

Якщо згідно з даними табл. 1, прийняти величину поля допуску для товщини неличкованої деревностружкової плити 0,4 мм ($\pm 0,2$ мм), то для забезпечення величини індексу відтворюваності $C_p = 2$, необхідно зафіксувати величину середнього квадратичного відхилення після калібрування-шліфування $S_{по} = 0,033$ мм. Саме за умови дотримання такого розсіювання можна прогнозувати роботу, при якій виникає 3,4 дефекти на мільйон можливостей. Згідно з рис. 4, цей ефект досягається для певних значень інтервалів варіювання величин H і $S(H)$.

Якщо підприємство із виготовлення ДСП працюватиме із середньою товщиною плити до оброблення $H = 16,7 \dots 17,5$ мм і аналогічним показником середнього квадратичного відхилення $S(H) = 0,1 \dots 0,5$ мм, то можна прогнозувати ефективність роботи на рівні 1,6 "сигма", тобто із 460 000 плит із мільйону можливих не відповідатимуть встановленим нормативним вимогам за товщиною (рис. 5).

Висновки

У результаті дослідження нами встановлено, що для зменшення кількості дефектів на мільйон можливостей у процесі здійснення процесу калібрування-шліфування ДСП жорсткими абразивними циліндрами необхідно:

- зменшувати величину середнього квадратичного відхилення товщини плити після пресування (до початку процесу абразивного оброблення);
- фіксувати середню величину товщини плити до калібрування-шліфування в інтервалі $H = 16,9 \dots 17,3$ мм.

Література

1. Бардонов В.А. Техническое регулирование – правовое регулирование отношений// Журнал для специалистов мебельной промышленности "Фабрика мебели". <http://www.fabrikam.ru/techreg.php>.
2. Захожай В.Б., Чорний А.Ю. Статистичне управління якістю: Навч. пос. – К.: Центр навчальної літератури. – 2005. – 340 с.
3. Джордж Л. Майкл. Бережливое производство + шесть сигм: Комбинируя качество шести сигм со скоростью бережливого производства./ Пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Альпина Бизнес Букс. – 2006. – 360 с.

УДК 004.94

Доц. С.А. Лупенко, канд. техн. наук;

аспір. А.М. Луцків – Тернопільський державний технічний університет

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЦИКЛІЧНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ НА ЕОМ

Розглядаються методи комп'ютерного моделювання циклічних випадкових процесів, що належать до класу циклічних функцій. Вперше розроблено методи імітаційного моделювання циклічного білого шуму, процесу із незалежними циклічними приростами та Марковського циклічного випадкового процесу. Наведено приклади імітаційного моделювання дискретного циклічного білого шуму та процесу із незалежними циклічними приростами.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, циклічні випадкові процеси, циклічний білий шум, процеси із незалежними циклічними приростами, марковські циклічні процеси.

Assist. prof. S.A. Lupenko; post-graduate A.M. Lutsiv – Ternopil state technical university

Computer simulation of cyclic random processes

The methods of computer modelling of cyclic random processes computer simulation are presented. For the first time the methods of computer simulation of cyclic white noise, process with independent cyclic increments and Markov's cyclic random processes are developed. The examples of computer simulation of discrete cyclic white noise and process with independent cyclic increments are given.

Keywords: computer simulation, cyclic random processes, cyclic white noise, processes with independent cyclic increments, Markov's cyclic random processes.

1. Вступ

Під час розроблення та дослідження систем найрізноманітнішого призначення значного поширення набули імітаційні експерименти на ЕОМ. Імітаційне моделювання дає змогу досліджувати поведінку системи, а точніше її моделі, у довільних режимах її роботи, що не завжди є можливо провести з реальною системою. Якість імітаційного експерименту насамперед визначається адекватністю моделі досліджуваній системі чи сигналу, що лежить в основі програмного забезпечення системи імітації.

На сьогодні актуальним є розроблення програмних систем для проведення імітаційних експериментів із дослідження функціонування коливних систем, тобто систем, в яких сигнали мають циклічний характер. Зокрема, це коливні сигнали біологічного походження: електро-, магніто-, рео-, фоно-, фотоплетизмокардіосигнал, послідовність динамічно введених підписів однієї особи. У роботах [1-3] дано означення циклічних функцій та їх підкласу – циклічних випадкових процесів, що дало змогу розширити математичний апарат моделювання та аналізу реальних циклічних сигналів, які протікають у коливних системах. А це істотно збільшило можливості для імітації реальних циклічних сигналів у коливних системах.

