

ВИЗНАЧЕННЯ КРИВИХ ТРИВАЛОГО ОПОРУ ДЕРЕВИНИ

Отримано рівняння для визначення кривих тривалого опору деревини з різними фізико-механічними характеристиками. Проведено чисельний експеримент та виявлено вплив вологості на міцність деревини сосни у тангентальному напрямі деформування в умовах розтягу.

Doc. B.P. Pobereyko – NUFWT of Ukraine

Determination of curves of long duration resistance of wood

Equalization is received for determination of curves of long duration resistance of wood with different mechanical descriptions. The numeral experiment is conducted and found out influence of moisture on durability of wood of pine-tree in tangential direction of deformation.

Актуальність. На сьогодні проблема міцності деревини у в'язкопружній ділянці деформування вивчено частково. Найбільше розроблена її для матеріалів зі сталими і рівномірно-розподіленими температурно-вологісними полями та однорідним напружено-деформівним станом [1]. Аналіз сучасних праць з цієї проблематики, зокрема робіт [2-4], свідчить, що ці розробки, здебільшого, відносяться до експериментальної сфери досліджень. Тому актуальною є задача теоретичного визначення кривих тривалого опору з ентропійного критерію міцності для гігроскопічних матеріалів [5] та їх зіставлення з відповідними експериментальними кривими [2-4]. Таке вирішення має вагоме значення для аналізу причин та закономірностей розвитку міцнісних процесів у деревині, залежно від її фізико-механічних властивостей та тривалості дії сталого механічного навантаження. Окрім цього, ці дослідження дають змогу перевірити, синтезовану у роботі [5], фізико-математичну модель визначення граничного напружено-деформівного стану деревини зі змінним вологовмістом на адекватність, що має важливе значення для подальшого вивчення технологічної міцності висушуваних пиломатеріалів.

Постановка задачі. Процеси руйнування деревини адекватно описуються критерієм міцності [5]

$$S(\tau^*) = \frac{1}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)} \int_0^{\tau^*} \left[\frac{J}{T} \left(\sum_{k=1}^3 \bar{\sigma}_k \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_k} + \operatorname{div}(a^T \operatorname{grad} T) + (\xi - \mu q) \right) \right] + \frac{P}{T} \frac{dJ}{d\tau} d\tau + \frac{J_0 \rho_0}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)} S_0, \quad (1)$$

де: $S(\tau^*)$ – граничне значення ентропії, віднесене до одиниці маси речовини; S_0 – значення ентропії, віднесеної до одиниці маси речовини, на початку деформування матеріалу; ξ – інтенсивність виділення (поглинання) енергії в одиничному об'ємі; q – об'ємна інтенсивність виділення вологості; a^T – коефіцієнт термовологоперенесення; T – термодинамічна температура матеріалу; та $\rho(\tau^*)$ – значення густини матеріалу на момент часу руйнування матеріалу τ^* ; $J(\tau^*)$ – значення якобіану градієнтів руху точок суцільного середовища

на момент часу τ^* ; J_0 та ρ_0 – значення величин J та ρ на початку гідротермічного оброблення; $\vec{v}$ – швидкість руху точок суцільного середовища з координатами x_k ; $\vec{\sigma}_k$ – напруження на площадці з нормаллю $\vec{i}_k$; μ – хімічний потенціал; P – тиск парогазової суміші.

Для матеріалів з однорідним напружено-деформівним станом та сталими рівномірно розподіленими полями вологості і температури значення величин $dJ/d\tau$, $gradT$ та $\xi - \mu q$ дорівнюють нулеві, а критерій (1) запишеться у вигляді

$$S(\tau^*) = \frac{1}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)} \int_0^{\tau^*} \left[\frac{J}{T} \sum_{k=1}^3 \vec{\sigma}_k \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_k} \right] d\tau + \frac{J_0 \rho_0}{J(\tau^*)\rho(\tau^*)} S_0. \quad (2)$$

Покажемо, що формула (2) дає змогу ідентифікувати міцнісні властивості деревини різних порід та визначимо криві довгочасного опору матеріалів з різними фізико-механічними характеристиками. Для цього необхідно знайти величину $E_d = \sum_{k=1}^3 \vec{\sigma}_k \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_k}$, яку, за даними роботи [6], прийнято називати функцією розсіювання, або швидкістю дисипації енергії. Але, оскільки, згідно [7], вона є залежною від реологічної поведінки матеріалу, то для її визначення скористаємося вихідними положеннями реологічної моделі [8].

