

де K_{Ic} – критичне значення КІН за одновісного розтягу.

Природно виникає питання чи величини $K_{Ic}^{(1)}$ і K_{Ic} рівні між собою. Для пластини з лінійною тріщиною довжини $2b$ при двовісному розтязі експериментальні дослідження [3, 4] показали, що $K_{Ic}^{(1)} \neq K_{Ic}$. Однак, за відсутності в літературі формули (11), автори робіт [3, 4] для обчислення $K_{Ic}^{(1)}$ користувались формулою $K_I = p\sqrt{\pi b}$, яка не враховує впливу зусиль q_2 , що, звичайно, вплинуло на отриманий ними результат.

Якщо граничний стан настає в точках $(\pm a, 0, 0)$, тобто при $\varphi = 0, \pi$, то для визначення $p_{1*}^{(2)}$, q_{1*} , q_{2*} матимемо

$$p_*^{(2)} - \frac{c_0 E(k)}{8b} \left((3 + \mu) \frac{q_{1*} + q_{2*}}{d_2} - \frac{q_{2*} - q_{1*}}{d_1} \left(d_1 - \frac{2d_3 F_2(k)}{E(k)} \right) \right) = K_{Ic}^{(1)} E(k) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi b^2}}; \quad (14)$$

$$p_*^{(2)} = p_*|_{\varphi=0}.$$

Тут c_{2*} – визначається із виразу (7) при $p = p_*^{(2)}$.

Із рівностей (12), (14) визначаємо критичне зусилля $p_* = \min \{ p_*^{(1)}, p_*^{(2)} \}$ при заданих значеннях q_{1*} , q_{2*} .

Література

1. Стадник М.М. Об одном методе приближенного решения трехмерной упругой задачи для тела с тонким включением// Физ.-хим. механика материалов. – 1988, № 1. – С. 53-65.
2. Стадник М.М. Концентрація напружень біля пружного еліпсоїдального включення у безмежному тілі// Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002, № 6. – С. 25-30.
3. Лебедев А.А., Музыка Н.Р. Несущая способность пластины с трещиной при двухосном растяжении// Пробл. прочности. – 2001, № 2. – С. 20-27.
4. Іваницький Я.Л., Штаюра С.Т., Костів Р.Б. Оцінка тріщиностійкості матеріалів при двовісному навантаженні// Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г.В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 697-702.
5. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1968. – 246 с.
6. Стадник М.М. Силовий критерій гранично-рівноважного стану пластини з тріщиною під двовісним навантаженням// Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007, № 6. – С. 14-16.
7. Irwin G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. – J. Appl. Mech., 1957, 24, № 3. – P. 361-364.

УДК 630.*36(100)

Проф. Б.В. Білик, канд. техн. наук;
ст. викл. М.М. Борис, канд. техн. наук;
доц. А.Г. Кусий, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ В ТРАНСМІСІЯХ ПОВНОПРИВІДНИХ МАШИН З РЕАКТИВНИМИ КОНТУРАМИ

Наведено динамічну схему трансмісії повнопривідного автомобіля з реактивними контурами та визначено частоти її власних крутильних коливань. Отримані ма-

тематичні залежності між частотами власних крутильних коливань і параметрами реактивних контурів. Уточнено значення інерційного моменту в трансмісії.

Ключові слова: динамічна схема, реактивний контур, частота коливань.

*Prof. B.V.B. Bilyk; senior teacher M.M. Borys;
assoc. prof. A.H. KusyJ – NUFWT of Ukraine, L'viv*

The rolling oscillation in the transmissions of full pretext machines with the reactive contours

It is presented the dynamic scheme of the full pretext machine with the reactive contours transmission and the frequencies of her own rolling oscillation are determined. The mathematics dependences between the frequencies of the own rolling oscillation and the parameters of the reactive contours have been taken. The significance of inert moment in the transmission is specified.

Keywords: dynamic scheme, reactive contour, frequency of oscillations.

