достатні умови для існування границі

$$\lim_{|a| \rightarrow 0} p^{(-)}(z, \beta; a) = p(z, \beta),$$

для всіх додатних z, β .

Доведення теореми 3.1: Доведення базується на кластерному розкладі, який запропоновано в роботі [17]. Щоб отримати такий розклад, визначимо індикатор щільних конфігурацій в будь-якому кубику $\Delta \in \bar{\Delta}$:

$$\chi_{+}^{\Delta}(\gamma) = 1 - \chi_{-}^{\Delta}(\gamma).$$

Тоді можна отримати таке розбиття для кожної конфігурації $\gamma \in \Gamma_{\Lambda}$:

$$1 = \prod_{\Delta \in \Lambda} [\chi_{-}^{\Delta}(\gamma) + \chi_{+}^{\Delta}(\gamma)] = \sum_{n=0}^{N_{\Lambda}} \sum_{\{\Delta_1, \dots, \Delta_n\} \subset \Lambda} \prod_{i=1}^n \chi_{+}^{\Delta_i}(\gamma) \prod_{\Delta \subset \Lambda \setminus \bigcup_{i=1}^n \Delta_i} \chi_{-}^{\Delta}(\gamma) \sum_{\emptyset \subseteq X_{+} \subseteq \Lambda} \tilde{\chi}_{+}^{X_{+}}(\gamma) \tilde{\chi}_{-}^{X_{-}}(\gamma), \quad X_{-} = \Lambda \setminus X_{+}, \quad (21)$$

де $N_{\Lambda} = |\Lambda| / a^d$ (тут символ $|\cdot|$ означає міру Лебега множини) кількість кубиків Δ в об'ємі Λ , X_{+} – об'єднання кубиків Δ для яких $|\gamma_{\Delta}| \geq 2$ і

$$\tilde{\chi}_{+(-)}^{X_{+(-)}}(\gamma) = \prod_{\Delta \subset X_{+(-)}} \tilde{\chi}_{+(-)}^{\Delta}(\gamma). \quad (22)$$

Підставивши розклад одиниці (21) в інтеграл (15), отримаємо наступний вираз:

$$Z_{\Lambda} = \sum_{\emptyset \subseteq X_+ \subseteq \Lambda} \int_{\Gamma_{\Lambda}} \tilde{\chi}_+^{X_+}(\gamma) \tilde{\chi}_-^{X_-}(\gamma) e^{-\beta U(\gamma)} \lambda_{\sigma}(d\gamma), \quad (23)$$

Легко бачити, що перший член в (23) (за $X_+ = 0$) збігається з $Z_{\Lambda}^{(-)}(a)$ (див. (17)). Використовуючи нескінчену подільність міри Лебега-Пуассона (див, наприклад (2.5) в [17]), ми маємо

$$Z_{\Lambda} = Z_{\Lambda}^{(-)}(a) \left[1 + \sum_{\emptyset \neq X_+ \subseteq \Lambda} \int_{\Gamma_{X_+}} \rho_{X_+}^{(-)}(\gamma_{X_+}; a) \lambda_{\sigma}(d\gamma) \right] = Z_{\Lambda}^{(-)}(a) Z_{\Lambda}^{(+)}(a), \quad (24)$$

де
$$\rho_{X_+}^{(-)}(\gamma_{X_+}; a) = \frac{e^{-\beta U(\gamma_{X_+})}}{Z_{\Lambda}^{(-)}(a)} \int_{\Gamma_{X_-}} \tilde{\chi}_-^{X_-}(\gamma') e^{-\beta U(\gamma_{X_+} | \gamma')} \lambda_{\sigma}(d\gamma'),$$

де
$$U(\gamma_{X_+} | \gamma') = W(\gamma_{X_+} | \gamma') + U(\gamma').$$

Так, використовуючи означення (16) і (19), можна записати

$$p_{\Lambda}(z, \beta) = p_{\Lambda}^{(-)}(z, \beta; a) + p_{\Lambda}^{(+)}(z, \beta; a).$$

Існування термодинамічної границі для кожного тиску $p_{\Lambda}(z, \beta)$, $p_{\Lambda}^{(-)}(z, \beta; a)$ і $p_{\Lambda}^{(+)}(z, \beta; a)$ для потенціалів, що розглядаються в цій роботі, можна довести добре відомими методами. Тому, щоб довести теорему, нам необхідно оцінити значення $p_{\Lambda}^{(+)}(z, \beta; a)$. Для цього спершу скористаємося тривіальним розбиттям, врахувавши (8)

$$U(\gamma_{X_+}) = \frac{1}{2} U^+(\gamma_{X_+}) + \frac{1}{2} U^{(st)}(\gamma_{X_+}) + \frac{1}{2} U(\gamma_{X_+}).$$

Оцінюючи гіббсовий фактор від другого доданку за допомогою нерівності (5) з константою B_1 , а гіббсовий фактор від третього доданку за допомогою нерівності (7) з константою B_2 , отримуємо нерівність

$$e^{-\beta U(\gamma_{X_+})} \leq e^{-\beta \frac{1}{2} U^+(\gamma_{X_+})} \prod_{\Delta \in \bar{\Delta} \cap X_+} e^{-\beta \frac{1}{2} A |\gamma_{\Delta}|^m + \beta \frac{1}{2} (B_1 + B_2) |\gamma_{\Delta}|}. \quad (25)$$

Для оцінки експоненти від взаємодії в інтегралі для $\rho_{X_+}^{(-)}(\gamma_{X_+}; a)$ скористаємося такою лемою.