Метою цієї роботи є розроблення методів імітаційного моделювання на ЕОМ циклічних випадкових процесів, зокрема, таких їх важливих представників, як циклічних білих шумів, процесів із незалежними циклічними приростами, циклічних Марковських випадкових процесів.

2. Основна частина

Згідно робіт [1-3] дамо означення неперервного циклічного випадкового процесу, що є підкласом циклічних функцій.

Означення 1. Сепарабельний випадковий процес $\{\xi(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$, називається циклічним випадковим процесом, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що скінченновимірні вектори $(\xi(\omega, t_1), \xi(\omega, t_2), \dots, \xi(\omega, t_k))$ і $(\xi(\omega, t_1 + T(t_1, n)), \xi(\omega, t_2 + T(t_2, n)), \dots, \xi(\omega, t_k + T(t_k, n)))$, $n \in \mathbf{Z}$, де $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ – множина сепарабельності процесу $\{\xi(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$, при всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Функція ритму $T(t, n)$ визначає закон зміни часових інтервалів між однофазними значеннями циклічної функції.

Функція $T(t, n)$ повинна задовольняти певних властивостям.

Вона задана на всій дійсній осі $t \in \mathbf{R}$ і на всій множині цілих чисел, і рівна нулю, коли $n = 0$. У решти випадках вона або додатна або від'ємна, тобто:

- а) $T(t, n) > 0$, якщо $n > 0$;
- б) $T(t, n) = 0$, якщо $n = 0$;
- в) $T(t, n) < 0$, якщо $n < 0$.

Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{R}$ та $t_2 \in \mathbf{R}$, для яких $t_2 > t_1$ для функції $T(t, n)$ виконується нерівність:

$$t_1 + T(t_1, n) < t_2 + T(t_2, n), \forall n \in \mathbf{Z}. \quad (2)$$

Так, для циклічного випадкового процесу сімейство його скінченновимірних функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$\begin{aligned} F_1(x, t) &= F_1(x, t + T(t, n)), \quad x, t \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}, \dots, \\ F_k(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) &= F_k(x_1, \dots, x_k, t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + \\ &+ T(t_k, n)), \quad x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}, \quad k \in \mathbf{N} \end{aligned} \quad (3)$$

де функція $T(t, n)$ відображає закон зміни ритму циклічного випадкового процесу. Якщо $T(t, n) = n \cdot T$, $T = \text{const}$, $T > 0$, то будемо мати випадковий циклічний процес із стабільним ритмом або так званий стохастично T -періодичний процес за Слуцьким. Якщо $T(t, n) \neq n \cdot T$, то будемо мати випадковий циклічний процес із змінним ритмом.

Аналогічно означенню 1, дамо означення дискретного циклічного випадкового процесу.

Означення 2. Дискретний випадковий процес $\{\xi(\omega, t_{ml}), \omega \in \Omega, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$, називається циклічним дискретним випадковим процесом, якщо існує така дискретна функція $T(t_{ml}, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що скінченновимірні вектори $(\xi(\omega, t_{m1l}), \xi(\omega, t_{m2l}), \dots, \xi(\omega, t_{mkl}))$ і $(\xi(\omega, t_{m1l} + T(t_{m1l}, n)), \xi(\omega, t_{m2l} + T(t_{m2l}, n)), \dots, \xi(\omega, t_{mkl} + T(t_{mkl}, n)))$, $n \in \mathbf{Z}$, при всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Область $\mathbf{D} = \left\{ t_{ml}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L} \right\}$ є областю визначення дискретного циклічного випадкового процесу $\xi(\omega, t_{ml})$, m – номер циклу циклічного випадкового процесу, l – номер відліку дискретного випадкового процесу в рамках його m -го циклу.

Так, для дискретного циклічного випадкового процесу сімейство його функцій розподілу задовольняє наступним рівностям:

$$\begin{aligned} F_1(x, t_{ml}) &= F_1(x, t_{ml} + T(t_{ml}, n)), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t_{ml} \in \mathbf{D}, \quad n \in \mathbf{Z}, \dots, \\ F_k(x_1, \dots, x_k, t_{m1l}, \dots, t_{mkl}) &= \\ &= F_k(x_1, \dots, x_k, t_{m1l} + T(t_{m1l}, n), \dots, t_{mkl} + T(t_{mkl}, n)), \\ & \quad x_1, \dots, x_k \in \mathbf{R}, \quad t_{m1l}, \dots, t_{mkl} \in \mathbf{D}, \quad n \in \mathbf{Z}, \quad k \in \mathbf{N}. \end{aligned} \quad (4)$$