Реактивні контури – це контури, що враховують жорсткість закріплення корпусних деталей на рамах машин. У трансмісіях автомобілів це – жорсткість опор двигуна та жорсткість на викручування підвісок ведучих мостів стосовно центрів обертання півосей, які передають крутні моменти до коліс автомобіля. Вперше жорсткість кріплення двигуна до рами почали враховувати в авіабудуванні [1], коли зауважили, що різниця між частотами власних крутильних коливань, отриманих розрахунком і експериментальним шляхом, сягає до 15 %.

Трансмісія повнопривідного автомобіля складається з багатьох обертових мас, які через редуктори з'єднані з валами різної крутильної жорсткості. Ці маси, вали і корпуси редукторів утворюють складну динамічну коливну систему. Зовнішні сили, що діють на систему, викликають в ній закручування пружних валів і складні взаємні переміщення мас, що спричиняє появу змінних динамічних моментів, які навантажують різні деталі системи.

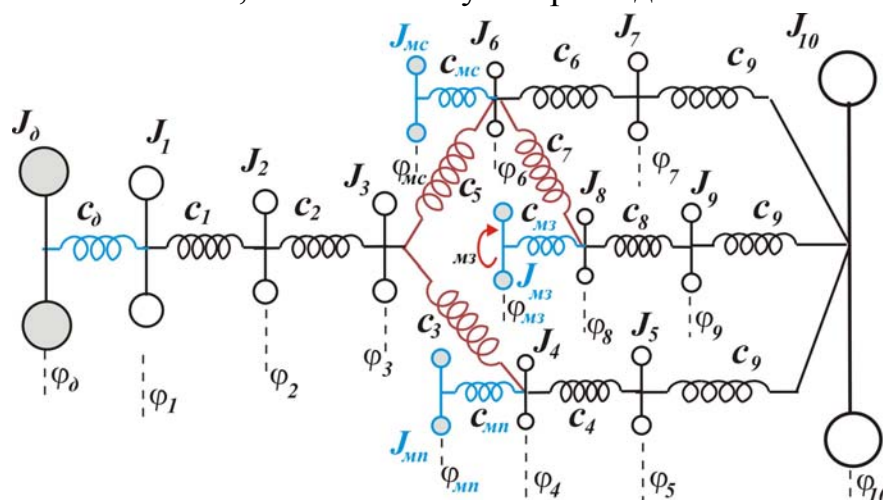


Рис. 1. Схема розрахункової моделі крутильних коливань трансмісії автомобіля з колісною формулою 6×6 з урахуванням реактивних контурів двигуна і ведучих мостів

На рис. 1 подано 14-масову еквівалентну модель трансмісії повнопривідного автомобіля КамАЗ з колісною формулою 6×6. Особливістю цієї моделі є те, що вона враховує жорсткість встановлення двигуна на своїх опорах, а також податливість ресор на викручування стосовно осей коліс. Використан-

ня комп'ютера дає змогу з високою точністю аналізувати крутильні коливання в трансмісіях автомобілів із врахуванням вказаних реактивних контурів.

На схемі прийнято такі позначення: J_1, J_2 і J_3 – зведені моменти інерції маховика, обертових мас коробки передач і роздавальної коробки; J_4, J_6 і J_8 – зведені моменти інерції головних передач переднього, середнього та заднього ведучих мостів; J_5, J_7 і J_9 – зведені моменти інерції ведучих коліс переднього, середнього та заднього мостів; $J_d, J_{мп}, J_{мс}$ і $J_{мз}$ – моменти інерції реактивних контурів стосовно двигуна, переднього, середнього та заднього мостів; J_{10} – зведений момент інерції обертової маси, що еквівалентна поступальній масі автомобіля; c_1, c_2, c_3, c_5 і c_7 – зведені крутильні жорсткості валів коробки передач, карданного вала між коробкою передач і роздавальною коробкою та карданних валів до переднього, середнього та заднього ведучих мостів; c_4, c_6 і c_8 – зведені крутильні жорсткості півосей; c_9 – зведені крутильні жорсткості шин ведучих коліс; $c_d, c_{мп}, c_{мс}$ і $c_{мз}$ – жорсткості реактивних контурів відповідно двигуна, переднього, середнього та заднього мостів. Параметри еквівалентної схеми зводилися до колінчастого вала двигуна і визначалися за відомими параметрами елементів трансмісії автомобіля КамАЗ-4310.

