

$$g_0 = [\sigma_P]b = Ky_0 = K \frac{P_1}{2a_1^3 EI} = K_0 l \frac{P_1}{2a_1^3 EI} = \frac{K_0 l}{4EI} \cdot \frac{4P_1}{2a_1^3} = a_1^4 \cdot \frac{2P_1}{a_1^3} = 2P_1 a_1,$$

і, якщо підставити значення для вибраного матеріалу $[\sigma_P] = 0,16 \text{ кг/мм}^2$, то діюча сила досягає значення

$$P_1 = \frac{[\sigma_P] \cdot b}{2a_1} = \frac{0,16 \cdot 100}{2 \cdot 0,8438 \cdot 10^{-2}} = 0,948 \cdot 10^3 \text{ кг} \approx 9,29 \text{ Кн}.$$

Якщо таку колоду $l = 1,4 \text{ м}$ розривати поперек волокон, то необхідна сила

$$P = [\sigma_P] \cdot b \cdot l = 0,16 \cdot 100 \cdot 1400 = 22400 \text{ кг} = 22,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \approx 224 \text{ Кн}.$$

Тобто, в цьому випадку сила мусить бути в 23,63 раза більшою від сили, яка викликає появу тріщини.

Із проведених теоретичних досліджень випливає, що процес ділення деревини вздовж волокон, з точки зору виникаючих зусиль на першій стадії розколювання (до появи випереджуючої тріщини), більш доцільно виконувати клиноподібним робочим органом шляхом поступового впровадження його в деревину, а не розривом її по всій площі ділення.

УДК 539.374

*Ст. наук. співроб. В.Ф. Кондрат, д-р фіз.-мат. наук;
Б.І. Гайвась, канд. фіз.-мат. наук – ЦММ ІППММ НАНУ;
доц. Ю.М. Губер, канд. техн. наук;
доц. Б.М. Гнідець, канд. фіз.-мат. наук – НЛТУ України*

ДО ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ ЗОВНІШНЬОГО ПОСТІЙНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА СУШІННЯ ПОРИСТИХ ТІЛ

Розроблено та проаналізовано математичну модель сушіння початково насиченого вологою пористого шару за умови дії зовнішнього постійного електричного поля (електроосмосу). Встановлено, що процес висушування складається з двох етапів. Вплив електричного поля проявляється на першому з них. Кількісне дослідження динаміки відносної вологості шару показало, що дія електричного поля може приводити до кількакратного зменшення часу сушіння.

Ключові слова: пористе тіло, вологість, масоперенесення, електроосмос, сушіння.

*Senior research worker V.F. Kondrat; B.I. Gayvas' – CMM IPPMM NANU;
doc. Yu.M. Huber; doc. B.M. Hnidec – NUFWT of Ukraine*

On Study of Influence of External Constant Electrical Field on Drying Porous Bodies

A mathematical model is constructed and analyzed for drying an initially humidity saturated porous layer under the condition of external electrical field (electroosmosis). It is established that drying process consists of two stages. Electrical field influence becomes apparent in the first stage. Quantitative analysis of layer relative humidity dynamics shows that an electrical field acting can lead to several times decrease of drying time.

Keywords: porous body, humidity, mass transfer, electroosmosis, drying.

Вступ. Питання інтенсифікації процесу сушіння пористих матеріалів, розробки теоретичних засад і математичних моделей процесу, методів розв'я-

зування відповідних задач математичної фізики, вивчення різних аспектів сушіння завжди викликали значний інтерес дослідників. Серед відомих публікацій у цій галузі відзначимо роботи А.В. Ликова [1], Б.С. Сажина [2], В.Ф. Фролова [3], А.М. Абрамеца, А.В. Чураєва [4], Л.І. Хейфеца, А.В. Неймарка [5], П.С. Куца [6], П.П. Луцка [7]. Питанням сушіння деревини присвячено роботи Г.С. Шубіна [8], Б.Н. Уголева [9], П.В. Білея [10], Я.І. Соколовського [11] та інших вчених. В експериментальних роботах [12, 13] розглядалася можливість інтенсифікації сушіння зовнішнім постійним електричним полем (електроосмотичне сушіння). У роботі [14] розглянуто основні співвідношення для опису процесу сушіння за умови дії зовнішнього постійного електричного поля.