Стосовно імітаційного моделювання неперервних циклічних випадкових функцій, то, звичайно, ми можемо моделювати на ЕОМ тільки їх дискретні аналоги, тобто вкладені в них дискретні циклічні випадкові процеси. Тобто, від процесу $\{\xi(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$ необхідно перейти до вкладеного у нього дискретного циклічного процесу $\{\xi(\omega, t_{ml}), \omega \in \Omega, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$, до того ж чим більше L , тим точніше і повніше буде змодельовано на ЕОМ неперервний циклічний випадковий процес. Реально завжди можемо моделювати тільки скінченну кількість циклів процесу.

2.1. Метод імітаційного моделювання дискретного циклічного випадкового процесу

Нехай необхідно змодельовати на ЕОМ M циклів дискретного циклічного випадкового процесу $\{\xi(\omega, t_{ml}), \omega \in \Omega, t_{ml} \in \mathbf{D}\}$ із функцією ритму $T(t_{ml}, n)$, що заданий своєю L -вимірною функцією розподілу (4). Приведемо алгоритм імітаційного моделювання.

Кожному циклу випадкового процесу зіставимо L -вимірний вектор випадкових величин $\{\xi_l(\omega'), l = \overline{1, L}, \omega' \in \Omega'\}$, тобто

$$\xi(\omega, t_{ml}) = \xi_l(\omega_m), \omega \in \Omega, \omega_m \in \Omega', m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L} \quad (5)$$

для L -вимірної функції розподілу якого виконується рівність

$$F_{L\xi}(x_1, \dots, x_L) = F_L(x_1, \dots, x_L, t_{m1}, \dots, t_{mL}). \quad (6)$$

До того ж $\Omega = (\Omega')^M$.

Згенеруємо перший цикл реалізації $\{\xi_\omega(t_{ml}), t_{ml} \in \mathbf{D}\}$ дискретного циклічного випадкового процесу, що заданий на множині точок $\{t_{1l}, l = \overline{1, L}\}$, шляхом генерування однієї реалізації $\{\xi_{l_{\omega_1}}, l = \overline{1, L}\}$ вектора випадкових величин $\{\xi_l(\omega'), l = \overline{1, L}\}$, тобто

$$\xi_\omega(t_{1l}) = \xi_{l_{\omega_1}}, l = \overline{1, L}. \quad (7)$$

Згенеруємо другий цикл реалізації процесу, що отримується шляхом проведення другого експерименту над вектором $\{\xi_l(\omega'), l = \overline{1, L}\}$, але відліки реалізації модельованого процесу вже визначаються на множині $\{t_{2l} = t_{1l} + T(t_{1l}, 1), l = \overline{1, L}\}$.

За методом індукції генеруємо довільний m -й цикл, що здійснюється шляхом проведення m -го експерименту над вектором $\{\xi_l(\omega'), l = \overline{1, L}\}$, тобто

$$\xi_\omega(t_{ml}) = \xi_{l_{\omega_m}}, l = \overline{1, L}, m = \overline{1, M}, \quad (8)$$

де відліки m -го циклу реалізації дискретного циклічного процесу вже визначаються на множині $\left\{t_{ml} = t_{ll} + T(t_{ll}, m-1), l = \overline{1, L}\right\}$.

Тобто, для генерування M циклів випадкового процесу необхідно провести M випробувань над вектором $\left\{\xi_l(\omega), l = \overline{1, L}\right\}$ випадкових величин, реалізації якого можна отримати методом умовних розподілів [4].

Цей метод ґрунтується на ідеї циклічності, тобто, що вибіркові вектори в різних циклах циклічного випадкового процесу є стохастично еквівалентними. Проте даний метод не враховує всю інформацію, що міститься у L -вимірній функції розподілу циклічного випадкового процесу. Врахування такої інформації здійснюється для відліків, які містяться тільки в рамках одного циклу, а не для всіх відліків процесу. Повністю інформація про ймовірнісну структуру враховується в методі, якщо циклічний процес заданий тільки своєю одновимірною функцією. Тому цей момент є певним недоліком методу.

Адаптуємо розроблений метод імітаційного моделювання циклічних випадкових процесів для імітації важливих підкласів циклічних випадкових процесів.

2.2. Імітаційне моделювання циклічних білих шумів

Дамо означення циклічного білого шуму.