Реологічна модель деревини та визначення функції розсіювання E_d .
В одновимірній постановці задачі деформативність деревини у стаціонарних температурно-вологісних умовах визначається рівнянням Вольтери-Больцмана

$$\varepsilon(\tau) = \frac{1}{E} \left(\sigma(\tau) + \int_0^{\tau} K(\tau - x) \sigma(x) dx \right), \quad (3)$$

де: E – миттєвий модуль пружності; ε – відносна деформація.

Ядро повзучості $K(\tau - x)$ для деревини сосни, деформованої поперек волокон, визначається залежністю [8]

$$K(\tau - x) = \frac{E - E_T}{E_T \tau_{\text{рел}}} \exp\left(-\frac{\tau - x}{\tau_{\text{рел}}}\right), \quad (4)$$

де: $\tau_{\text{рел}}$ – час релаксації деформацій повзучості; E_T – тривалий модуль пружності.

Перейдемо від інтегральної форми запису реологічної моделі (3) до диференціальної. Для цього підставимо (4) у (3) і продиференціюємо отримане співвідношення. У результаті отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\tau} &= \frac{1}{E} \left(\frac{d\sigma}{d\tau} + \int_0^{\tau} \frac{dK(\tau - x)}{d\tau} \sigma(x) dx + K(\tau - \tau) \sigma(\tau) \right), \\ &\Downarrow \\ \frac{d\sigma}{d\tau} + \left[\frac{E - E_T}{E_T \tau_{\text{рел}}} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}} \right] \sigma &= E \frac{d\varepsilon}{d\tau} + \frac{E}{\tau_{\text{рел}}} \varepsilon. \end{aligned} \quad (5)$$

За даними роботи [9] для матеріалів закон деформування яких визначається рівнянням

$$p_1 \frac{d\sigma}{d\tau} + p_0 \sigma = k_1 \frac{d\varepsilon}{d\tau} + k_0 \varepsilon, \quad (6)$$

функція розсіювання описується залежністю

$$E_\partial = \frac{(p_0 \sigma - k_0 \varepsilon)^2}{p_0 k_1 - p_1 k_0}. \quad (7)$$

Звідси, зіставивши (6) і (5), знаходимо

$$p_1 = 1; \quad p_0 = \frac{E - E_T}{E_T \tau_{\text{рел}}} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}}; \quad k_1 = E; \quad k_0 = \frac{E}{\tau_{\text{рел}}}. \quad (8)$$

Отже, для деревини сосни деформованої поперек волокон формула для розрахунку швидкості дисипації енергії має вигляд

$$E_\partial = \left(\left(\frac{E - E_T}{E_T \tau_{\text{рел}}} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}} \right) \sigma - \frac{E}{\tau_{\text{рел}}} \varepsilon \right)^2 \bigg/ \left(\left(\frac{E - E_T}{E_T \tau_{\text{рел}}} + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}} \right) E - \frac{E}{\tau_{\text{рел}}} \right). \quad (9)$$

Або після деяких спрощень

$$E_\partial = \left(\frac{1}{E_T} \sigma - \varepsilon \right)^2 E \bigg/ \left(\left(\frac{E}{E_T} - 1 \right) \tau_{\text{рел}} \right). \quad (10)$$

Визначення кривих довгочасного опору. Для визначення кривої довгочасного опору деревини зі сталими фізико-механічними характеристиками ($E = \text{const}$, $E_T = \text{const}$, $\tau_{\text{рел}} = \text{const}$) скористаємося результатами досліджень [8], згідно з якими:

$$J(\tau) = 1 + \varepsilon(\tau), \quad (11)$$

$$\varepsilon(\tau) = \frac{\sigma}{E_T} \left\{ 1 - \frac{E - E_T}{E} \exp \left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right\}. \quad (12)$$

Залежність (12) описує деформативність деревини зі сталими однорідними полями напружень σ . В основі її виведення автором роботи [8] покладено, наведені вище, співвідношення (3)-(4).