Метою цієї роботи є постановка та побудова наближеного розв'язку нелінійної крайової задачі про стимульований електроосмосом процес сушіння початково насиченого вологою пористого шару і дослідження на цій основі закономірностей впливу електричного поля на цей процес.

1. Постановка задачі

Розглядаємо віднесений до декартової системи координат (x, y, z) початково насичений вологою пористий шар, який займає область $0 < y < L_0$. Шар з боків сторін перебуває у стані масообміну з навколишнім середовищем. Температура середовища і шару однакові. Між поверхнями шару підтримується постійна різниця електричних потенціалів. Внаслідок дії поля на електричний заряд дифузної частини подвійного електричного шару в околі межі контакту тверда фаза скелету – порова рідина виникає додаткова (пондеромоторна) сила, яка спричинить електроосмотичний потік вологи в тілі. Поверхню, від якої спрямований електроосмотичний потік, будемо вважати першою (поверхня 1), іншу поверхню (до якої спрямований потік) – поверхнею 2. Систему координат вибираємо так, що поверхня 1 збігається з поверхнею $y = L_0$, а поверхня 2 – з поверхнею $y = 0$.

Внаслідок випаровування рідини у порах та відтоку пари назовні, в тілі з боку поверхні 1 виникає зона осушених пор, заповнених сумішшю повітря та пари та залишкової рідини, зв'язаної з поверхнею пор і стійкою до висушування для заданої температури. У процесі сушіння ця зона розширюється в глибину тіла. Будемо розглядати клас матеріалів, в яких проникливість тіла щодо рідини є малою, і можна знехтувати впливом двофазної зони [15]. Тому будемо вважати, що утворюються дві зони – висушених та заповнених рідиною пор. Межею розділення зон у кожній порі є меніск рідини, випуклість чи увігнутість якого визначається властивостями поверхні пор (її гідрофільністю чи гідрофобністю).

1.1. Масоперенесення у довколишньому газі. При постановці задачі масоперенесення у довколишньому газі будемо вважати, що зміна густини його складових – повітря та пари – наявні тільки у деякому шарі товщини δ_i ($i=1,2$), який займає області $L_0 < y < L_0 + \delta_1$, $0 > y > -\delta_2$. На поверхнях $y = L_0 + \delta_1$, $y = -\delta_2$ густина повітря та пари дорівнюють їх густинам в атмосферному повітрі. Тоді задача масоперенесення у довколишньому газі включає:

- рівняння Стефана-Максвела [1], які запишемо так:

$$\frac{\partial \gamma_{ae}}{\partial y} - \frac{\gamma_{ae}}{D_1} v = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{ve}}{\partial y} - \frac{\gamma_{ve}}{D_1} v \right) = 0, \quad \frac{\gamma_{ae}}{M_a} + \frac{\gamma_{ve}}{M_v} = \frac{P_{g1}}{RT} \quad (1)$$

в областях $L_0 + \delta > y > L_0, 0 > y > -\delta$;

- граничні умови

$$\frac{\gamma_{ve1}}{M_v} v - \frac{D_1}{M_v} \frac{\partial \gamma_{ve1}}{\partial y} = j_1(L_0, t) \text{ на поверхні } y = L_0; \quad (2)$$

$$\gamma_{ve} = \gamma_{v1}, \gamma_{ae} = \gamma_{a1}, \gamma_{a1} = \frac{M_a P_{g1}}{RT} - \frac{M_a}{M_v} \gamma_{v1} \text{ на поверхні } y = L_0 + \delta. \quad (3)$$

$$\frac{\gamma_{ve2}}{M_v} v_2 - \frac{D_1}{M_v} \frac{\partial \gamma_{ve2}}{\partial y} = j_2(0, t) \text{ на поверхні } y = 0; \quad (4)$$

$$\gamma_{ve2} = \gamma_{v2}, \gamma_{ae2} = \gamma_{a2}, \gamma_{a2} = \frac{M_a P_{g1}}{RT} - \frac{M_a}{M_v} \gamma_{v2} \text{ на поверхні } y = -\delta_2, \quad (5)$$

де: $\gamma_{vei}, \gamma_{aei}$ – густина пари і повітря відповідно; γ_{vi}, γ_{ai} – густина пари і повітря на поверхнях $y = L_0 + \delta_1$; $y = -\delta_2$ v_i – середньомасова швидкість; j_1, j_2 – потік пари; P_{g1} – атмосферний тиск зовні шару ($y > L_0, y < -\delta_2$); D_1 – коефіцієнт дифузії у пограничному шарі; M_a, M_v – молекулярні маси повітря та пари.