Означення 3. Білий шум $\{\zeta(\omega, t), \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R}\}$, тобто процес із незалежними (некорельованими) значеннями, називається циклічним білим шумом, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що випадкові величини $\zeta(\omega, t)$ та $\zeta(\omega, t + T(t, n))$, $n \in \mathbf{Z}$, є стохастично еквівалентними у широкому розумінні для будь-якого $t \in \mathbf{R}$.

Так, для циклічного білого шуму його функція розподілу задовольняє наступній рівності:

$$F_{\zeta}(x, t) = F_{\zeta}(x, t + T(t, n)), \quad x, t \in \mathbf{R}, \quad n \in \mathbf{Z}. \quad (9)$$

Відзначимо, що аналогічно можна дати і означення дискретного циклічного білого шуму, якщо припустити, що його область визначення є дискретною множиною $\mathbf{D} = \left\{t_{ml}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}\right\}$.

У випадку імітації дискретного циклічного білого шуму маємо вектор незалежних L випадкових величин $\left\{\zeta_l(\omega'), l = \overline{1, L}\right\}$, отримуємо незалежно одна від одної їх реалізації $\left\{\zeta_{l\omega'}, l = \overline{1, L}\right\}$, які приймаються рівними відлікам m -го циклу реалізації дискретного циклічного білого шуму, тобто

$$\zeta_{\omega}(t_{ml}) = \zeta_{l\omega_m}, \omega \in \Omega, \omega_m \in \Omega', \quad l = \overline{1, L}, m = \overline{1, M}. \quad (10)$$

Аналогічно до основного методу імітаційного моделювання отримуємо M циклів дискретного циклічного білого шуму.

Відзначимо, що у випадку імітаційного моделювання циклічного білого шуму цей метод враховує всю необхідну апріорну інформацію, оскільки будь-які значення білого шуму є незалежні, а тому вся його ймовірнісна структура може бути зведена до одновимірної функції.

Наведемо приклад імітаційного моделювання на ЕОМ дискретного циклічного білого шуму із рівномірним законом розподілу та із змінним ритмом, що визначається функцією ритму $T(t_{ml}, 1) \neq T$. Нехай на кожен цикл білого шуму припадає по $L = 50$ його відліків. Щільність розподілу є циклічною за часовим аргументом функцією, тобто:

$$p_{\zeta}(x, t_{ml}) = p_{\zeta}(x, t_{ml} + T(t_{ml}, n)), \quad n \in \mathbf{Z}, t_{ml} \in \mathbf{D}, \quad (11)$$

$$p_{\zeta}(x, t_{ml}) = \begin{cases} \frac{1}{b_{t_{ml}}}, & x \in [0, b_{t_{ml}}), \\ 0, & x \notin [0, b_{t_{ml}}). \end{cases}, \quad b_{t_{ml}} = l, \quad m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L}. \quad (12)$$

Параметричний коефіцієнт $b_{t_{ml}} = l, m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L}$ є циклічною числовою функцією із змінним ритмом, тобто $b_{t_{ml}} = b_{t_{ml} + T(t_{ml}, n)}, n \in \mathbf{Z}$.

На рис. 1-3 подано результати імітаційного моделювання циклічного білого шуму із змінним ритмом.