Лема 1. Для довільного $\gamma \in \Gamma_{X_+}$ і $\gamma' \in \Gamma_{X_-}$

$$\frac{1}{2} U^+(\gamma) + W(\gamma | \gamma') \geq -\bar{I} |\gamma|,$$

де $\bar{I} = \bar{I}_2^{(1)}$ (див. (13)).

Доведення. Доведення лема наведено в роботах [5] і [14].

Як наслідок з цієї лема маємо таку нерівність

$$e^{-\beta W(\gamma_{X_+} | \gamma'_{X_-}) - \beta \frac{1}{2} U^+(\gamma_{X_+})} \leq \prod_{\Delta \in \bar{\Delta} \cap X_+} e^{\beta \bar{I} |\gamma_{\Delta}|}. \quad (26)$$

Із (25) та (26) легко отримати таку нерівність

$$\int_{\Gamma_{X_+}} \rho_{X_-}^{(-)}(\gamma; a) \lambda_{\sigma}(d\gamma) < \prod_{\Delta \in \bar{\Delta} \cap X_+} \int_{\Gamma_{\Delta}} e^{-\beta \frac{1}{2} A |\gamma_{\Delta}|^m + \beta(B+\bar{I}) |\gamma_{\Delta}|} \chi_{+}^{\Delta}(\gamma_{\Delta}) \lambda_{\sigma}(d\gamma_{\Delta}) \frac{Z_{X_-}^{(-)}}{Z_{\Lambda}^{(-)}}.$$

За означення міри λ_{σ} (див. (1))

$$\int_{\Gamma_{\Delta}} e^{-\beta \frac{1}{2} A |\gamma_{\Delta}|^m + \beta(B+\bar{I}) |\gamma_{\Delta}|} \chi_{+}^{\Delta}(\gamma_{\Delta}) \lambda_{\sigma}(d\gamma_{\Delta}) \leq \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(a^d z)^n}{n!} e^{-\beta \frac{1}{2} A n^m + \beta(B+\bar{I}) n} \leq \zeta(a),$$

де
$$\zeta(a) = z^2 a^{2d} e^{a^d z e^{-\beta(2^m A - B - \bar{I})}}, \quad B = \frac{1}{2}(B_1 + B_2). \quad (27)$$

Треба зауважити, що константи A, B та $\bar{I}$ залежать від a і прямують до нескінченності коли $a \rightarrow 0$ (див. детальніше роботи [5],[14]). Але умови (12) забезпечують нерівність

$$2^m A - B - \bar{I} > 0$$

для довільного $a < a_0$ (див. зауваження 2.1). Тепер із означення N_{Λ} , $Z_{\Lambda}^{(+)}$ (див (24)) та оцінок, які були отримані вище, отримуємо:

$$\begin{aligned} \log Z_{\Lambda}^{(+)} &\leq \log \left[1 + \sum_{\emptyset \neq X_+ \subseteq \Lambda} \zeta(a)^{N_{X_+}} \right] = \log \left[1 + \sum_{k=1}^{N_{\Lambda}} \frac{N_{\Lambda}!}{k!(N_{\Lambda}-k)!} \zeta(a)^k \right] = \\ &= \log [1 + \zeta(a)]^{N_{\Lambda}} = \frac{|\Lambda|}{a^d} \log [1 + \zeta(a)]. \end{aligned}$$

Як результат

$$p_{\Lambda}^{(+)}(z, \beta; a) \leq \frac{1}{\beta a^d} \log [1 + \zeta(a)].$$

Внаслідок асимптотичної поведінки $\zeta(a)$ легко отримати

$$\lim_{a \rightarrow 0} p_{\Lambda}^{(+)}(z, \beta; a) = 0$$

Висновки

Для неперервної класичної системи тотожних частинок, що взаємодіють за допомогою посиленого суперстійкого потенціалу взаємодії, визначено та описано квазінеперервну модель. На прикладі функції тиску показано метод побудови системи, який апроксимує початкову, що є важливим кроком у подальшому вивченні проблеми існування і єдиності мір Гіббса.

Автор висловлює свою подяку професору О.Л. Ребенку за постановку проблеми і постійну увагу у процесі її виконання.