На підставі прийнятої розрахункової моделі, а також користуючись методом Даламбера, отримано таку систему рівнянь крутильних коливань трансмісії:

$$\left. \begin{aligned} J_d \ddot{\varphi}_d - c_d (\varphi_1 - \varphi_d) &= 0; \\ J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) + c_d (\varphi_1 - \varphi_d) &= 0; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 + c_2 (\varphi_2 - \varphi_3) - c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 + c_3 (\varphi_3 - \varphi_4) + c_5 (\varphi_3 - \varphi_6) - c_2 (\varphi_2 - \varphi_3) &= 0; \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 + c_4 (\varphi_4 - \varphi_5) - c_3 (\varphi_3 - \varphi_4) + c_{мп} (\varphi_4 - \varphi_{мп}) &= 0; \\ J_5 \ddot{\varphi}_5 + c_9 (\varphi_5 - \varphi_{10}) - c_4 (\varphi_4 - \varphi_5) &= 0; \\ J_6 \ddot{\varphi}_6 + c_6 (\varphi_6 - \varphi_7) + c_7 (\varphi_6 - \varphi_8) + c_{мс} (\varphi_{мс} - \varphi_6) - c_5 (\varphi_3 - \varphi_6) &= 0; \\ J_7 \ddot{\varphi}_7 + c_9 (\varphi_7 - \varphi_{10}) - c_6 (\varphi_6 - \varphi_7) &= 0; \\ J_8 \ddot{\varphi}_8 + c_8 (\varphi_8 - \varphi_9) + c_{мз} (\varphi_8 - \varphi_{мз}) - c_7 (\varphi_6 - \varphi_8) &= 0; \\ J_9 \ddot{\varphi}_9 + c_9 (\varphi_9 - \varphi_{10}) - c_8 (\varphi_8 - \varphi_9) &= 0; \\ J_{10} \ddot{\varphi}_{10} - c_9 (\varphi_5 - \varphi_{10}) - c_9 (\varphi_7 - \varphi_{10}) - c_9 (\varphi_9 - \varphi_{10}) &= 0; \\ J_{мп} \ddot{\varphi}_{мп} - c_{мп} (\varphi_4 - \varphi_{мп}) &= 0; \\ J_{мс} \ddot{\varphi}_{мс} - c_{мс} (\varphi_6 - \varphi_{мс}) &= 0; \\ J_{мз} \ddot{\varphi}_{мз} - c_{мз} (\varphi_8 - \varphi_{мз}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Розв'язок системи рівнянь шукаємо у вигляді $\varphi_i = A_i \sin(\omega t + \psi)$, де A_i – амплітуди кутових коливань мас системи; ω – частота коливань мас.

Визначивши, що $\ddot{\varphi}_i = -\omega^2 A_i \sin(\omega t + \psi)$ і розділивши кожне рівняння на вираз $\sin(\omega t + \psi)$ отримаємо систему алгебричних рівнянь (2). Розв'язуючи її на комп'ютері в середовищі Maple 7 стосовно амплітуд A_i , обчислюємо суму інерційних моментів $\sum_{i \in 14} \omega^2 J_i A_i$. Послідовно підставляючи різні значення ω , визначаємо ці частоти, для яких $\sum_{i \in 14} \omega^2 J_i A_i = 0$. Це і будуть значення власних частот крутильних коливань з урахування реактивних контурів.

