

$$d_e = \frac{2 \cdot \Phi \cdot \varepsilon \cdot d}{3 \cdot (1 - \varepsilon)}, \quad (10)$$

де: Φ – фактор форми; ε – порізність шару.

$$\text{Тоді,} \quad \Delta P = \frac{1,24}{d^{1,18} \cdot \text{Re}^{0,13}} \cdot \frac{3 \cdot H \cdot (1 - \varepsilon)}{4 \cdot \Phi \cdot \varepsilon} \cdot \rho \cdot \omega^2. \quad (11)$$

За результатами експериментальних даних та розрахункових, визначених за рівнянням (11), побудовано графічну залежність (рис. 4).

Варто зауважити, що реальні перепади тиску у досліджуваному шарі можуть відхилятися від розрахункових, визначених за залежністю (11), на $\pm 15\%$.

Висновок. Вивчення гідродинаміки руху газового потоку крізь монодисперсні шари глини, сформованої у вигляді циліндричних частинок змінного діаметра, дало змогу встановити вплив їх діаметра та режиму руху теплоносія на гідравлічний опір цього шару у діапазоні $10 < \text{Re} < 30$. Також, встановлено, що коефіцієнт опору λ залежить від величини Re , та d частинки. Отримано аналітичну залежність для розрахунку гідравлічного опору монодисперсного шару глини, сформованої у вигляді циліндричних частинок залежно від їх діаметра, висоти шару та швидкості руху теплоносія.

Література

1. Гузьова І.О., Ханик Я.М. Гідродинаміка фільтраційного процесу сушіння дисперсних матеріалів// Вісник ДУ "Львівська політехніка": Хімія, технологія речовин та їх застосування. – Львів: ДУ "Львівська політехніка". – 2000, № 414. – С. 168-172.
2. Ханик Я.М., Римар Т.І., Креховецький О.М. Гідродинаміка і кінетика процесу сушіння глини в щільному шарі під час ГЧ нагрівання// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2006, вип. 16.5. – С. 310-312.
3. Аэров М.Э., Толес О.М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. – Л.: Химия, 1979. – 176 с.
4. Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. – Л.: Химия, 1979. – 436 с.

УДК 621.86.001

Проф. Є.В. Харченко, д-р техн. наук – НУ "Львівська політехніка"; інж.-мех. О.І. Кващенко – Дрогобицький ДПУ ім. Івана Франка

РОЗРАХУНОК ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ПІДІЙМАЛЬНИХ ПРИСТРОЯХ З НЕСНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ЗМІННОЇ ДОВЖИНИ

Розглядається методика математичного моделювання динамічних процесів у підіймальних пристроях, роботах і маніпуляторах з несними елементами змінної довжини.

Prof. Ye.V. Kharchenko – NU "L'viv's'ka Politekhnik"; engineer-mechanic O.I. Kvashenko – Droboych state pedagogical university of the name of Ivan Franco

A calculation of dynamic processes is in jacks with the bearings elements of variable length

The methodology of mathematical modelling of the dynamic processes in robots and manipulators was considered. The analysis moves from regard the variable of length of supports the construction.

Вступ

У роботах-маніпуляторах і сучасних підйимально-транспортних пристроях широко використовуються несні елементи змінної довжини (висувні руки, телескопічні стріли тощо) [1, 2]. Пружно-інерційні властивості цих елементів істотно впливають на характер динамічних процесів у механічних системах, у багатьох випадках визначають точність позиціювання об'єктів, відбуваються на зусиллях у пружних ланках. Безпосереднє інтегрування рівнянь з частинними похідними, якими описується рух ланок з розподіленими параметрами, за наявності рухомих крайових умов значно ускладнюється [3, 5, 11]. Тому ми пропонуємо спосіб математичного моделювання динамічних явищ у підйимально-транспортних пристроях із застосуванням методу узагальнених переміщень [4]. Вказаний підхід дає змогу звести задачу аналізу динамічних процесів у складній континуально-дискретній механічній системі до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь [6, 7, 12].