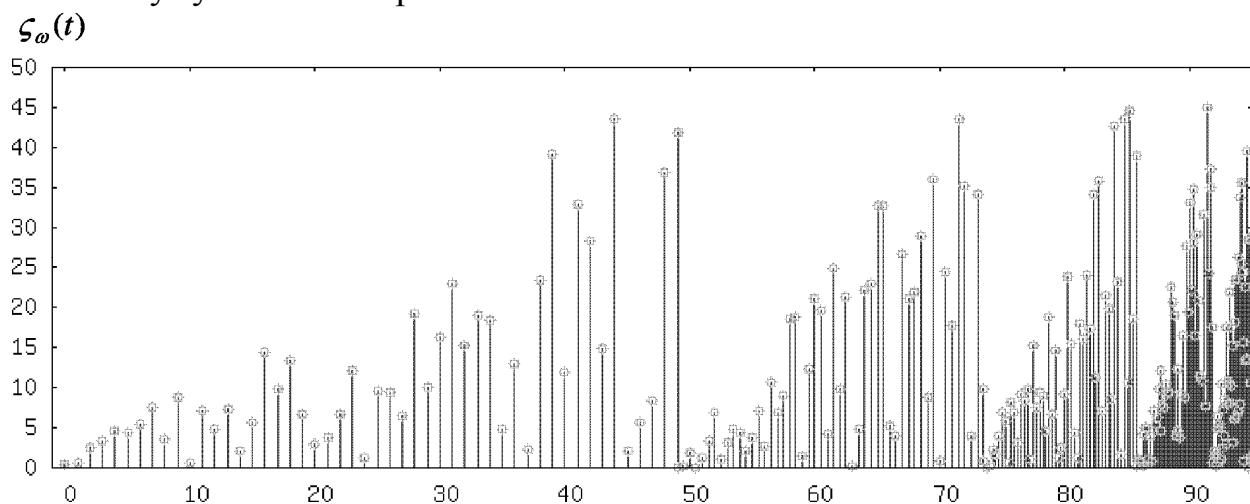


Рис. 1. Графік реалізації циклічного білого шуму із змінним ритмом

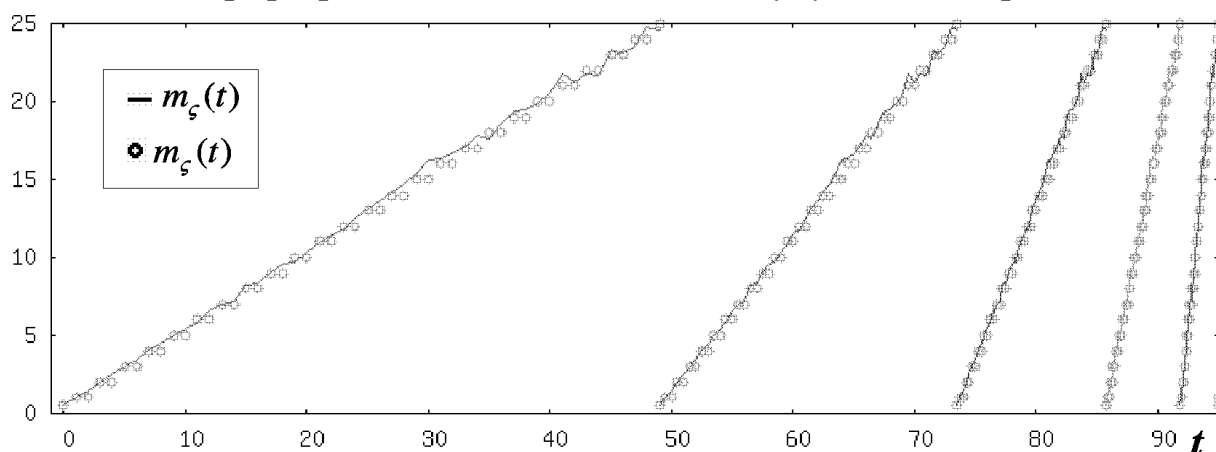


Рис. 2. Графіки математичного сподівання та його оцінки для змодельованого дискретного циклічного білого шуму