1.2. Масоперенесення у зоні висушених пор. Перенесення в газовій зоні всередині шару також будемо описувати рівняннями Стефана-Максвелла (1), однак тиск P газу у порах є координатно залежним і середньомасова швидкість v задовольняє рівнянню Дарсі $v = -\frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y}$, де K – коефіцієнт проникливості, μ_g – коефіцієнт динамічної в'язкості газу, P – тиск газу у порах. Тоді рівняння перенесення набувають вигляду

$$\gamma_a \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \gamma_a}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma_v \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \gamma_v}{\partial y} \right) = 0 \text{ в області } L_0 < y < L_{\max}, \quad (6)$$

де: $L_{\max}$ – координата межі контакту газ-рідина всередині пористого шару, D – коефіцієнт бінарної дифузії пароповітряної суміші, γ_v, γ_a – густина пари і повітря у порах.

Умови на поверхнях $y = L_0$ та $y = L_{\max}$ газової зони запишемо так:

$$\gamma_v \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \gamma_v}{\partial y} = -j_1 \text{ на поверхні } y = L_0, \quad (7)$$

$$\gamma_v = \gamma_n \text{ на поверхні } y = L_{\max}, \quad (8)$$

де γ_n – густина насиченої пари за взятої температури.

При утворенні зони висушених пор в околі поверхні 2 масоперенесення у цій області також буде описуватися рівняннями (6) за таких граничних умов:

$$\gamma_v \frac{K}{\mu_g} \frac{\partial P}{\partial y} + D \frac{\partial \gamma_v}{\partial y} = j_2 \text{ на поверхні } y = 0, \quad (9)$$

$$\gamma_v = \gamma_n \text{ на поверхні } y = L_{\min}. \quad (10)$$

Рівняння (1)-(10) становлять повну систему співвідношень для визначення конвективно-дифузійного потоку пари у пористому шарі, який розглядається.

1.3. Електроосмотичний потік рідини. Потік рідини, зумовлений дією зовнішнього постійного електричного поля, будемо визначати за умови існування зони висушених пор. Матеріал скелету тіла будемо вважати гідрофільним. Дія електричного поля на порову рідину пов'язана з наявністю подвійного електричного шару в околі поверхні пор. Будемо вважати, що мінімальний поперечний розмір пор значно більший за товщину дифузної частини подвійного електричного шару $\delta_e = 1/K_e$, де для симетричного бінарного розчину електроліту $K_e = \sqrt{2\pi F_f^2 z^2 C_0 / \varepsilon^{(1)} RT}$. Тут F_f – стала Фарадея, z – валентність іонів з урахуванням знаку їх заряду, C_0 – концентрація розчину електроліту, $\varepsilon^{(1)}$ – абсолютна діелектрична проникність рідини, R – газова стала, T – абсолютна температура. Тоді у середньому густина ρ_e електричного заряду у дифузній частині подвійного електричного шару визначатиметься виразом

$$\rho_e = \rho_{e0} e^{-K_e(\bar{R}-r)}, \quad (11)$$

де: ρ_{e0} – значення густини електричного заряду на поверхні капілярів, $\bar{R}$ – середній (кельвінівський) радіус капіляра, r – біжуча радіальна координата.

Зауважимо, що для взятої умови малості товщини подвійного електричного шару порівняно з радіусом капіляра можна записати $K_e \bar{R} \gg 1$.