У даній роботі розглянемо методику математичного моделювання динамічних процесів у підйимально-транспортних машинах, роботах і маніпуляторах із несними елементами змінної довжини. Для складання рівнянь руху використовуємо метод узагальнених переміщень, згідно з яким обмеження числа ступенів вільності континуально-дискретної механічної системи здійснюється шляхом задавання форм коливань ланок з розподіленими параметрами. Амплітудні коефіцієнти при формах, що входять до виразів переміщень деформівних елементів, відіграють роль узагальнених координат. Рівняння руху записуємо за схемою рівнянь Лагранжа другого роду.

Під час визначення узагальнених сил враховуємо розсіяння енергії коливань відповідно до гіпотези Фойхта. Рушійні сили знаходимо з урахуванням електромагнітних коливальних явищ у привідних двигунах шляхом сумісного інтегрування рівнянь руху та рівнянь електромагнітного стану. Використовуємо математичні моделі електричних двигунів, побудовані з урахуванням насичення магнітопроводів [8].

Беручи до уваги нелінійність математичних моделей, інтегрування отриманих диференціальних рівнянь виконуємо числовими методами.

Рівняння руху механічної системи

Методику побудови математичної моделі робота-маніпулятора чи підйимально-транспортного пристрою проілюструємо на такому прикладі. Розглянемо рухомий об'єкт (транспортний засіб) масою m_1 з несним елементом у вигляді балки довжиною вільної частини l і масою m (рис. 1). Одним кінцем несний елемент закріплений на рухомому об'єкті з можливістю переміщення в осьовому напрямі, а другим кінцем жорстко зв'язаний з вантажем масою m_2 . Транспортний засіб рухається у напрямі, перпендикулярному до осі стержня. Довжина вільної частини стержня змінюється з часом і визначається як $l=l_0+z$, де l_0 – початкова довжина вільної частини стержневого елемента; z – координата руху стержня в осьовому напрямі.

Оскільки на характер динамічних процесів у несній конструкції найістотніше впливають нижчі форми поперечних коливань, її переміщення подаємо у вигляді:

$$y(\xi, t) = \sum_{j=0}^n Y_j(t) \psi_j(\xi), \quad (1)$$

де: $Y_j(t)$ – амплітудні коефіцієнти, що виконують функцію узагальнених координат; $\psi_j(\xi)$ – форми рухів, за допомогою яких враховується переміщення стержня як єдиного цілого та його згинні деформації; t – час; ξ – відносна поздовжня координата стержня, котра визначається як $\xi = x/l$, причому x – абсолютна поздовжня координата.

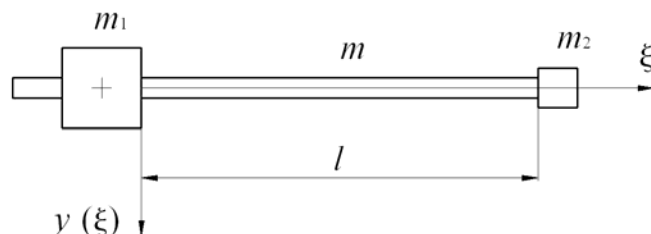


Рис. 1.
Розрахункова схема пристрою з несим елементом змінної довжини

Обмеживши таким чином кількість ступенів вільності, складаємо рівняння руху механічної системи за схемою рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j, \quad j = \overline{1, s}, \quad (2)$$

де: T і Π – кінетична і потенціальна енергії системи; q_j – узагальнена координата; Q_j – неконсервативна узагальнена сила; s – кількість ступенів вільності.