$$\left. \begin{aligned}
 \omega^2 J_d A_d + c_d (A_1 - A_d) &= 0; \\
 \omega^2 J_1 A_1 - c_1 (A_1 - A_2) - c_d (A_1 - A_d) &= 0; \\
 \omega^2 J_2 A_2 - c_2 (A_2 - A_3) + c_1 (A_1 - A_2) &= 0; \\
 \omega^2 J_3 A_3 - c_3 (A_3 - A_4) - c_5 (A_3 - A_6) + c_2 (A_2 - A_3) &= 0; \\
 \omega^2 J_4 A_4 - c_4 (A_4 - A_5) + c_3 (A_3 - A_4) - c_{mn} (A_4 - A_{mn}) &= 0; \\
 \omega^2 J_5 A_5 - c_9 (A_5 - A_{10}) + c_4 (A_4 - A_5) &= 0; \\
 \omega^2 J_6 A_6 - c_6 (A_6 - A_7) - c_7 (A_6 - A_8) + c_5 (A_3 - A_6) - c_{mc} (A_6 - A_{mc}) &= 0; \\
 \omega^2 J_7 A_7 - c_9 (A_7 - A_{10}) + c_6 (A_6 - A_7) &= 0; \\
 \omega^2 J_8 A_8 - c_8 (A_8 - A_9) + c_7 (A_6 - A_8) - c_{m3} (A_8 - A_{m3}) &= 0; \\
 \omega^2 J_9 A_9 - c_9 (A_9 - A_{10}) + c_8 (A_8 - A_9) &= 0; \\
 \omega^2 J_{10} A_{10} + c_9 (A_5 - A_{10}) + c_9 (A_7 - A_{10}) + c_9 (A_9 - A_{10}) &= 0; \\
 \omega^2 J_{mn} A_{mn} + c_{mn} (A_4 - A_{mn}) &= 0; \\
 \omega^2 J_{mc} A_{mc} + c_{mc} (A_6 - A_{mc}) &= 0; \\
 \omega^2 J_{m3} A_{m3} + c_{m3} (A_8 - A_{m3}) &= 0.
 \end{aligned} \right\} (2)$$

Автомобілі з колісною формулою 6×6 (зокрема автомобіль КамАЗ) можуть комплектуватися різними двигунами і агрегатами трансмісії, а також рухатися з вантажами різної маси. Усі ці чинники змінюють значення параметрів еквівалентної коливної схеми трансмісії, а значить і частоти її власних крутильних коливань. Під час проектування автомобіля важливо знати ступінь впливу як кожного параметра зокрема, так і їх спільний вплив на ту чи іншу частоту власних крутильних коливань трансмісії. Для охоплення всього можливого діапазону зміни кожного параметра та комплексної оцінки впливу параметрів реактивних контурів кожному з них надавалися три значення: дійсне, вдвічі менше і вдвічі більше. Для кожного варіанта визначалися частоти власних крутильних коливань трансмісії за спеціально складеною програмою у середовищі Maple 7. Результати розрахунків для вищої передачі в коробці передач і в роздавальній коробці подано в таблиці.

Таблиця. Частоти власних крутильних коливань трансмісії з реактивними контурами

		ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
J_d	60	7,9	20,5	64,4	138,5	138,5
	120	6,6	14,45	64,4	138,5	138,5
	240	5,8	10,3	64,4	138,5	138,5
J_{mn}	0,6	6,6	14,45	64,2	104,0	160,4
	1,2	6,6	14,45	64,4	104,6	160,5
	2,4	6,6	14,45	63,9	108,2	164,4
C_d	12500	6,2	10,5	62,0	82,0	138,5
	25000	6,6	14,45	64,4	104,6	138,5
	50000	6,8	21,0	66,0	125,0	142,0
C_{mn}	12000	6,6	14,45	64,4	108,0	164,0
	24000	6,6	14,45	64,4	104,6	160,0
	48000	6,6	14,45	64,4	103,7	159,0

Як видно з таблиці, реактивні контури найбільше впливають на першу, другу і четверту частоти власних крутильних коливань. Третя та п'ята ча-

стоти практично не залежать від моментів інерції та жорсткості пружних елементів реактивних контурів. Крутильні коливання на вищих частотах виникають рідко і є нетривалими, тому на динамічну навантаженість трансмісії мають незначний вплив.

