



3. ТЕХНОЛОГІЯ ТА УСТАТКУВАННЯ ДЕРЕВООБРОБНИХ ПІДПРИЄМСТВ

УДК 634.0.812

*Доц. Б.П. Поберейко, канд. техн. наук;
проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук – НЛТУ України*

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ ВСЕРЕДИНИ ТА НА МЕЖІ НЕРУЙНІВНОЇ ОБЛАСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ДЕРЕВИНИ

Отримано рівняння вологоперенесення для деформованої деревини зі змінним вологовмістом. Показано, що процеси вологоперенесення у висушуваних пиломатеріалах є залежними від полів деформацій. Зокрема, виявлено, що у випадку всебічного стиску процеси переміщення вологи всередині матеріалу сповільнюються, а у випадку всебічного розтягу – прискорюються.

Assist. prof. B.P. Pobereyko; prof. Ya.I. Sokolovskyy – NUFWT of Ukraine, L'viv

Research of processes of transference of moisture inwardly and on verge of unrestrictive area of deformation of wood

Equalization of transference of moisture is got for the deformed wood with variable moisture. It is shown that the processes of transference of moisture in the dried saw-timbers out are dependency upon the fields of deformations. In particular, it is discovered that in the case of comprehensive compression of process of moving of moisture into material is slowed, and in the case of comprehensive tension – is accelerated.

Актуальність теми та початкові положення її розроблення. Одним із основних чинників руйнування гігроскопічних капілярно-пористих тіл в умовах масообміну є нерівномірний розподіл полів вологи в їх об'ємі. Це положення, підтверджене теоретичними та експериментальними дослідженнями [1-4], отримало подальший розвиток у роботах, присвячених проблемі технологічної міцності деревини та інших гігроскопічних матеріалів [3, 4]. Воно покладено в основі деяких сучасних критеріїв тріщиноутворення. Зокрема, у працях [1, 5], за критерій тріщиноутворення для згаданих матеріалів зі змінним вологовмістом прийнято безрозмірну величину, яка дорівнює відношенню різниці середнього і локального вологовмістів до початкового вологовмісту. У зв'язку з цим, для вдосконалення цих критеріїв та побудови нових важливе значення мають задачі визначення динаміки розподілу вологісних полів в об'ємі висушуваної деревини. Сьогодні ці задачі вирішені, в ос-

новному, для недеформованих матеріалів, але в умовах гідротермічної обробки вони перебувають у деформованому стані. Тому, актуальними є дослідження впливу полів деформацій та напружень на процеси вологоперенесення з метою їх подальшого врахування в розробках критеріїв технологічної міцності для висушуваних пиломатеріалів.

Для їх проведення виходитимемо із закону збереження маси та основних положень кінематики суцільного середовища. Необхідність та доцільність використання закону збереження маси в інтегральній та диференціальній формах запису обґрунтовується роботами [1], де проведено аналогічні дослідження для недеформованих гігроскопічних матеріалів. Застосування законів кінематики пояснюється зміною геометричних властивостей деревини у процесі сушіння.

Кінематика гігроскопічних суцільних середовищ змінної маси. Довільно виберемо деяку Декартову систему координат з одиничними базовими векторами $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$ та розглянемо у ній рух суцільного середовища деревини. Тоді місцезнаходження будь-якої, довільно вибраної точки середовища у початковий момент часу гідротермічної обробки матеріалу $\tau = \tau_0$ є визначеним, і описується координатами x_{0k} . Цій точці можна поставити у відповідність радіус-вектор:

$$\vec{x}_0 = x_{01}\vec{I}_1 + x_{02}\vec{I}_2 + x_{03}\vec{I}_3. \quad (1)$$

Після зневоднення або зволоження ця точка характеризуватиметься, очевидно, іншими координатами, які у подальшому позначатимемо символами x_k . Їх значення у загальному випадку для різних точок x_{0k} є різними, тому що зволоження чи зневоднення поверхневих і внутрішніх шарів матеріалу відрізняється у часі. У внутрішніх шарах ці процеси відбуваються з деяким запізненням $\Delta\tau$, а у поверхневих – навпаки [3, 4]. Це означає, що координати x_k є функціями координат x_{0k} та часу τ , тобто:

$$x_1 = x_1(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau); \quad x_2 = x_2(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau); \quad x_3 = x_3(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau). \quad (2)$$