Література

1. S. Albeverio, Yu. G. Kondratiev, and M. Rickner. Analysis and geometry on configuration spaces, J. Funct. Anal., (2) (1998)), pp. 444-500.
2. D.C. Brydges and P. Federbush. Debye screening in dilute classical Coulomb systems, Comm. Math. Phys., (1980)), pp. 197-246.
3. H.O. Georgii and O. Häggström. Phase Transition in Continuum Potts Models, Comm. Math. Phys., (1996)), pp. 507-528.
4. Yu. G. Kondratiev, T. Kuna. Harmonic analysis on configuration space I. General theory, Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics, no. 2 (2002)), pp. 201-233.

5. **O.V. Kutoviy, A.L. Rebenko.** Existence of Gibbs state for continuous gas with many-body interaction, *J. Math. Phys.*, (2004)), pp. 1593-1605.
6. **J.L. Lebowitz, A. Mazel, and E. Presutti.** Liquid-Vapor Phase Transition for Systems with Finite-Range Interactions, *J. Stat. Phys.*, no. 5/6 (1999)), pp. 955-1025.
7. **A. Lenard.** States of classical statistical mechanical systems of infinitely many particles. I, [8] **A. Lenard.** States of classical statistical mechanical systems of infinitely many particles. II, *Arch. Rational Mech. Anal.*, (1975)), pp. 241-256.
8. **Н.Н. Боголюбов, Д.Я. Петрина, Б.И. Хапет.** Математическое описание равновесного состояния классических систем на основе формализма канонического ансамбля, *Теорет. и матем. физика*, (1969) стр. 251-274.
9. **Р.А. Минлос.** Предельное распределение Гиббса, *Функ. анализ и его приложения*, (1967) стр. 60-73.
10. **Y.M. Park.** Bounds on Exponentials of Local Number Operators in Quantum Statistical Mechanics, *Commun. Math. Phys.*, (1984)), pp. 1-33.
11. **D. Ya. Petrina, V.I. Gerasimenko, P.V. Malishev.** Mathematical foundation of classical statistical mechanics. Continuous Systems, Gordon and Breach Science, N.Y. – London – Paris, 1989. (рос. изд. Наук. думка, 1985).
12. **S.N. Petrenko, A.L. Rebenko.** Superstable criterion and superstable bounds for infinite range interaction I: two-body potentials, *Meth. Funct. Anal. and Topology*, (2007) стор. 50-61.
13. **S.N. Petrenko, A.L. Rebenko.** Superstable criterion and superstable bounds for infinite range interaction II: many-body potentials, *Зб. праць Ін-ту математики НАН України*, (2008) т. 5, стор. 135-145.
14. **A.L. Rebenko.** Mathematical Foundation of Equilibrium Classical Statistical Mechanics of Charged Particles, *Russian Mathematical surveys*, no.3 (1988)), pp. 55-97.
15. **A.L. Rebenko.** Poisson measure representation and cluster expansion in classical statistical mechanics, *Commun. Math. Phys.*, (1993)), pp. 427-443.
16. **A.L. Rebenko.** A New Proof of Ruelle's Superstability Bounds, *J. Stat. Phys.*, (1998)), pp. 815-826.
17. **A.L. Rebenko.** Polymer expansions for continuous classical systems with many-body interaction, *Meth. Funct. Anal. and Topology*, no.1, (2005) pp. 73-87.
18. **A.L. Rebenko, M.V. Tertychnyi.** Quasicontinuous Approximation of Statistical Systems with Strong Superstable interactions, "Математичні проблеми статистичної механіки." *Зб. праць Ін-ту математики НАНУ*, (2007) т. 4, № 3, стор. 171-181.
19. **A.L. Rebenko, M.V. Tertychnyi.** On the Superstability and Strong Superstability of 2-Body Interaction Potentials, to be published in *Meth. Funct. Anal. and Topology* (2008).
20. **D. Ruelle.** Statistical Mechanics, (Rigorous results), W.A. Benjamin, inc. N.Y. – Amsterdam 1969.
21. **D. Ruelle,** Superstable interactions in classical statistical mechanics, *Commun. Math. Phys.* (1970)), pp. 127-159.
22. **D. Ruelle.** Existence of a Phase Transition in a Continuous Classical System, *Phys. Rev. Lett.*, no. 16 (1971)), pp. 1040-1041.
23. **M.V. Tertychnyi.** Sufficient conditions for superstability of many-body interactions, to be published in *Meth. Funct. Anal. and Topology* (2008).

УДК 336:004

Аспірт. Т.М. Стоколоса¹ – Львівська КА

ІНФОРМАТИЗАЦІЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ: ПІДХОДИ ДО ТРАКТУВАННЯ ПОНЯТЬ

Розглянуто нормативні та авторські підходи до трактування понять "інформаційне забезпечення" та "інформатизація". Визначено важливість інформаційного забезпечення та необхідність процесу інформатизації для ефективного функціонування всіх напрямів діяльності, зокрема відзначено місце розглянутих об'єктів у економічній сфері.

¹ Наук. керівник: проф. Г.Я. Аніловська, д-р екон. наук – Львівський ДУ внутрішніх справ