

## 5. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 388.26

*Асист. О.Я. Прядко; проф. Г.Г. Цегелик, д-р фіз.-мат. наук –  
Львівський НУ ім. Івана Франка*

### МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ КОРОТКО- ТА ДОВГОТЕРМІНОВИХ КРЕДИТІВ БАНКІВ УКРАЇНИ

Проаналізовано ефективність банківської системи України за останні роки, динаміку основних показників діяльності банків, а також основні чинники, що впливають на функціонування банківських установ. Проведено математичне моделювання динаміки коротко- та довготермінових кредитів за допомогою часових трендів.

**Ключові слова:** коротко- та довготермінові кредити, математичне моделювання, часові тренди.

*Assist. O.Ya. Pryadko, prof. H.H. Tseheluk – L'viv NU named after Ivan Franko*

### Banks of Ukraine modeling and forecasting of the short-term and long-term credits dynamics

**Abstract.** In the work the banking system efficiency in Ukraine over the last years is studied. The basic indicators dynamics of banks functioning along with the major factors that influence the activity of the banking establishments is analyzed. Mathematical modeling of the short-term and long-term credits dynamics with the help of time trends are developed in the article.

**Keywords:** Short-term and long-term credits, mathematical modeling, time trends.

Банківська система України як один з найбільш динамічних секторів економіки є основою формування фінансово-кредитних відносин та найважливішим суб'єктом фінансового ринку, а її стабільність і надійність – гарантом ефективності фінансової системи держави та інвестиційних процесів в економіці.

Проблема підвищення ефективності діяльності сьогодні актуальна для багатьох українських банків. Зауважимо, що використання традиційних підходів для оцінки ефективності діяльності банків (ресурсо-витратний, продуктивності праці, граничної корисності й інші) є досить обмеженим [1]. Вважається, що функціонування будь-якої системи, враховуючи банківську, можна оцінити за двома основними критеріями [2]:

- перший пов'язаний із тим, як швидко вона досягає поставленої мети;
- другий – із ефективністю, з якою система перетворює витрати на доходи.

Незважаючи на важливість і тісний взаємозв'язок обох цих критеріїв, у практиків більшу зацікавленість викликає другий із них. Керівництво завжди зацікавлене в отриманні інтегрованої оцінки результатів перетворення витрат на доходи, яка виражається у вигляді комплексних показників, зручних для порівняння, і характеризує ефективність діяльності з точки зору її відповідності стратегічним цілям бізнесу.

Розрізняють внутрішню і зовнішню ефективність банківської системи. Традиційно для оцінки внутрішньої ефективності функціонування банківсь-

кої системи використовують рентабельність активів та капіталу. Зазначимо, що в останні роки відбулися певні позитивні зміни в ефективності діяльності банків, зокрема – підвищення рентабельності активів завдяки зниженню адміністративних витрат. Однак хоч і спостерігається тенденція до поліпшення якості активів банків, насторожує поліпшення результативних показників їх діяльності за рахунок зниження рівня відрахувань у резерви за активними операціями в умовах високих темпів зростання обсягів діяльності й обсягів кредитного портфеля. Оцінка ефективності функціонування банківської системи передбачає визначення і зовнішньої ефективності, яка має здійснюватись з урахуванням взаємодії банківської системи із системами вищого порядку, до яких вона входить – фінансової, макроекономічної, соціально-економічної. Лише з урахуванням цих двох оцінок (внутрішньої і зовнішньої ефективності) можна отримати узагальнюючу (інтегральну) оцінку ефективності функціонування та розвитку банківської системи. Необхідність забезпечення зовнішньої ефективності банківської системи пояснюється тією особливою роллю, яку виконують банки в забезпеченні розширеного відтворення суспільного виробництва, здійсненні розрахунків, трансформуванні заощаджень в інвестиції, забезпеченні фінансової стабільності, перерозподілі фінансових потоків між суб'єктами господарювання та окремими галузями економіки тощо. Тому, очевидно, від ефективної роботи банківської системи значною мірою залежить забезпечення стійкого економічного зростання як основи сталого соціально-економічного розвитку України. Для оцінки зовнішньої ефективності функціонування банківської системи України, а саме для оцінки результативності її взаємодії із соціально-економічною системою використовуються, як звичайно, обсяги кредитування економіки та населення в цілому, зокрема – короткотермінові та довготермінові кредити.