Відповідно, радіус-вектор точки x_k визначатиметься співвідношеннями

$$\vec{x} = x_1(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau)\vec{I}_1 + x_2(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau)\vec{I}_2 + x_3(x_{01}, x_{02}, x_{03}, \tau)\vec{I}_3. \quad (3)$$

Перехід (перетворення) точок x_{0k} у точки x_k є свідченням того, що внаслідок зневоднення (або зволоження) елементи об'єму $dV(\tau_0) = dV_0$ та поверхні $dS(\tau_0) = dS_0$ повинні перетворюватися в елементи $dV(\tau) = V$ та $dS(\tau) = dS$ відповідно. Для обґрунтування цього припущення розглянемо нескінченно малу векторну величину $d\vec{x}$, яку, згідно з (3), подамо у вигляді

$$d\vec{x} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_{01}} dx_{01} + \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} dx_{02} + \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} dx_{03} \right) \vec{I}_1 + \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_{01}} dx_{01} + \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} dx_{02} + \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} dx_{03} \right) \vec{I}_2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_{01}} dx_{01} + \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} dx_{02} + \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} dx_{03} \right) \vec{I}_3. \quad (4)$$

Звідси, після деяких математичних перетворень, отримаємо

$$d\vec{x} = \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_{01}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{01}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{01}} \vec{I}_3 \right) dx_{01} + \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \vec{I}_3 \right) dx_{02} + \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \vec{I}_3 \right) dx_{03}. \quad (5)$$

Аналіз отриманої формули свідчить, що dx_{01} , dx_{02} , dx_{03} є координатами радіус-вектора $d\vec{x}$ у системі координат, визначеній масштабними векторами:

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}} = \frac{\partial x_1}{\partial x_{01}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{01}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{01}} \vec{I}_3; \quad \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{02}} = \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \vec{I}_3; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{03}} = \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \vec{I}_3.$$

Звідси, згідно з геометричною інтерпретацією мішаного добутку трьох не компланарних векторів [6], об'єм елементарного паралелепіпеда, побудованого на векторах $\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}} dx_{01}$, $\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{02}} dx_{02}$, $\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{03}} dx_{03}$, можна подати у вигляді

$$dV(\tau) = J(\tau) dV_0, \quad (7)$$

де $dV_0 = dx_{01} dx_{02} dx_{03}$, $J(x_{k,0k}) = \det \begin{pmatrix} x_{1,01} & x_{2,01} & x_{3,01} \\ x_{1,02} & x_{2,02} & x_{3,02} \\ x_{1,03} & x_{2,03} & x_{3,03} \end{pmatrix}$ – якобіан градієнтів руху

$$x_{k,0k} = \frac{\partial x_k}{\partial x_{0k}}.$$

Формула (7) описує закон зміни об'єму dV гігроскопічного матеріалу у процесі гідротермічної обробки. З неї випливає, що у разі відсутності тріщиноутворень та короблення якобіан перетворень повинен задовольняти умову

$$J = \det \{x_{k,0k}\} \neq 0. \quad (8)$$

В іншому випадку $dV=0$, що суперечить основній аксіомі механіки суцільного середовища – аксіомі неперервності [7]. Це означає, що функціям (2) відповідають обернені функції:

$$x_{01} = x_{01}(x_1, x_2, x_3, \tau); \quad x_{02} = x_{02}(x_1, x_2, x_3, \tau); \quad x_{03} = x_{03}(x_1, x_2, x_3, \tau), \quad (9)$$