Наведені формули (11)-(12) та залежність (10) дають змогу подати критерій міцності (2) у вигляді

$$\left(S(\tau^*) - \frac{J_0 \rho_0}{J(\tau^*) \rho(\tau^*)} S_0 \right) J(\tau^*) \rho(\tau^*) T = \frac{E - E_T}{E E_T \tau_{\text{рел}}} \sigma^2 * \int_0^{\tau^*} \left(1 + \frac{\sigma}{E_T} \left\{ 1 - \frac{E - E_T}{E} \exp \left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right\} \right) \exp \left(-\frac{2\tau}{\tau_{\text{рел}}} \right) d\tau. \quad (13)$$

Або, після знаходження визначеного інтегралу та деяких математичних перетворень, у вигляді

$$\left(J(\tau^*) - J_0 \frac{\rho_0 S_0}{\rho(\tau^*) S(\tau^*)} \right) \rho(\tau^*) S(\tau^*) T = \frac{E - E_T}{E E_T} \sigma^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sigma}{E_T} \right) \left[1 - \exp \left(-\frac{2\tau^*}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right] - \right.$$

$$-\frac{1}{3} \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma \left[1 - \exp \left(-\frac{3\tau^*}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right] \Bigg\}. \quad (14)$$

Для перетворення лівої частини критерію (14) та визначення значень густин ентропій $S_{V0}^* = \rho_0 S_0$ і $S_V^* = \rho(\tau^*) S(\tau^*)$ матеріалу, на початку деформування та на момент часу τ^* , відповідно, виходитимемо із співвідношень [10]:

$$J(\tau^*) = 1 + \varepsilon(\tau^*) = \begin{cases} 1 + \frac{\sigma_m}{E}, & \text{для } \tau^* = 0; \\ 1 + \frac{\sigma_{\text{до}}}{E_T}, & \text{для } \tau^* \rightarrow +\infty, \end{cases} \quad (15)$$

де σ_m , $\sigma_{\text{до}}$ – відповідно межа міцності та межа тривалого опору деревини. Тоді, у граничних випадках критерій (14) запишеться у вигляді:

- для $\tau^* \rightarrow 0$

$$\left(1 + \frac{\sigma_m}{E} - J_0 \frac{S_{V0}^*}{S_V^*} \right) S_V^* T = 0, \quad (16)$$

- для $\tau^* \rightarrow +\infty$

$$\left(1 + \frac{\sigma_{\text{до}}}{E_T} - J_0 \frac{S_{V0}^*}{S_V^*} \right) S_V^* T = \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma_{\text{до}}^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sigma_{\text{до}}}{E_T} \right) - \frac{1}{3} \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma_{\text{до}} \right\}. \quad (17)$$

Звідси, знаходимо:

$$J_0 \frac{S_{V0}^*}{S_V^*} = 1 + \frac{\sigma_m}{E}; \quad (18)$$

$$S_V^* T = \frac{(E - E_T) \sigma_{\text{до}}^2}{E \sigma_{\text{до}} - E_T \sigma_m} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \frac{\sigma_{\text{до}}}{E_T} + \frac{1}{3} \frac{\sigma_{\text{до}}}{E} \right\}. \quad (19)$$