В останні роки поняття кредиту втрачає своє значення як суто комерційний та специфічний науково-економічний термін і входить у повсякденне життя. Придбання в кредит нерухомості, автомобіля, меблів і навіть продуктів харчування нині стало нормою сьогодення. Завдяки масовому використанню позичок подальший розвиток кредитних відносин у країні може надати могутній поштовх загальнодержавному і регіональному економічному поступу та підвищити життєвий рівень громадян України. За допомогою довготермінового кредитування можна вирішити багато економічних і соціальних проблем нашої країни.

З початку 2007 р. продовжувала тривати тенденція зростання основних показників діяльності банків. За 5 місяців 2007 р. власний капітал банків збільшився на 15,0 % або на 6,4 млн. грн. і за станом на 01.06.2007 сягнув 48,9 млн. грн. Зростання капіталу банків, в основному, відбулося за рахунок збільшення сплаченого зареєстрованого статутного капіталу – на 4,4 млн. грн. або на 16,8 %, загальних резервів, резервного фонду та інших фондів банків – на 1,5 млн. грн. або на 31,5 %. Зобов'язання банків України збільшилися на 20,1 % або на 59,7 млн. грн. і на 01.06.2007 становили 357,3 млн. грн.

Необхідною умовою стабільного функціонування і розвитку банків є збалансоване зростання активів та покращення їх структури і якості. За 5 мі-

сяців 2007 р. активи банків збільшилися на 19,4 % або на 66,1 млн. грн. і становлять 406,3 млн. грн. Загальні активи збільшилися на 19,3 % або на 68,3 млн. грн. і становлять 421,4 млн. грн. Збільшення загальних активів відбулося, в основному, за рахунок збільшення кредитів, наданих банками – на 56,5 млн. грн. або на 20,9 %, з них: кредитів, що надані суб'єктам господарювання – на 26,8 млн. грн. або на 16,0 %, кредитів, що надані фізичним особам – на 22,1 млн. грн. або на 28,4 %. Продовжували зростати довготермінові кредити. За 5 місяців 2007 р. вони збільшилися на 24,3 % і на 01.06.2007 становили 195,5 млн. грн. або 59,9 % від наданих кредитів.

Серед чинників впливу зовнішнього середовища на діяльність банківських установ можна виділити такі:

- політичну і економічну стабільність держави;
- стабільність національної валюти;
- недосконалість державного регулювання банківської діяльності;
- податковий тиск на банківську діяльність;
- вплив конкурентів на фінансово-кредитному ринку;
- запровадження досягнень науково-технічного прогресу в сфері банківської діяльності;
- демографічну ситуацію в державі.

Вагомим чинником успішного функціонування банківських установ є широке використання сучасних інформаційних технологій, економіко-математичних методів та моделей для прийняття науково обґрунтованих рішень в управлінні банківською діяльністю. Серед методів математичного моделювання, які ефективно можуть бути використані для аналізу та прогнозування фінансової діяльності банків, є метод економетричного моделювання, зокрема, моделювання за допомогою часових трендів [3, 4].