для яких виконуються рівності

$$x_{k,0k} = x_{0k,l} = \delta_{kl}, \quad x_{k,0l} = x_{0l,k} = \delta_{kl}, \quad (10)$$

$$\text{де } \delta_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } k=l \\ 0, & \text{якщо } k \neq l \end{cases}.$$

Зміну величини dS залежно від вологовмісту розглянемо на прикладі визначення площі dS_0 паралелограма, побудованого на векторах $\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{02}} dx_{02}$ та

$\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{03}} dx_{03}$. Для цього скористаємося геометричною інтерпретацією векторного добутку цих векторів [6], згідно з якою

$$d\vec{S}_1 = \begin{vmatrix} \vec{I}_1 & \vec{I}_2 & \vec{I}_3 \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} dx_{02} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} dx_{02} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} dx_{02} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} dx_{03} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} dx_{03} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} dx_{03} \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_1 - \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_2 + \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_3 \right) * dx_{02} dx_{03}. \quad (11)$$

Звідси, оскільки вектори $d\vec{S}_1$, $\frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}}$ та $\frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}}$ – колінеарні, а вектор $\frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}}$, згідно з (6) та (10) є одиничним, то

$$\begin{aligned} dS_1 &= |d\vec{S}_1| = \left(d\vec{S}_1 \cdot \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}} \right) = \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} \left(d\vec{S}_1 \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial x_{01}} \right) = \left(\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_1 - \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_2 + \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \vec{I}_3 \right) \cdot \left(\frac{\partial x_1}{\partial x_{01}} \vec{I}_1 + \frac{\partial x_2}{\partial x_{01}} \vec{I}_2 + \frac{\partial x_3}{\partial x_{01}} \vec{I}_3 \right) \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} dx_{02} dx_{03} = \\ &= \left(\begin{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{01}} - \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_3}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_{01}} + \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x_{02}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{02}} \\ \frac{\partial x_1}{\partial x_{03}} & \frac{\partial x_2}{\partial x_{03}} \end{vmatrix} \frac{\partial x_3}{\partial x_{01}} \right) \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} dx_{02} dx_{03} = \\ &= J \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} dx_{02} dx_{03}. \end{aligned}$$

Отже, $dS = J \frac{\partial x_{01}}{\partial x_1} dS_{01}$. Або, у загальному випадку

$$dS_k = J \frac{\partial x_{0k}}{\partial x_k} dS_{0k}. \quad (12)$$

Закон збереження маси. Визначення густини деформованої деревини. Важливою характеристикою будь-якого тіла є його маса. Для матеріалів, які складаються з декількох компонентів, вона дорівнює сумі мас кожної з них, зокрема, для гігроскопічних матеріалів

$$m = m_{c.m.} + m_{вол.}, \quad (13)$$

де: m , $m_{c.m.}$ – маси зволоженого та абсолютно сухого тіла відповідно; $m_{вол.}$ – маса вологи.

Розподіл кожної із зазначених величин в об'ємі V вологого тіла є нерівномірним і, у загальному випадку, визначається густинами ρ , $\rho_{c.t.}$ та $\rho_{вол.}$ відповідно. Звідси, оскільки кожна з величин $m_{в.м.}$, $m_{c.m.}$ та $m_{вол.}$ є залежною від густин ρ , $\rho_{c.t.}$ та $\rho_{вол.}$ і визначається співвідношеннями:

$$m = \int_V \rho(x_k, \tau) dV; \quad m_{c.t.} = \int_{V_{c.t.}} \rho_{c.t.}(x_k, \tau) dV_{c.t.}; \quad m_{вол.} = \int_{V_{вол.}} \rho_{вол.}(x_k, \tau) dV_{вол.};$$