Функції $\psi_j(\xi)$ вибираємо таким чином, щоб вони задовольняли крайові умови на кінцях несного елемента,

$$\psi_0 = 1; \quad \psi_j = 1 - \cos \frac{j\pi\xi}{2}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

Кількість ступенів вільності даної системи становить $n+2$ (1 ступінь вільності відповідає рухові стержня в поздовжньому напрямі, $n+1$ ступінь вільності – в поперечному напрямі).

Кінетичну енергію записуємо у вигляді

$$T = \frac{l}{2} \int_0^1 \mu(\xi) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 d\xi + \frac{1}{2} m_1 \left[\frac{\partial y(0, t)}{\partial t} \right]^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[\frac{\partial y(l, t)}{\partial t} \right]^2 + \frac{1}{2} (m + m_1 + m_2) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2, \quad (4)$$

де $\mu(\xi)$ – погонна маса стержня.

Потенціальну енергію записуємо як

$$\Pi = \frac{E}{2l} \int_0^1 J(\xi) \left(\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} \right)^2 d\xi, \quad (5)$$

де: E – модуль пружності матеріалу стержня; $J(\xi)$ – осьовий момент інерції поперечного перерізу.

Після підстановки (1) у (4), з урахуванням (3), отримуємо

$$T = \frac{l}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} \dot{Y}_i \dot{Y}_j + \frac{1}{2} m_1 \dot{Y}_0^2 + \frac{1}{2} m_2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n b_{ij} \dot{Y}_i \dot{Y}_j + \frac{1}{2} (m + m_1 + m_2) \dot{z}^2, \quad (6)$$

де $a_{ij} = \int_0^1 \mu(\xi) \psi_i(\xi) \psi_j(\xi) d\xi$; $b_{ij} = \psi_i(1) \psi_j(1)$.

Беручи до уваги (1) і (5), записуємо вираз потенціальної енергії у формі

$$\Pi = \frac{E}{2l} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} Y_i Y_j, \quad (7)$$

$$\text{де } c_{ij} = \int_0^1 J(\xi) \psi_i''(\xi) \psi_j''(\xi) d\xi.$$

Підставляючи (6) і (7) у рівність (2), отримуємо рівняння руху механічної системи у такому вигляді

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{Y}_0 + \sum_{i=0}^n [(l_0 + z) a_{i0} + m_2 b_{i0}] \ddot{Y}_i + \dot{z} \sum_{i=1}^n a_{i0} \dot{Y}_i + \frac{E}{l_0 + z} \sum_{i=0}^n c_{i0} Y_i &= Q_0; \\ \sum_{i=0}^n [(l_0 + z) a_{ij} + m_2 b_{ij}] \ddot{Y}_i + \dot{z} \sum_{i=1}^n a_{ij} \dot{Y}_i + \frac{E}{l_0 + z} \sum_{i=0}^n c_{ij} Y_i &= Q_j, \quad j = \overline{1, n}; \\ (m + m_1 + m_2) \ddot{z} - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} \dot{Y}_i \dot{Y}_j - \frac{E}{2(l_0 + z)^2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} Y_i Y_j &= Q_{n+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Узагальнені сили, що входять до рівнянь руху (8), визначаємо, використовуючи вирази віртуальних робіт неконсервативних зовнішніх і внутрішніх сил. Розсіяння енергії деформації несної конструкції враховуємо за допомогою гіпотези Фойхта. Рушійні сили визначаємо з урахуванням електромагнітних явищ у привідних двигунах шляхом сумісного інтегрування диференціальних рівнянь (8) з рівняннями електромагнітного стану.

Якщо динамічному процесові передуює стан спокою механічної системи, то початкові умови інтегрування рівнянь (8) записуємо як

$$Y_j(0) = \dot{Y}_j(0) = 0, \quad j = \overline{0, n}; \quad z(0) = \dot{z}(0) = 0. \quad (9)$$

Рівняння електромагнітного стану електромашинної системи

Для того, щоб забезпечити достатню точність аналізу динамічних процесів, детально враховуємо не лише властивості механічної системи за допомогою континуально-дискретної розрахункової моделі, а й характер зміни в часі рушійних сил та сил корисного опору. Розглянемо, зокрема, особливості врахування динамічних характеристик електроприводу.