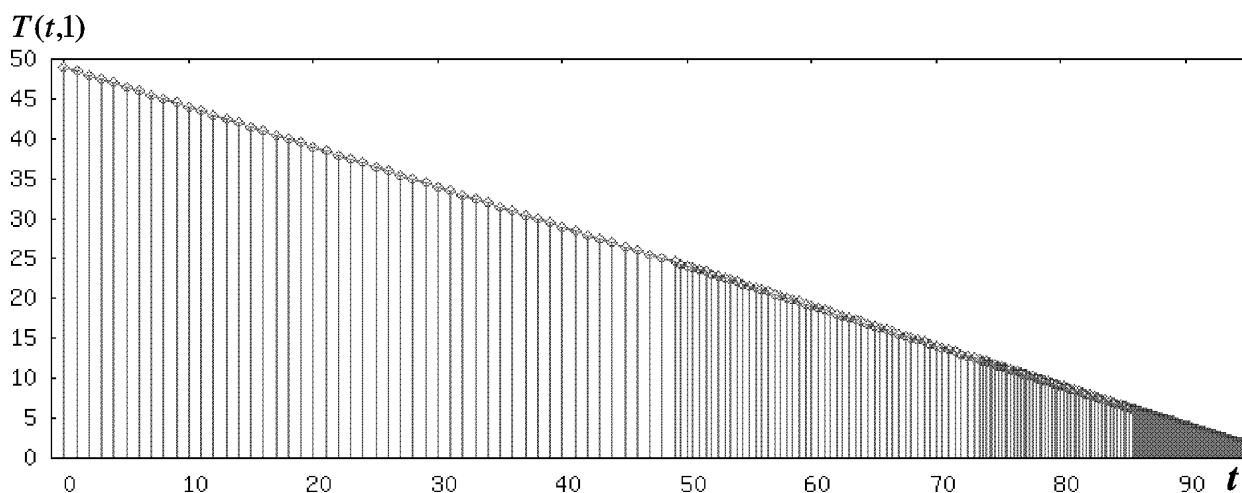


Рис. 3. Графік функції ритму змодельованого циклічного білого шуму

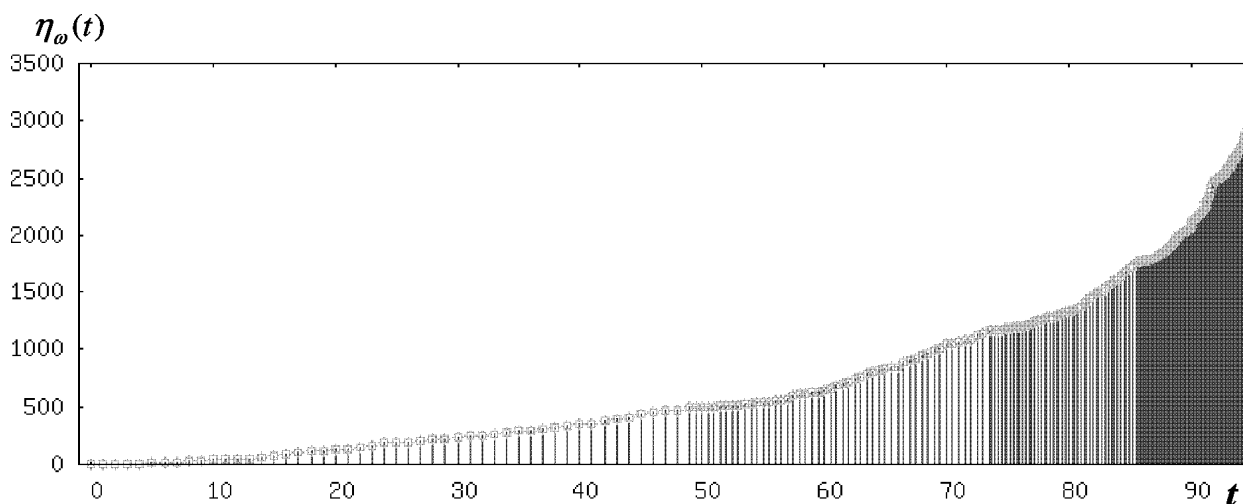


Рис. 4. Реалізація процесу із незалежними циклічними приростами

Як видно з рис. 2, оцінка математичного сподівання досить точно збігається зі самим математичним сподіванням циклічного білого шуму, що вказує на вірність проведеного імітаційного експерименту та на його високу точність.

2.3. Імітаційне моделювання процесу із незалежними циклічними приростами

Як відомо [5], процес $\{\eta(\omega, t), t \in \mathbf{R}\}$ з дискретним чи неперервним часом називається процесом із незалежними (некорельованими) приростами, якщо при деякому фіксованому t_0 для всіх

$$t_{-m} < t_{-m+1} < \dots < t_{-1} < t_0 < t_1 < \dots < t_{n-1} < t_n, \quad m, n \in \mathbf{Z} \text{ із } \mathbf{R} \text{ випадкові величини} \\ \eta(\omega, t_{-m}) - \eta(\omega, t_{-m+1}), \dots, \eta(\omega, t_0) - \eta(\omega, t_{-1}), \eta(\omega, t_0), \eta(\omega, t_1) - \eta(\omega, t_0), \dots, \\ \eta(\omega, t_n) - \eta(\omega, t_{n-1}) \quad (13)$$

незалежні (некорельовані).

Означення 4. Стохастично неперервний з незалежними приростами процес $\eta(\omega, t)$ будемо називати процесом з незалежними циклічними приростами, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що при фіксованому $h > 0$ розподіли приростів (диференціалів) $\Delta_h \eta(\omega, t) (d\eta(\omega, t))$ і $\Delta_h \eta(\omega, t + T(t, n)) (d\eta(\omega, t + T(t, n)))$ однакові для довільного $n \in \mathbf{Z}$ та для будь-якого $t \in \mathbf{R}$.