то

$$\int_V \rho(x_k, \tau) dV = \int_{V_{c.t.}} \rho_{c.t.}(x_k, \tau) dV_{c.t.} + \int_{V_{вол.}} \rho_{вол.}(x_k, \tau) dV. \quad (14)$$

Замінімо у формулі (14) інтегрування по об'ємах V та $V_{c.m.}$ на інтегрування по V_0 . Для цього скористаємося співвідношенням (7) та законом усадки [1], згідно з яким

$$V_0 = V_{c.m.}(1 + \beta_V U_0), \quad (15)$$

де U_0 – вологовміст матеріалу у початковий момент часу $\tau = \tau_0$. У результаті отримаємо

$$\int_{V_0} \rho(x_k, \tau) J(\tau) dV_0 = \int_{V_0} \frac{\rho_{c.t.}(x_k, \tau)}{1 + \beta_V U_0} dV_0 + \int_{V_0} \rho_{вол.}(x_k, \tau) J(\tau) dV_0. \quad (16)$$

Звідси,

$$\rho = \frac{1}{J} \left(\frac{\rho_{c.m.}}{1 + \beta_V U_0} + J \rho_{вол.} \right). \quad (17)$$

Величина $\rho_{вол.}$ не є практичною характеристикою вологісного стану матеріалу. У технології гідротермічної обробки вологісний стан гігроскопічних тіл прийнято описувати функцією розподілу вологовмісту $U(x_1, x_2, x_3, \tau)$, тому виразимо $\rho_{вол.}$ через U . Для цього скористаємося визначенням:

$$U = \frac{m_{вол.}}{m_{c.m.}}. \quad (18)$$

та, очевидними, співвідношеннями:

$$m_{вол.} = \int_{V_0} \rho_{вол.}(x_k, \tau) J(\tau) dV_0; \quad m_{c.m.} = \int_{V_0} \frac{\rho_{c.t.}(x_k, \tau)}{1 + \beta_V U_0} dV_0. \quad (19)$$

Тоді, підставивши (19) у (18) та подавши отриманий результат у локальній формі запису, отримаємо

$$U(x_1, x_2, x_3, \tau) = (1 + \beta_V U_0) J \frac{\rho_{c.m.}}{\rho_{в.м.}}. \quad (20)$$

Звідси,

$$\rho_{вол.} = \frac{U}{(1 + \beta_V U_0) J} \rho_{c.m.}, \quad (21)$$

а формула зв'язку величин ρ та $\rho_{c.m.}$, згідно з (17) та (21), має такий вигляд

$$\rho = \frac{1+U}{(1+\beta_V U_0)J} \rho_{см}. \quad (22)$$

З отриманих залежностей (21) та (7) випливає, що густина вологи у деревині є обернено пропорційна якобіану градієнтів руху, відношенню об'ємів деформованого та недеформованого тіла. Це означає, що у випадку всебічного стику густина вологи у матеріалі зростає, а в умовах розтягу – зменшується. Якщо лінійні розміри матеріалу у процесі деформування є сталими, не змінюються з часом, то з (22) отримаємо формулу, аналогічну залежності, наведеній у роботі [2], яка описує розподіл маси вологи у недеформованій деревині.

Рівняння вологоперенесення для деформованої деревини. Для виведення рівняння вологоперенесення висушуваної, деформованої деревини використаємо методику отримання аналогічного рівняння для недеформованих матеріалів ($V = const$) зі змінним вологовмістом, наведену у роботах [1, 2]. Згідно з цією методикою, виходитимемо із закону збереження маси, який в інтегральній формі запису має такий вигляд

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \oint_S \vec{j}_{вол.}(x_k, \tau) d\vec{S}, \quad (23)$$

де: $\vec{j}_{вол.}$ – густина потоку вологи; S – площа поверхні матеріалу. Але на відміну від авторів досліджень [1, 2] вважатимемо, що об'єм матеріалу V є змінною величиною, залежною від часу протікання процесів гідротермічної обробки.