Електромашинна система сучасної технологічної лінії включає, здебільшого, кілька двигунів (синхронних та асинхронних), загальні шини яких живляться за допомогою лінії електропередачі від трансформатора обмеженої потужності. Досвід показує, що адекватна фізичному процесові математична модель машинного агрегату з електроприводом може бути створена лише на основі сумісного розгляду електромагнітних і механічних коливальних явищ [5, 8, 10].

Диференціальні рівняння елементів електромашинної системи (трансформатора та електродвигунів) подаємо, згідно з [8, 9], в узагальненому вигляді

$$\frac{d}{dt} \Psi_k = u_k - R_k i_k, \quad k = \{1, 2, s, r\}, \quad (10)$$

де Ψ_k , u_k , i_k – матриці-колонки повних поточкозчеплень, напруг і струмів первинної ($k=1$) і вторинної ($k=2$) обмоток трансформатора, статорної ($k=s$) і роторної ($k=r$) обмоток електродвигунів,

$$H_k = \text{col}(h_{kA}, h_{kB}), k = \overline{1, s}; H_r = \text{col}(h_f, h_D, h_Q) \quad (H = \Psi, u, i);$$

індекси A, B вказують на приналежність до одноіменних фаз, а f, D, Q – до обмоток збудження, поздовжнього і поперечного демпферних контурів синхронного двигуна; R_k – матриця опорів.

Струми знаходимо за формулами

$$i_k = \Lambda_k (\Psi_k - G_k \psi), \quad (11)$$

де: Λ_k – матриці, обернені до матриць індуктивностей розсіяння; G_k – матриці зв'язків; ψ – матриця-колонка робочих потокозчеплень.

Матриці Λ_k і R_k мають вигляд

$$H_k = \text{diag}(h_k, h_k), k = \overline{1, s}; H_r = \text{diag}(h_f, h_D, h_Q) \quad (H = \Lambda, R),$$

де $h = r, \alpha$ – активні опори та величини, обернені до індуктивностей розсіяння окремих контурів.

Матриці зв'язків визначаються залежностями

$$G_1 = G_2 = 1; G_s = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \cos(\gamma - 120^\circ) & -\sin(\gamma - 120^\circ) \end{pmatrix}; G_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де γ – кут повороту ротора, який визначається з рівнянь руху.

Матрицю-колонку робочих потокозчеплень знаходимо за допомогою виразу

$$\psi = Q_k (M_k \Lambda_k \Psi_k + M_j \Lambda_j \Psi_j), j, k = \{1, 2, s, r\}: j \neq k, \quad (12)$$

де $M_1 = M_2 = 1; M_r = G_r^t; M_s = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -\sin(\gamma - 120^\circ) & \sin \gamma \\ -\cos(\gamma - 120^\circ) & \cos \gamma \end{pmatrix}; Q_1 = Q_2 = \frac{1}{\alpha_t + \alpha_1 + \alpha_2};$

$$Q_s = Q_r = \text{diag} \left(\frac{1}{\alpha_d + \alpha_s + \alpha_f + \alpha_D}, \frac{1}{\alpha_q + \alpha_s + \alpha_Q} \right).$$

Тут α_d, α_q – величини, обернені до поздовжньої і поперечної індуктивностей реакції якоря синхронного двигуна; α_t – величина, обернена до робочої індуктивності трансформатора; верхній індекс t вказує на транспонування матриці.