Для аналізу тенденції процесу, що вивчається, та прогнозування з урахуванням закономірностей попередніх періодів широко застосовується залежність, яка називається рівнянням тренда  $y = f(t) + \varepsilon_t$ , де  $f(t)$  і  $\varepsilon_t$  – відповідно детермінована не випадкова і стохастична випадкова компоненти процесу. Екстраполяцію тренда можна використати, якщо розвиток явища досить добре описується побудованим рівнянням і умови, які визначають тенденцію розвитку в минулому, не зміняться в майбутньому. У макро- та мікро-економічних дослідженнях використовують різні типи залежностей, що описуються рівняннями тренда. Обмежимося тільки квадратичною кривою  $y = a_0 + a_1t + a_2t^2$  та експоненційною  $y = \alpha\beta^t$ . Невідомі параметри рівняння тренда будемо знаходити за допомогою методу найменших квадратів, тобто мінімізуючи суму квадратів відхилень фактичних даних від теоретичних

$$F(a_0, a_1, \dots, a_p) = \sum_{t=1}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

де:  $p$  – кількість невідомих параметрів в рівнянні;  $n$  – кількість спостережень;  $y_t$  – реальні значення прогнозованого показника;  $\tilde{y}_t$  – теоретичні значення, обчислені за допомогою рівняння тренда.

У випадку квадратичного тренда умова (1) набуде вигляду

$$F(a_0, a_1, a_2) = \sum_{t=1}^n (y_t - a_0 - a_1 t - a_2 t^2)^2 \rightarrow \min.$$

Тоді система нормальних рівнянь для знаходження коефіцієнтів  $a_0, a_1, a_2$  буде такою:

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^n y_t = n a_0 + a_1 \sum_{t=1}^n t + a_2 \sum_{t=1}^n t^2, \\ \sum_{t=1}^n y_t t = a_0 \sum_{t=1}^n t + a_1 \sum_{t=1}^n t^2 + a_2 \sum_{t=1}^n t^3, \\ \sum_{t=1}^n y_t t^2 = a_0 \sum_{t=1}^n t^2 + a_1 \sum_{t=1}^n t^3 + a_2 \sum_{t=1}^n t^4. \end{cases} \quad (2)$$

Для побудови експоненційної моделі прологарифмуємо обидві частини рівняння  $y = \alpha \beta^t$ , вважаючи, що  $\alpha > 0$ . Одержимо  $\ln y = \ln \alpha + t \ln \beta$ . Зробивши заміну  $z = \ln y$ ,  $a_0 = \ln \alpha$ ,  $a_1 = \ln \beta$ , матимемо  $z = a_0 + a_1 t$ . Тоді умова (1) набуде вигляду

$$F(a_0, a_1) = \sum_{t=1}^n (z_t - a_0 - a_1 t)^2 \rightarrow \min$$

і для знаходження коефіцієнтів  $a_0$  і  $a_1$  отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^n z_t = n a_0 + a_1 \sum_{t=1}^n t, \\ \sum_{t=1}^n t z_t = a_0 \sum_{t=1}^n t + a_1 \sum_{t=1}^n t^2. \end{cases} \quad (3)$$

Розглянемо тепер дані про довготермінові кредити [5] за період 2002-2007 рр. (табл. 1) і на основі цих даних побудуємо квадратичний та експоненційний часові тренди. Використаємо отримані моделі для прогнозування річних обсягів кредитного портфеля на наступні два періоди.

**Табл. 1. Динаміка довготермінових кредитів за 2002-2007 рр.**

| Період (t) | Довготермінові кредити, млн. грн. (y) | Період (t) | Довготермінові кредити, млн. грн. (y) |
|------------|---------------------------------------|------------|---------------------------------------|
| 1 (2002)   | 5 683                                 | 4 (2005)   | 45 531                                |
| 2 (2003)   | 10 690                                | 5 (2006)   | 86 227                                |
| 3 (2004)   | 28 136                                | 6 (2007)   | 157 224                               |

У випадку квадратичної моделі для знаходження коефіцієнтів  $a_0, a_1, a_2$  отримуємо таку систему нормальних рівнянь (2):

$$\begin{cases} 333491 = 6a_0 + 21a_1 + 91a_2, \\ 1688074 = 21a_0 + 91a_1 + 441a_2, \\ 8845902 = 91a_0 + 441a_1 + 2275a_2. \end{cases}$$