Рівняння (23) не описує закономірностей переміщення вологи всередині матеріалу, у різних частинах його об'єму. Воно визначає швидкість зміни маси всього тіла. Тому, для опису руху вологи всередині деревини необхідно подати його у диференціальній формі запису. Для цього перетворимо обидві частини рівності (23). Для перетворень правої частини скористаємося теоремою Гауса-Остроградського [8], згідно з якою

$$\oint_S \vec{j}_{вол.}(x_k, \tau) d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{j}_{вол.} dV. \quad (24)$$

У лівій частині оператор диференціювання внесемо під знак інтегралу [6], використавши визначення похідної по часу

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau} \left(\int_{V(\tau+\Delta\tau)} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV - \int_{V(\tau)} \rho(x_k, \tau) dV \right). \quad (25)$$

Тоді, оскільки, згідно з рис. 1, де зображено дві нескінченно близькі просторові області $\Delta V(\tau + \Delta\tau)$ і $\Delta V(\tau)$, $\Delta V(\tau + \Delta\tau) = V_3 + V_2$, а $\Delta V(\tau) = V_1 + V_2$, то

$$\int_{V(\tau+\Delta\tau)} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV = \int_{V_2} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV + \int_{V_3} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV, \quad (26)$$

$$\int_{V(\tau)} \rho(x_k, \tau) dV = \int_{V_1} \rho(x_k, \tau) dV + \int_{V_2} \rho(x_k, \tau) dV. \quad (27)$$

Звідси,

$$\int_{V(\tau+\Delta\tau)} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV - \int_{V(\tau)} \rho(x_k, \tau) dV = \int_{V_2} [\rho(x_k, \tau + \Delta\tau) - \rho(x_k, \tau)] dV + (28)$$

$$+ \int_{V_3} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) dV - \int_{V_1} \rho(x_k, \tau) dV .$$

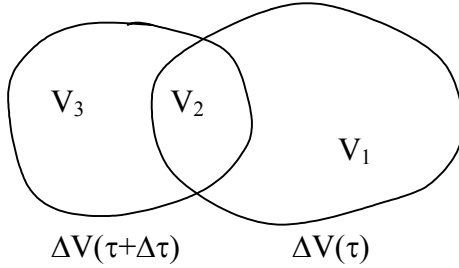


Рис. 1. Зміна умовно виділеної, у висушуваній деревині просторової області $\Delta V(\tau)$ у просторі та часі

В областях V_1 і V_2 виразимо елементи об'ємів через елементи поверхні, яка їх розділяє на ділянках S_{1-2} та S_{2-3} :

$$dV_3 = (\vec{n}\vec{v})\Delta\tau dS_{2-3}; \quad dV_1 = -(\vec{n}\vec{v})\Delta\tau dS_{1-2}, \quad (29)$$

де: $\vec{v}$ – швидкість руху матеріальних точок суцільного середовища; $\vec{n}$ – одиничний вектор, напрямлений вздовж нормалі до поверхні просторової області.

Тоді, підставляючи (28) у (25), з врахуванням (29) і переходячи до інтегрування по поверхнях S_{1-2} та S_{2-3} , отримуємо

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau} \int_{V_2} [\rho(x_k, \tau + \Delta\tau) - \rho(x_k, \tau)] dV +$$

$$+ \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \left\{ \int_{S_{2-3}} \rho(x_k, \tau + \Delta\tau) (\vec{v}\vec{n}) dS_{2-3} + \int_{S_{1-2}} \rho(x_k, \tau) (\vec{v}\vec{n}) dS_{1-2} \right\}. \quad (30)$$

Оскільки $\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} V_2 = V(\tau)$ та $\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} (S_{2-3} + S_{1-2}) = S(\tau)$ ($S(\tau)$ – поверхня, яка обмежує об'єм $V(\tau)$), то (30) можна записати у вигляді