Реактивний контур "двигун – рама" істотно впливає лише на першу і другу частоти власних крутильних коливань трансмісії. Зокрема, зі збільшенням моменту інерції двигуна J_d ці частоти зменшуються, а зі збільшенням жорсткості опор двигуна C_d – вони зростають.

Реактивний контур "ведучий міст – ресори" на нижчі частоти не впливає. Він змінює тільки четверту частоту власних крутильних коливань. У цьому випадку більший вплив на зміну четвертої частоти має зміна жорсткості ресор на викручування, ніж момент інерції ведучого моста стосовно центрів обертання півосей. Вплив досліджуваних параметрів на першу частоту власних крутильних коливань трансмісії зображено на рис. 2, а.

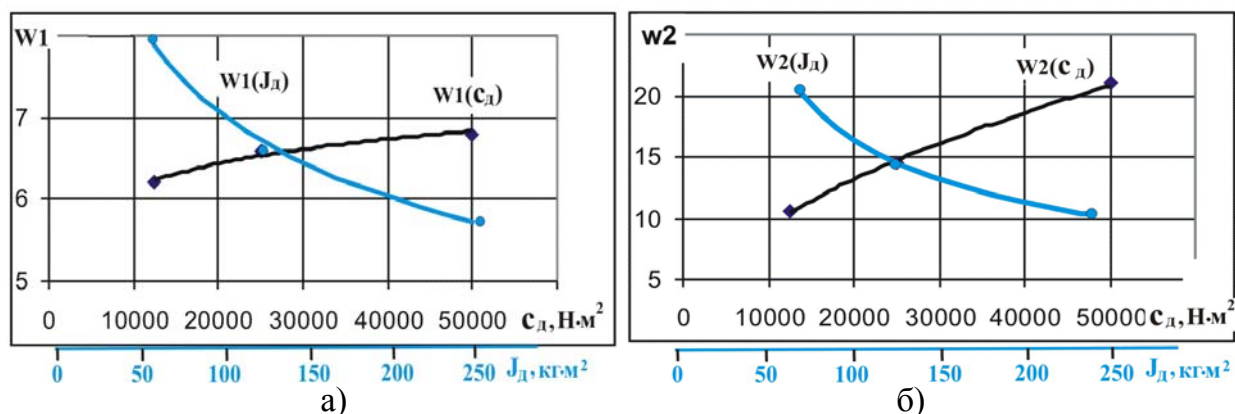


Рис. 2. Залежність частот власних крутильних коливань від моменту інерції J_d і жорсткості C_d реактивного контуру "двигун – рама": а – першої частоти ω_1 ; б – другої частоти ω_2

Кількісний вплив J_d і C_d на першу частоту власних крутильних коливань трансмісії проводився методом математичного планування екстремальних експериментів. Внаслідок опрацювання результатів була отримана така залежність:

$$\omega_1 = 6,95 - 0,01117 \cdot J_d + 0,000016 \cdot C_d. \quad (3)$$

Вплив цих же параметрів на другу частоту власних крутильних коливань трансмісії зображено на рис. 2, б. Кількісний вплив досліджуваних параметрів на другу частоту власних крутильних коливань трансмісії описується таким рівнянням:

$$\omega_2 = 16,45 - 0,0567 \cdot J_d + 0,00028 \cdot C_d. \quad (4)$$

На четверту частоту власних крутильних коливань найбільше впливає момент інерції переднього ведучого моста $J_{мп}$, жорсткість опор двигуна C_d та жорсткість ресор переднього моста на викручування $C_{мп}$. Вплив цих параметрів на четверту частоту власних крутильних коливань трансмісії зображено на рис. 3. Оцінка спільного впливу вказаних параметрів на четверту частоту власних крутильних коливань характеризується такою залежністю:

$$\omega_4 = 170,62 + 26,28 \cdot J_{мп} + 0,0013 \cdot C_d - 0,0013 \cdot C_{мп}. \quad (5)$$