Звідси  $a_0 = 25902,4$ ,  $a_1 = -24248,4$ ,  $a_2 = 7552,7$ . Тоді квадратична модель матиме вигляд

$$y_{кв} = 25902,4 - 24248,4t + 7552,7t^2.$$

У разі експоненційної моделі система нормальних рівнянь (3) для знаходження  $a_0, a_1$  буде такою:

$$\begin{cases} 62,22342 = 6a_0 + 21a_1, \\ 229,4546 = 21a_0 + 91a_1. \end{cases}$$

Звідси  $a_0 = 8,04$ ,  $a_1 = 0,67$ ,  $\alpha = e^{a_0}$ ,  $\beta = e^{a_1}$ . Тоді експоненційна модель матиме вигляд

$$y_{ek} = e^{8,04+0,67t}.$$

На основі побудованих моделей обчислимо теоретичні значення досліджуваного показника і результати занесемо в табл. 2.

**Табл. 2. Порівняння фактичних даних з теоретичними**

| Період (t) | Реальні значення (y) | Квадратична модель ( $y_{кв}$ ) | Експоненційна модель ( $y_{ек}$ ) |
|------------|----------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1          | 5 683                | 9 207                           | 6 063                             |
| 2          | 10 690               | 7 616                           | 11 849                            |
| 3          | 28 136               | 21 132                          | 23 156                            |
| 4          | 45 531               | 49 752                          | 4 525                             |
| 5          | 86 227               | 93 478                          | 88 433                            |
| 6          | 157 224              | 152 309                         | 172 819                           |

Для перевірки моделей на адекватність обчислимо для кожного рівняння тренда коефіцієнт кореляції між фактичними і теоретичними значеннями показника за формулою

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \tilde{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y}_t)^2}},$$

де:  $\tilde{y}_t$  – теоретичні значення залежної змінної;  $\bar{y}_t$  – середнє значення. Оскільки  $\bar{y}_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t = \frac{333491}{6} = 55581,83$ , то відповідно коефіцієнт кореляції для квадратичної та експоненційної моделей буде мати такі значення:  $R_{кв} = 0,995$ ,  $R_{ек} = 0,996$ .

Отже, побудовані моделі досить добре апроксимують досліджуваний процес, оскільки значення коефіцієнта кореляції для обох рівнянь є близьким до одиниці.

Графіки для отриманих часових трендів зображено на рис. 1 і 2.

За допомогою моделей спрогнозуємо річний обсяг довготермінових кредитів на наступні два періоди  $t = 7, 8$ . Для цього у моделі підставимо відповідне значення  $t$  і обчислені значення занесемо в табл. 3.

**Табл. 3. Прогнозні значення**

| Період (t) | Квадратична модель ( $y_{кв}$ ) | Експоненційна модель ( $y_{ек}$ ) |
|------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 7(2008 р.) | 226 245                         | 337 729                           |
| 8(2009 р.) | 315 288                         | 660 003                           |