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \int_{V(\tau)} \frac{\partial \rho(x_k, \tau)}{\partial \tau} dV + \int_{S(\tau)} \rho(x_k, \tau) (\vec{v}\vec{n}) dS. \quad (31)$$

Звідси, згідно з теоремою Гауса-Остроградського, отримаємо

$$\frac{d}{d\tau} \int_V \rho(x_k, \tau) dV = \int_{V(\tau)} \frac{\partial \rho(x_k, \tau)}{\partial \tau} dV + \int_{V(\tau)} \rho(x_k, \tau) \operatorname{div} \vec{v} dV. \quad (32)$$

Отже, закон збереження маси (23) з врахуванням формул (24) та (32) у диференціальній формі запису має такий вигляд

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = \operatorname{div} \vec{j}_{\text{вол}}. \quad (33)$$

Отримане рівняння називають рівнянням нерозривності або рівнянням суцільності [7]. Якщо у нього підставимо формулу (22), то отримаємо таке співвідношення

$$\frac{\rho_{c.m.}}{1 + \beta_V U_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1 + U}{J} \right) + \frac{(1 + U) \rho_{c.m.}}{(1 + \beta_V U_0) J} \operatorname{div} \vec{v} = \operatorname{div} \vec{j}_{\text{вол}},$$

яке, після деяких математичних перетворень, запишеться у такому вигляді

$$\frac{\rho_{cm.}}{1 + \beta_V U_0} \left(\frac{1}{J} \frac{\partial U}{\partial \tau} - \frac{1+U}{J^2} \frac{\partial J}{\partial \tau} \right) + \frac{(1+U)\rho_{cm.}}{(1 + \beta_V U_0)J} \operatorname{div} \vec{v} = \operatorname{div} \vec{j}_{вол}. \quad (34)$$

Для визначення невідомої величини $\operatorname{div} \vec{v}$ продиференціюємо проінтегроване рівняння (7). Тоді, оскільки початковий об'єм висушуваної деревини з часом не змінюється ($V_0 = \text{const}$), то (7) запишеться у вигляді

$$\frac{d}{d\tau} \int_{V(\tau)} dV(\tau) = \int_{V_0} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} dV_0. \quad (35)$$

Ліва частина рівності (35) формально зводиться до лівої частини рівняння (32), для цього достатньо припустити, що $\rho(x_k, \tau) = 1$. Це означає, що

$$\frac{d}{d\tau} \int_{V(\tau)} dV(\tau) = \int_{V(\tau)} \operatorname{div} \vec{v} dV. \quad (36)$$

Звідси, підставивши отриманий результат у (35), матимемо

$$\int_{V(\tau)} \operatorname{div} \vec{v} dV(\tau) = \int_{V_0} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} dV_0. \quad (37)$$

Або, з врахуванням формули (7), отримаємо

$$\int_{V_0} J(\tau) \operatorname{div} \vec{v} dV_0 = \int_{V_0} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} dV_0. \quad (38)$$

Отже, швидкість зміни відносного об'єму матеріальної точки прямопропорційна $\operatorname{div} \vec{v}$ з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює відносній зміні об'єму

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{1}{J} \frac{dJ}{d\tau}. \quad (39)$$

Звідси, підставивши (49) у (34), отримуємо рівняння вологоперенесення для деформованих матеріалів зі змінним вологовмістом

$$\rho_{cm.} \frac{\partial U}{\partial \tau} = (1 + \beta_V U_0) J \operatorname{div} \vec{j}_{вол}. \quad (40)$$

Потік вологи $\vec{j}_{вол}$ визначається за формулою

$$\vec{j}_{вол} = \frac{a_m \rho_{cm.}}{1 - \mu} \operatorname{grad} U + \frac{a_m^T \rho_{cm.}}{1 - \mu} \operatorname{grad} T + \frac{a_m^P \rho_{cm.}}{1 - \mu} \operatorname{grad} P, \quad (41)$$

де: a_m , a_m^T , a_m^P – коефіцієнти волого-, термоволого- та молярного перенесення; μ – коефіцієнт фазового переходу вологи з рідкого стану у газоподібний; T та P – функції розподілів температури та тиску у матеріалі.