Алгоритм імітації реалізації $\eta_{\omega}(t_{ml})$ дискретного випадкового процесу із незалежним циклічними приростами ґрунтується на перетворенні згенерованої реалізації $\zeta_{\omega}(t_{ml})$ дискретного білого шуму згідно з таким співвідношенням:

$$\eta_{\omega}(t_{ml}) = \sum_{k=1}^m \sum_{r=1}^l \zeta_{\omega}(t_{kr}), \quad l = \overline{1, L}, m = \overline{1, M}. \quad (14)$$

Наведемо приклад імітаційного моделювання процесу із незалежними циклічними приростами, який утворено за алгоритмом (14), якщо циклічний білий шум (14) є раніше змодельований, ніж білий шум із рівномірним розподілом.

2.4. Імітаційне моделювання циклічних марковських випадкових процесів

Як відомо, марковським випадковим процесом називається випадковий процес, в якого багатовимірні функції розподілу визначаються одновимірною функцією розподілу і умовними функціями розподілу переходів, тобто

$$F_k(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) = F_1(x_1, t_1) \cdot \prod_{j=2}^k F_1(x_j, t_j | x_{j-1}, t_{j-1}), \quad x_j, t_j \in \mathbf{R}, j = \overline{1, k}. \quad (15)$$

Марковський процес називають стаціонарним, якщо сімейство його функцій розподілу є інваріантне стосовно до зсувів у часі. Якщо сімейство функцій розподілу є періодичним за сукупністю часових аргументів, то говорять про періодичний марковський процес.

Дамо означення циклічного марковського процесу.

Означення 5. Марковський процес називається циклічним, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умовам функції ритму, тобто умовам (1), (2), що для його одновимірних безумовної та умовної функцій розподілу мають місце рівності:

$$\begin{aligned} F_1(x, t) &= F_1(x, t + T(t, n)), \quad x, t \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}, \\ F_1(x_j, t_j | x_{j-1}, t_{j-1}) &= F_1(x_j, t_j + T(t_j, n) | x_{j-1}, t_{j-1} + T(t_{j-1}, n)), \\ x_j, t_j &\in \mathbf{R}, j = \overline{2, K}, n \in \mathbf{Z}. \end{aligned} \quad (16)$$

Аналогічно можна дати означення дискретного циклічного марковського випадкового процесу, що приймає значення із скінченної або зліченної множин.

Розглянемо алгоритм імітаційного моделювання дискретного циклічного марковського випадкового процесу зі скінченною областю значень.

Нехай необхідно провести імітаційне моделювання дискретного циклічного марковського випадкового процесу із змінною функцією ритму $T(t_{ml}, n)$, що заданий на області визначення $\mathbf{D} = \{t_{ml}, m = \overline{1, M}, l = \overline{1, L}\}$, до того

ж, нехай процес набирає цілі значення із множини $\{\overline{1, K}\}$. Нехай у початковий

момент часу $t_{11} = 0$ процес перебуває в одному із K можливих станів, ймовірність перебування в яких задається вектором ймовірностей початкових станів

$$P_0 = \left\{ p_{0,k}, k = \overline{1, K} \right\}, \quad (17)$$

до того ж, для ймовірностей вектора (17) виконується рівність

$$\sum_{k=1}^K p_{0,k} = 1. \quad (18)$$

Уся подальша еволюція марковського дискретного циклічного випадкового процесу задається множиною із L матриць ймовірностей переходу

$$\begin{bmatrix} p_{l,11} & p_{l,12} & \dots & p_{l,1K} \\ p_{l,21} & p_{l,22} & \dots & p_{l,2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{l,K1} & p_{l,K2} & \dots & p_{l,KK} \end{bmatrix}, \quad l = \overline{1, L}, \quad (19)$$

множиною моментів часу $\left\{ t_{ll}, l = \overline{1, L} \right\}$, що задають область визначення першого

циклу процесу та функцією ритму $T(t_{ll}, m)$, $m = \overline{2, M}$, яка визначає всі подальші моменти часу дискретної області визначення марковського процесу, тобто:

$$t_{ml} = t_{ll} + T(t_{ll}, m - 1), \quad m = \overline{2, M}, \quad l = \overline{1, L}. \quad (20)$$

Алгоритм імітаційного моделювання дискретного марковського циклічного випадкового процесу полягає в наступному.

1. У початковий момент часу $t_{11} = 0$ визначаємо стан, в якому перебуває процес, шляхом перевірки умови:

$$S_{r-1} < \alpha_{\omega_0} \leq S_r, \quad r = \overline{1, K}, \quad (21)$$

де $S_0 = 0$, $S_r = \sum_{k=1}^r p_{0,k}$, $S_K = 1$; α_{ω_0} – реалізація базової випадкової величини

$\alpha(\omega)$ з рівномірним на півінтервалі $[0, 1)$ розподілом, яка може бути отримана відомими методами імітації (метод середніх квадратів, конгруентні методи).