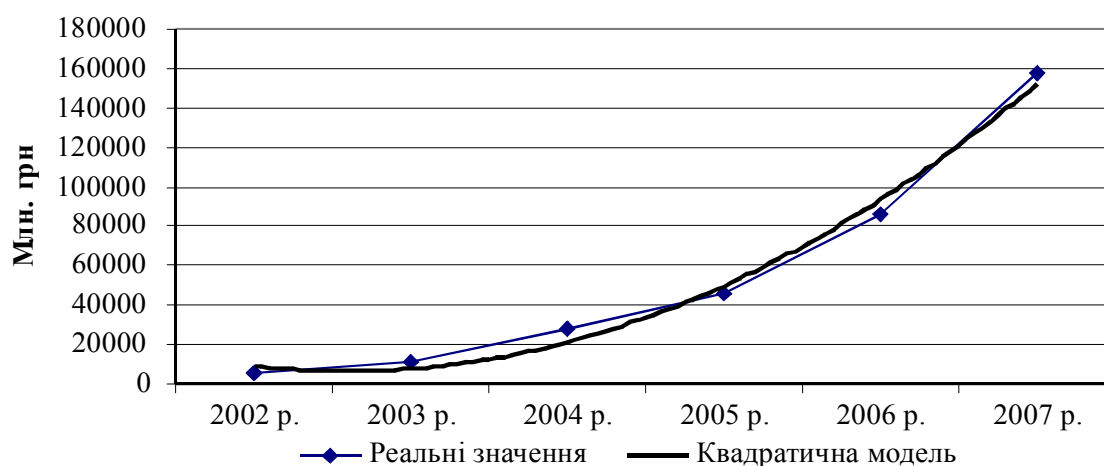


**Рис. 1. Квадратична апроксимація**

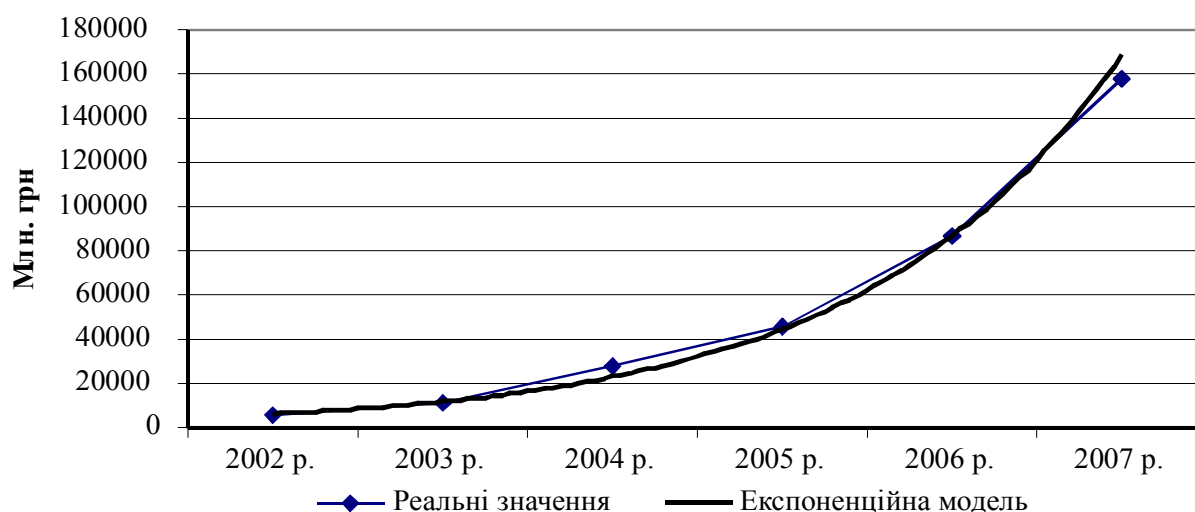


**Рис. 2. Експоненційна апроксимація**

Розглянемо тепер дані про короткотермінові кредити [5] за період 2002-07 рр. (табл. 4).

**Табл. 4. Динаміка короткотермінових кредитів за 2002-07 рр.**

| Період<br>( <i>t</i> ) | Короткотермінові кредити,<br>млн. грн. ( <i>y</i> ) | Період<br>( <i>t</i> ) | Короткотермінові кредити,<br>млн. грн. ( <i>y</i> ) |
|------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------|
| 1 (2002)               | 26 937                                              | 4 (2005)               | 87 474                                              |
| 2 (2003)               | 41 444                                              | 5 (2006)               | 142 176                                             |
| 3 (2004)               | 66 836                                              | 6 (2007)               | 245 416                                             |

У випадку квадратичної моделі для знаходження коефіцієнтів  $a_0, a_1, a_2$  отримуємо таку систему нормальних рівнянь (2):

$$\begin{cases} 610283 = 6a_0 + 21a_1 + 91a_2, \\ 2843605 = 21a_0 + 91a_1 + 441a_2, \\ 14583197 = 91a_0 + 441a_1 + 2275a_2. \end{cases}$$