Висновок. Порівняльний аналіз рівняння (40) з аналогічними рівняннями, наведених у роботах [1, 2], показав, що швидкість зміни вологовмісту у будь-якій точці деформованого матеріалу у J разів є більшою, ніж у недеформованому. У випадку всебічного стиску процеси переміщення вологи спо-

вільнюються ($J > 1$), а у випадку розтягу ($J < 1$) – прискорюються. Це означає, що у деформованій деревині перенесення вологи обумовлене не тільки силами дифузії ($\text{grad } U$) та термодифузії ($\text{grad } T$), але і дією полів деформацій.

Література

1. **Лыков А.В.** Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
2. **Серговский П.С., Расев А.И.** Гидротермическая обработка и консервирование древесины: Учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 360 с.
3. **Соколовський Я.І.** Деформативність деревини й деревностружкових плит зі змінними потенціалами тепломасоперенесення: Автореф. ... д. т. наук. – Львів: Світ, 2001. – 34 с.
4. **Поберейко Б.П.** Ідентифікація напружено-деформованого стану деревини із змінним вологовмістом. – Дис. ... канд. тех. наук: 05.05.07 – Машини та процеси лісівничого комплексу.
5. **Шостак В.В., Ацбергер Й.Л., Копинець З.П.** Вплив режиму сушіння на тріщиноутворення деревини// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2005, вип. 15.4.
6. **Шкіль М.І.** та ін. Вища математика: Підручник: У 3 кн.: Кн.І. Аналітична геометрія з елементами алгебри. Вступ до математичного аналізу. – К.: Либідь, 1994. – 280 с.
7. **Седов Л.И.** Механика сплошной среды, т. II. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
8. **Сеньків М.Т.** Векторний і тензорний аналіз: Текст лекцій. – Львів: Ред.-вид. відділ Львів. ун-ту, 1990. – 146 с.

УДК 674.02:621.923

*Проф. В.М. Голубець, д-р техн. наук;
інж. І.В. Петришак – НЛТУ України*

ШЛІФУВАННЯ ПРОФІЛЬНИХ ДЕТАЛЕЙ ЖОРСТКО-ПРУЖНИМ АБРАЗИВНИМ ІНСТРУМЕНТОМ

Запропоновано схему шліфування профільних деталей, виготовлених з масивної деревини, жорстко-пружними абразивними інструментами та наведено результати їх виробничих випробувань на Прикарпатському МК.

Ключові слова: жорстко-пружний абразивний інструмент, абразивний сегмент, чистове шліфування, масивна деревина, шорсткість поверхні, глибина шліфування.

Prof. V.M. Holubets; eng. I.V. Petrishak – NUFT of Ukraine

Grinding profile adjustments of rigid-elastic abrasive instrument

The scheme of the profile details, manufactured from massive wood by rigid-elastic abrasive instrument have been proposed and also the results of its testing on Pricarpatskiy furniture factory are presented.

Keywords: rigid-elastic abrasive instrument, abrasive segment, grinding process, massive wood, roughness of wood surface, depth of grinding.

Підвищення якості меблевих та столярних виробів на сучасному етапі розвитку меблевої й деревообробної промисловості може бути вирішене шляхом вдосконалення існуючих та створення нових технологій, високопродуктивного обладнання та інструментів, використання природних матеріалів. З цією метою, у разі виготовлення як окремих вузлів і деталей меблів, так і у разі оздоблення їх фасадних і робочих поверхонь декоративними елементами, використовують масивну деревину, переважно цінних твердолистяних порід, а саме – дуба, бука, граба, ясена, що зумовлене задовільними фізико-механічними та естетичними їх властивостями [1].