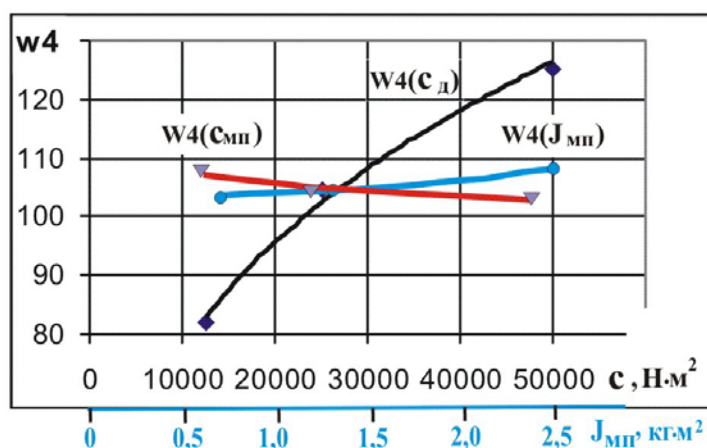


Рис. 3. Залежність четвертої частоти ω_4 власних крутильних коливань трансмісії від параметрів реактивних контурів J_{mn} , C_{mn} і C_δ

Реактивні контури "двигун – рама" та "ведучий міст – ресори" істотно впливають на нижчі частоти власних крутильних коливань трансмісії, що своєю чергою призводить до зміни величини динамічного моменту при різкому вмиканні зчеплення, або при гальмуванні коліс до юза без вимикання зчеплення. Формулу для динамічного моменту в цьому випадку потрібно писати у вигляді

$$M = \omega_0 \cdot \sqrt{k \cdot J_m \cdot C_{ze}}, \quad (6)$$

де k – коефіцієнт, що враховує реактивні контури, визначається за формулою

$$k = \frac{\omega_{1p} \cdot \omega_{2p} \cdot \omega_{4p}}{\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \omega_4}, \quad (7)$$

де: ω_{1p} , ω_{2p} і ω_{4p} – значення частот з врахуванням реактивних контурів; ω_1 , ω_2 і ω_4 – частоти, визначені без урахування реактивних контурів; ω_0 – кутова швидкість маховика; C_{ze} – зведена жорсткість трансмісії.

Таким чином, отримані математичні залежності дають змогу уточнити частоти власних крутильних коливань трансмісії з реактивними контурами ще на стадії проектування трансмісії автомобіля. Врахування реактивних контурів дає змогу також уточнити значення динамічного моменту, що виникає у трансмісії під час різкого вмикання зчеплення, або під час гальмування коліс до юза без вимкнення зчеплення.

Література

1. Нейман И.Ш. Динамика авиационных двигателей. – М.: Оборонгиз, 1940. – 324 с.
2. Білик Б.В., Кусий А.Г. Визначення частот власних крутильних коливань трансмісій повнопривідних колісних машин// Наук. вісник НЛТУ України: Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів і поїздів. – Львів: УкрДЛТУ. – 2003, вип. 12.7. – С. 15-19.
3. Білик Б.В., Кусий А.Г. Частоти власних крутильних коливань трансмісій повнопривідних колісних машин// Наук. вісник НЛТУ України: Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів і поїздів. – Львів: НЛТУУ. – 2003, вип. 12.7. – С. 6-12.
4. Білик Б.В., Борис М.М., Кусий А.Г. Вплив передатних чисел на динамічні навантаження у трансмісії колісного лісового трактора// Наук. вісник НЛТУ України: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: НЛТУУ. – 2007, вип. 17.8. – С. 127-132.