Звідси  $a_0 = 53675,1$ ,  $a_1 = -29678,01$ ,  $a_2 = 10016,2$ . Тоді квадратична модель матиме вигляд

$$y_{кв} = 53675,1 - 29678,01t + 10016,2t^2.$$

У разі експоненційної моделі система нормальних рівнянь (3) для знаходження  $a_0, a_1$  буде такою:

$$\begin{cases} 67,59798 = 6a_0 + 21a_1, \\ 244,1002 = 21a_0 + 91a_1. \end{cases}$$

Звідси  $a_0 = 9,76$ ,  $a_1 = 0,43$ ,  $\alpha = e^{a_0}$ ,  $\beta = e^{a_1}$ . Тоді експоненційна модель матиме вигляд:

$$y_{ek} = e^{9,76+0,43t}.$$

На основі побудованих моделей обчислимо теоретичні значення досліджуваного показника і результати занесемо в табл. 5.

**Табл. 5. Порівняння фактичних даних з теоретичними**

| Період<br>(t) | Реальні значення<br>(y) | Квадратична модель<br>( $y_{кв}$ ) | Експоненційна модель<br>( $y_{ек}$ ) |
|---------------|-------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1             | 26 937                  | 34 013                             | 26 635                               |
| 2             | 41 444                  | 34 383                             | 40 946                               |
| 3             | 66 836                  | 54 787                             | 62 943                               |
| 4             | 87 474                  | 95 222                             | 96 761                               |
| 5             | 142 176                 | 155 690                            | 148 747                              |
| 6             | 245 416                 | 236 190                            | 228 662                              |

Оскільки  $R_{кв} = 0,991$ ,  $R_{ек} = 0,997$ , то побудовані моделі досить добре апроксимують досліджуваний процес.

Графіки для отриманих часових трендів зображено на рис. 3 і 4.