Електромагнітний момент двигуна знаходимо за формулою

$$M_E = \sqrt{3} p_0 ((\psi_d \cos \gamma - \psi_q \sin \gamma) i_{sB} - (\psi_d \cos(\gamma - 120^\circ) - \psi_q \sin(\gamma - 120^\circ)) i_{sA}), \quad (13)$$

де ψ_d, ψ_q – поздовжнє та поперечне робочі потокозчеплення, що є елементами матриці-колонки ψ , яка визначається згідно з (12); p_0 – кількість пар магнітних полюсів.

Вирази (10)-(13) утворюють математичні моделі трансформатора і синхронного двигуна в фазних координатах. Якщо в моделі синхронного двигуна виконати умови:

$$\alpha_d = \alpha_q = \alpha_m, \quad \alpha_D = \alpha_Q = \alpha_r, \quad \alpha_f = 0, \quad r_D = r_Q = r_r,$$

де: α_m, α_r – величини, обернені до робочої індуктивності та індуктивності розсіяння обмотки ротора; r_r – активний опір фази ротора, що визначається з

урахуванням додаткових опорів, то автоматично отримаємо математичну модель асинхронного двигуна.

Лінію електропередачі враховуємо за допомогою індуктивності L і опору r , які є складовими частинами значень α_2 і r_2 вторинної обмотки трансформатора.

Матрицю-колонку u напруг на загальних шинах записуємо як

$$u = u_2 = u_{s1} = \dots = u_{sN}, \quad (14)$$

де N – кількість електродвигунів, і знаходимо із рівняння

$$Du = Y. \quad (15)$$

$$\text{Тут} \quad D = A_2 + \sum_{i=1}^n A_{si}; \quad Y = A_2 r_2 i_2 + B_2 \frac{d\Psi_1}{dt} + \sum_{i=1}^N \left(A_{si} r_{si} i_{si} + B_{si} \frac{d\Psi_{ri}}{dt} + E_{si} \right), \quad (16)$$

де $A_2 = \alpha_2(1 - \alpha_2 Q_2)$; $B_2 = -\alpha_1 \alpha_2 Q_2$; $A_s = \alpha_s(1 - G_s Q_s M_s \alpha_s)$; $B_s = G_s Q_s M_r \Lambda_r$;

$$E_s = \alpha_s^2 G_s Q_s \frac{dM_s}{dt} + \frac{dG_s}{dt} \psi.$$

Похідні $d\Psi_1/dt$ і $d\Psi_n/dt$, які входять до другої рівності (16), знаходимо за формулами (10), оскільки значення напруг первинної обмотки трансформатора u_1 та кіл роторів електродвигунів u_{ri} відомі. Решту похідних повних потокозчеплень елементів системи знаходимо, використовуючи формулу (14), попередньо обчисливши напругу на спільних шинах за допомогою алгебричного рівняння (15).

Початкові умови інтегрування рівнянь (10) задаємо у такому вигляді

$$\Psi_k(0) = \text{col}(\psi_{kA0}, \psi_{kB0}), \quad k = \overline{1, s}; \quad \Psi_r(0) = \text{col}(\psi_{f0}, \psi_{D0}, \psi_{Q0}), \quad (17)$$

де ψ_{kA0} , ψ_{kB0} , ψ_{f0} , ψ_{D0} , ψ_{Q0} – значення потокозчеплень, що відповідають роботі електромашинної системи в режимі холостого ходу.

Аналіз результатів

Таким чином, динамічні процеси в електромеханічній системі роботаманіпулятора або підйимального пристрою описуються нелінійною математичною моделлю, що включає рівняння руху (8) та рівняння електромагнітного стану двигунів і трансформатора (10). Вказані диференціальні рівняння підлягають сумісному числовому інтегруванню з урахуванням співвідношень (11)-(15) та початкових умов (9), (17).

Оскільки рівняння з повними диференціалами (10) розв'язані відносно похідних, то для їх інтегрування можна використати відомі методи (Ейлера, Рунге-Кутта та ін.), реалізовані у вигляді стандартних процедур, наявних у бібліотеках сучасних обчислювальних систем. На кожному кроці чисельного інтегрування диференціальних рівнянь (8) необхідно здійснювати обертання матриці коефіцієнтів, оскільки вони залежать від невідомої координати руху z .