Тобто, для деякого $r = r_{t_{11}} \in \left\{ \overline{1, K} \right\}$ нерівність (21) обов'язково виконається, а це означатиме, що реалізація циклічного марковського випадкового процесу у початковий момент часу прийме значення, що рівне $k = r_{t_{11}}$ ($\xi_{\omega}(t_{11}) = r_{t_{11}}$).

2. Для визначення стану реалізації модельованого процесу в наступний момент часу t_{12} беремо $r_{t_{11}}$ -й рядок першої матриці із множини матриць ймовірностей переходу (19) і згенерувавши реалізацію α_{ω_1} базової випадкової величини $\alpha(\omega)$, перевіряємо умову:

$$S_{r-1} < \alpha_{\omega_1} \leq S_r, \quad r = \overline{1, K}, \quad (22)$$

де $S_r = \sum_{j=1}^r p_{l,kj}$. Тобто, для деякого $r = r_{l_2} \in \{\overline{1, K}\}$ нерівність (22) обов'язково

виконається, а це означатиме, що реалізація циклічного марковського випадкового процесу в момент часу t_{l_2} прийме значення, що рівне $k = r_{l_2}$ ($\xi_{\omega}(t_{l_2}) = r_{l_2}$).

3. У загальному випадку, для визначення значення реалізації циклічного марковського випадкового процесу в момент часу t_{ml} , $m = \overline{1, M}$, $l = \overline{1, L}$, якщо в момент часу $t_{m,l-1}$ процес перебував в $r_{m,l-1}$ -му ($r_{m,l-1} \in \{\overline{1, K}\}$) стані, необхідно взяти k -й рядок ($k = r_{m,l-1}$) l -ї матриці із множини матриць ймовірностей переходу (19) і, згенерувавши реалізацію $\alpha_{\omega_{ml}}$ базової випадкової величини $\alpha(\omega)$, перевірити умову:

$$S_{r-1} < \alpha_{\omega_{ml}} \leq S_r, \quad r = \overline{1, K}, \quad (23)$$

де $S_r = \sum_{j=1}^r p_{l,kj}$. Тобто, для деякого $r = r_{ml} \in \{\overline{1, K}\}$ нерівність (23) обов'язково

виконається, а це означатиме, що реалізація циклічного марковського випадкового процесу в момент часу t_{ml} прийме значення, що рівне $k = r_{ml}$ ($\xi_{\omega}(t_{ml}) = r_{ml}$).

3. Висновки

У роботі розроблено методи імітаційного моделювання дискретних циклічних випадкових процесів, зокрема, циклічних білих шумів, процесів із незалежними циклічними приростами, циклічних марковських випадкових процесів. Подано результати імітаційного моделювання на ЕОМ циклічного білого шуму та процесу із незалежними циклічними приростами. Розроблено методи імітаційного моделювання дають змогу проводити імітаційні експерименти із дослідження реальних коливних систем та циклічних сигналів. Зокрема, із використанням методу статистичних випробувань (методу Монте-Карло) на основі розроблених методів імітації циклічних випадкових процесів можна проводити комп'ютерні експерименти із знаходження ймовірнісних характеристик вихідного сигналу лінійної та нелінійної динамічних систем, коли на їх вхід діє циклічний випадковий процес. Результати можуть бути використані під час розроблення програмних генераторів тестових цифрових сигналів для потреб навчання та тестування комп'ютерних систем розпізнавання образів.

Література

1. Приймак М., Боднарчук І., Лупенко С. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом// Вісник ТДТУ. – Тернопіль: ТДТУ. – 2005, т. 10, № 2. – С. 143-152.
2. Лупенко С. Циклічний випадковий процес із змінним ритмом// Тези доповідей дев'ятої наук.-техн. конф. – Тернопіль: ТДТУ. – 2005. – С. 61.
3. Лупенко С. Циклічні випадкові функції в задачах моделювання циклічних сигналів та коливних систем// Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький: Навчальна книга. – 2005, № 1. – С. 132-139.
4. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Советское радио, 1971. – 328 с.
5. Красильников О.И., Марченко Б.Г., Приймак М.В. Процеси з незалежними періодичними приростами і періодичні білі шуми// Відбір і обробка інформації. – 1996, вип. 10. – С. 22-27.