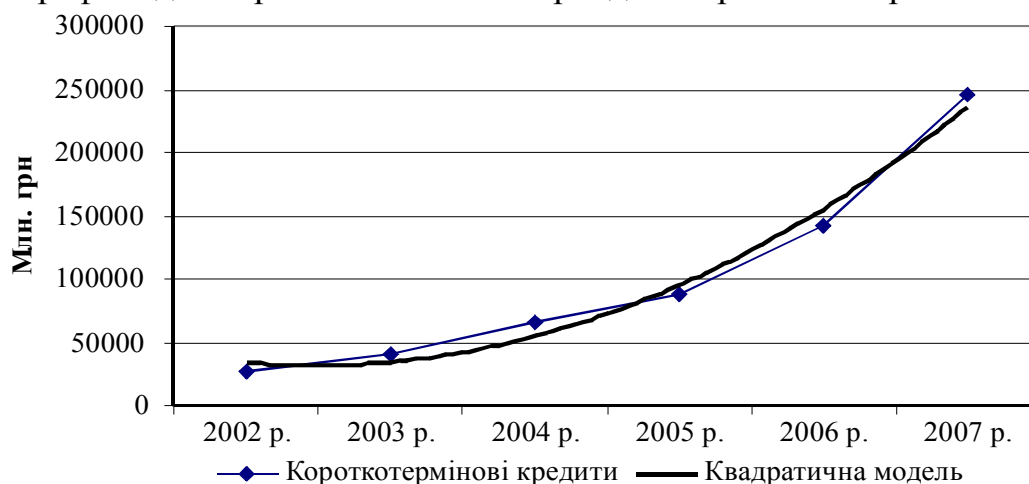


**Рис. 3. Квадратична апроксимація**

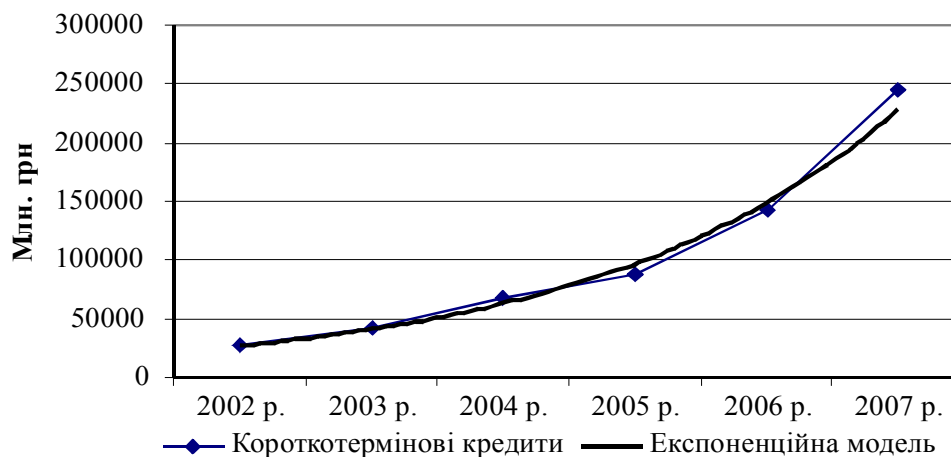


**Рис. 4. Експоненційна апроксимація**

За допомогою моделей спрогнозуємо річний обсяг короткотермінових кредитів на наступні два періоди  $t = 7, 8$  (табл. 6).

**Табл. 6. Прогнозні значення**

| Період ( $t$ ) | Квадратична модель ( $y_{kv}$ ) | Експоненційна модель ( $y_{ek}$ ) |
|----------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 7(2008 р.)     | 336 723                         | 351 512                           |
| 8(2009 р.)     | 457 289                         | 540 364                           |

**Висновок.** Проаналізовано ефективність банківської системи України за останні роки, динаміку основних показників діяльності банків, а також основні чинники, що впливають на функціонування банківських установ. На основі статистичних даних проведено математичне моделювання динаміки короткотермінових та довготермінових кредитів за допомогою часових трендів. Побудовано квадратичну та експоненційну моделі, які досить добре апроксимують досліджуваний процес, оскільки значення коефіцієнта кореляції для обох рівнянь є близьким до одиниці. За допомогою моделей спрогнозовано річний обсяг короткотермінових та довготермінових кредитів на наступні два періоди.

### Література

1. Калашникова З.В. Зарубежный опыт жилищного кредитования и его применение в России// Финансовый менеджмент. – 2002, № 1.
2. Ипотека в ФРГ// Бизнес и банки. – 1995, № 5-6. – С. 7.
3. Грабовецкий Б.Є. Економічне прогнозування та планування: Навч. посіб. – К.: Центр навч. літ.-ри. – 2003.
4. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Тов-во "Знання". – 1998.
5. Вісник НБУ. Щомісячний наук.-прак. журнал Нац. банку України. – 2007, № 6 (червень).

УДК 517.945

Доц. В.П. Карашецький, канд. техн. наук –  
НЛТУ України, м. Львів

## КУБАТУРНІ ФОРМУЛИ ЧИСЕЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ ЗА ПЛОЩЕЮ ТРИКУТНИКА НА ОСНОВІ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ ПОВНИХ ПОЛІНОМІВ

Отримано кубатурні формули чисельного інтегрування за площею трикутника на основі інтерполяційних повних поліномів для лагранжевого трикутника першого, другого, третього і четвертого порядків.

**Ключові слова:** кубатурна формула, лагранжевий трикутник, симплексні координати.

*Assist. prof. V.P. Karashetsky – NUFWT of Ukraine, L'viv*

## Cubature formulas for numerical integration through triangle area with full interpolation polynomials

Cubature formulas for numerical integration through triangle area were obtained with full interpolation polynomials for Lagrangian triangle of the first, second, third and fourth orders.

**Keywords:** cubature formula, Lagrangian triangle, natural coordinators.

Розглянемо задачу обчислення інтегралу:

$$\int_{S_m} f(x, y) ds, \quad (1)$$