У частковому випадку, коли швидкість зростання довжини несного елемента є сталою і її значення відоме, необхідність обертання матриці коефіцієнтів відпадає, а аналіз динамічного процесу зводиться до розв'язування задачі Коші.

Варто відзначити, що запропонований підхід до дослідження динамічних явищ можна застосовувати, якщо несна конструкція складається не з одного, а з декількох стержневих елементів (телескопічні виконавчі органи маніпуляторів), а також за наявності зв'язаних із несним елементом рухомих вантажів (візків, кареток та ін.). Метод легко поширюється на випадки, коли несні ланки виконують одночасно поступальні і обертальні рухи у площині або у просторі.

Література

1. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины. Изд. 4-е. – М.: Высш. шк., 1972. – 504 с.
2. Бурдаков С.Ф., Дьяченко В.А., Тимофеев А.Н. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. – М.: Машиностроение 1986. – 324 с.
3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
4. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
5. Харченко Е.В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.
6. Харченко Е.В. Моделирование движений подъемно-транспортных устройств автоматизированных складов// Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении: Республикан. межвед. научн.-техн. сб. – Львов: Изд-во при Львов. ун-те. – 1988, вып. 27. – С. 79-83.
7. Харченко Є., Квашенко О., Данило Я. Поперечні коливання несучих конструкцій з рухомими об'єктами// Технічні вісті. – 1996, № 1(4). – 1997, № 1(5). – С. 18-21.
8. Чабан В.И. Методы анализа электромеханических систем. – Львов: Вища шк., 1985. – 189 с.
9. Чабан В.И., Харченко Е.В. Электромеханическая математическая модель буровых установок// Изв. вузов: Нефть и газ. – 1984, № 5. – С. 16-22.
10. Чабан В.И., Харченко Е.В., Козубаш В.М. Алгоритм расчета виброактивности ротора асинхронного двигателя// Электричество. – 1990, № 1. – С. 71-75.
11. Kharchenko Y. Finite element of rod immovable coordinate system// Tenth International Workshop on New Approaches to High-Tech: Nondestructive Testing and Computer Simulations in Science and Engineering/ Proceedings of SPAS jointly with UWM. – Olsztyn, Poland: UWM, 2006. – PP. 179-181.
12. Kharchenko Ye., Sobkowski S. Mathematical Modeling of Movements of Intelligent Transport Devices of the Automated Warehouses// 12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing. – Vol. 1. – Saint-Etienne, France: ENSM SE, 2006. – PP. 223-228.

УДК 630*36(100) Проф. Б.В. Білик, канд. техн. наук; ст. викл. М.М. Борис;
доц. А.Г. Кусий, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

ВПЛИВ ПЕРЕДАТНИХ ЧИСЕЛ НА ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ У ТРАНСМІСІЇ КОЛІСНОГО ЛІСОВОГО ТРАКТОРА

Подано висліди аналізу математичного моделювання динамічних навантажень у трансмісії трелісного трактора та отримано залежності коефіцієнтів динамічності від передатних чисел механізмів трансмісії.

Ключові слова: трансмісія, динамічні навантаження, коефіцієнт динамічності, передатне число, трелісний трактор.

*Prof. B.V. Bilyk; senior teacher N. Borys;
assoc. prof. A. Kusyj – NUFWT of Ukraine, L'viv*

An influence of the numbers on the dynamic loadings in a transmission of a wheeling wood tractor

It was presented method and results of the analysis of the mathematical modeling of the dynamic loadings in the transmission of a trailing tractor and it was got the dependences of the dynamics coefficients on the numbers of the transmission's mechanisms.

Keywords: transmission, dynamic loadings, dynamics coefficients, numbers, trailing tractor.