Звідси, підставивши (18)-(19) у (14) та врахувавши формулу (15), отримаємо рівняння для визначення кривих тривалого опору деревини у тангентальному та радіальному напрямках деформування

$$\begin{aligned} & \frac{(E - E_T) \sigma_{\text{до}}^2}{E \sigma_{\text{до}} - E_T \sigma_m} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \frac{\sigma_{\text{до}}}{E_T} + \frac{1}{3} \frac{\sigma_{\text{до}}}{E} \right\} \left\{ \frac{\sigma}{E_T} \left[1 - \frac{E - E_T}{E} \exp \left(-\frac{\tau^*}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right] - \frac{\sigma_m}{E} \right\} - \\ & - \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma^2 \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sigma}{E_T} \right) \left[1 - \exp \left(-\frac{2\tau^*}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right] - \frac{1}{3} \frac{E - E_T}{EE_T} \sigma \left[1 - \exp \left(-\frac{3\tau^*}{\tau_{\text{рел}}} \right) \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Отримане рівняння дає змогу дослідити криві тривалого опору деревини з рівномірно розподіленими, сталими полями температури і вологості та однорідним напружено-деформівним станом в умовах одновісного стиску та розтягу не залежно від її породи.

Обговорення та аналіз результатів чисельних експериментів. Для проведення розрахунків за формулою (20) використаємо регресійні залежності [8]:

$$E(W, T) = E(12, 20) + 7,8(12 - W) + 1,85(20 - T) + 0,05(12 - W)(20 - T); \quad (21)$$

$$\tau_{\text{рел}}(W, T) = A \exp(-0,058W); \quad (22)$$

$$\sigma_m(W) = \frac{\sigma(12, 20)(1 + \alpha(15 - W))}{1 + 3W}. \quad (23)$$

Символами $E(12, 20)$, $\sigma(12, 20)$ позначено значення функцій $E(W, T)$ і $\sigma(W, T)$ у точці $W = 12\%$, $T = 20^\circ\text{C}$. Їх значення наведено у табл. 1. α – коефіцієнт поправки на вологість, який є залежним від характеру та напрямку деформування деревини. За даними роботи [3] для деревини сосни, випробовуваної на розтяг його значення у тангентальному напрямку приблизно дорівнює 0,025. Для визначення невідомих величин E_T та $\sigma_{\text{до}}$ у (20) скористаємося співвідношеннями [8]:

$$E_T = \gamma E, \quad \sigma_{\text{до}} = \beta \sigma_m. \quad (24)$$

Коефіцієнти пропорційності γ і β для тангентального напрямку деформування деревини у діапазоні зміни температур від 20 до 100°C та вологості від 6 до 30 % є сталими і приблизно дорівнюють 0,58 та 0,6 відповідно.

Результати обчислень кривих тривалого опору для деревини сосни, отримані на основі формул (20)-(24) та викладених вище міркувань наведено на рис. 1 та у табл. 1.

Табл. 1. Результати розрахунків фізико-механічних характеристик деревини сосни температурою 20 °C та різними значеннями вологості у тангентальному напрямі анізотропії, випробовуваної на розтяг

Відносна вологість W, %	7	12	17	22	27
Миттєвий модуль пружності E, МПа	509	470	431	392	353
Тривалий модуль пружності E _T , МПа	295	273	250	227	205
Час релаксації деформацій повзучості $\tau_{\text{рел}}$, хв.	107	80	60	45	33
Межа міцності σ_m , МПа	2,9	2,6	2,3	2,0	1,7
Межа тривалого опору σ , МПа	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0

Їх аналіз свідчить, що час τ необхідний для руйнування матеріалу є залежним від його вологісного та напруженого станів. Зі зменшенням відносної вологості W значення величини τ також зменшується, а у випадку зменшення полів напружень σ значення величини τ , навпаки, збільшується. Окрім цього, аналізуючи характер зміни кривих тривалого опору у часі зазначимо, що час релаксації цих кривих є залежним від часу релаксації деформацій повзучості. Із збільшенням часу релаксації деформацій повзучості час релаксації кривих тривалого опору також збільшується. Дійсно, згідно з (табл. 1) із підвищенням вологості час релаксації деформацій повзучості зменшується, а відповідні криві тривалого опору наближаються до своїх асимптот повільніше (рис. 1).

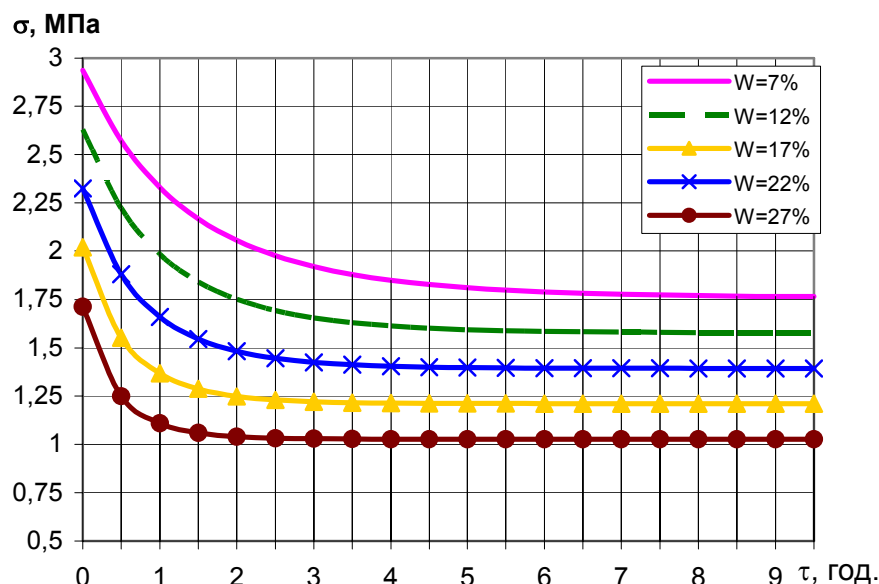


Рис. 1. Розрахункові криві довгочасного опору деревини сосни температурою $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ та вологістю W , випробовуваної на розтяг у тангентальному напрямі деформування

Література

1. **Поберейко Б.П.** Аналіз критеріїв міцності деревини та анізотропних капілярно-пористих матеріалів// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. — Львів: УкрДЛТУ. — 2005, вип. 15.3 — С. 138-148.
2. **Леонтьев Н.Л.** Длительное сопротивление древесины. — М.: Гослесбумиздат, 1957. — 132 с.
3. **Хухрянский П.Н.** Прочность древесины. — М.: Гослесбумиздат, 1955. — 152 с.
4. **Белянкин Ф.П., Яценко В.Ф.** Деформативность и сопротивляемость древесины как упруго-вязко-пластического тела. — К.: Изд-во АН УССР, 1957.
5. **Соколовський Я.І., Поберейко Б.П.** Дослідження граничного напружено-деформівного стану деревини у процесі сушіння// Доповіді НАН України, сер. Механіка, 2006. Подано у друк.
6. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Теоретическая физика. В 10-ти т, т.VII. Теория упругости: Учеб. пособие.— 4-е изд. — М.: Наука, 1987. — 248 с.
7. **Поберейко Б.П.** Розробка термодинамічного критерію міцності деревини// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. — Львів: УкрДЛТУ. — 2005, вип. 15.4. — С. 186-193.
8. **Поберейко Б.П.** Ідентифікація напружено-деформівного стану деревини із змінним вологовмістом. — Дис.... канд. тех. наук: 05.05.07 — Машини та процеси лісівничого комплексу.
9. **Бленд Д.** Теория линейной вязкоупругости (перевод с англ.). — М.: Мир, 1965. — 156 с.
10. **Поберейко Б.П.** Визначення короткочасної деревини// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. — Львів: УкрДЛТУ. — 2006, вип. 16.2 — С. 73-77.

УДК 66.047

Проф. Я.М. Ханик, д-р техн. наук; інж. О.В. Станіславчук, канд. техн. наук; доц. В.П. Дулеба — НУ "Львівська політехніка"

КІНЕТИКА КОНВЕКТИВНОГО ТА КОНВЕКТИВНО-КОНДУКТИВНОГО СУШІННЯ МЕТАТИТАНОВОЇ КИСЛОТИ (МТК)

Наводяться результати розрахунків кінетики конвективного та конвективно-кондуктивного сушіння МТК, а саме: визначення показників степенів критерію подібності та коефіцієнта пропорційності у критеріальному рівнянні для розрахунку коефіцієнта масовіддачі у першому періоді, швидкості сушіння, тривалості першого та другого періоду, а також часу сушіння загалом.