Густина сили на перерізі капіляра $f_e = \rho_e E_L$, де $E_L = U_L / L_m$ – напруженість електричного поля, а U_L – напруга, прикладена до заповненої рідиною частини капіляра. Середня густина електричної сили на перерізі площі S капіляра $\bar{f}_e = \frac{1}{S} \int_{(S)} \rho_e(r) E_L ds = \frac{1}{\bar{R}^2} \int_0^{\bar{R}} 2r \rho_e(r) E_L dr = \frac{2E_L}{\bar{R}^2} \int_0^{\bar{R}} \rho_e r dr$. З урахуванням

виразу (9) отримуємо, що $\bar{f}_e = \frac{2\rho_{e0}E_L}{K_e\bar{R}} - \frac{2\rho_{e0}E_L}{(K_e\bar{R})^2} (1 - e^{-K_e\bar{R}})$. За прийнятого ра-

ніше припущення $\bar{R}K_e \gg 1$ отримуємо $\bar{f}_e \approx \frac{2\rho_{e0}E_L}{K_e\bar{R}} = \frac{2\bar{\eta}E_L}{\bar{R}}$, $\bar{\eta} = \frac{\rho_{e0}}{K_e}$. Сила, що

діє на заряд у капілярі $\bar{F}_e = \bar{f}_e S L_{\max}$. Середній тиск, зумовлений електричними силами $\bar{P}_e = \bar{F}_e / S = \bar{f}_e L_{\max}$. Градієнт цього тиску $\bar{\nabla} \bar{P}_e = (d\bar{P}_e / dy) \bar{e}_z$,

$d\bar{P}_e / dy = -\bar{P}_e / L_{\max} = -\bar{F}_e / S L_{\max} = -\bar{f}_e$. Враховуючи, що сили струму I_g та I_L в областях висушених і насичених рідиною пор однакові, тобто $I_g = I_L$, згідно зі законом Ома для цих ділянок $I_g = U_g / R_g$, $I_L = U_L / R_L$ маємо, що $U_g / R_g = U_L / R_L$ і $U_g / U_L = R_g / R_L$. Тут $R_g = \rho_g (L_0 - L_{\max}) / S$, $R_L = \rho_L L_{\max} / S$, ρ_g, ρ_L – питомі опори цих областей. визначимо Тоді, беручи до уваги, що напруга U між поверхнями шару $U = U_g + U_L$, запишемо

$$\frac{U}{U_L} = 1 + \frac{\rho_g(1 - \kappa_m)}{\rho_L \kappa_m} = 1 + \frac{(1 - \kappa_m)}{\varepsilon_\rho \kappa_m}, \quad (12)$$

де $\varepsilon_\rho = \rho_L / \rho_g$ – відношення питомих опорів у рідинній і висушеній зонах, $\kappa_m = L_{\max} / L_0$.

З виразу (10) випливає, що $U_L = \varepsilon_\rho U \kappa_m / [(1 - \kappa_m) + \varepsilon_\rho \kappa_m]$. Тоді напруженість електричного поля рідинної зони $E_L = U_L / L_{\max} = \varepsilon_\rho U / [L_0(1 - \kappa_m + \varepsilon_\rho \kappa_m)]$. Підставивши цю залежність у вираз для градієнта тиску, отримаємо

$$\frac{d\bar{P}_e}{dy} = -\bar{f}_e = -\frac{2\bar{\eta}}{\bar{R}} \frac{\varepsilon_\rho U}{L_0 [\varepsilon_\rho \kappa_m + (1 - \kappa_m)]}. \quad (13)$$

Тоді для електроосмотичного потоку j_3 рідини одержуємо

$$j_3 = \Pi \gamma_L v_3, \quad v_3 = \frac{K_L}{\mu_L} \frac{dP_e}{dy} = -\frac{K_L}{\mu_L} \frac{2\bar{\eta}}{\bar{R}} \frac{\varepsilon_\rho U}{L_0 [\varepsilon_\rho \kappa_m + (1 - \kappa_m)]}, \quad (14)$$

де: Π – пористість; γ_L – густина рідини, а μ_L – її в'язкість; K_L – проникність пористого тіла щодо рідини; v_3 – швидкість електроосмотичного руху рідини.

1.4. Потік рідини під впливом капілярних сил. Нехай електричні сили будуть такими великими, що рідина буде витікати через поверхню 2. У такому разі капілярний тиск $P_k = P_L - P = 2\sigma_{Lg} \cos \theta / \bar{R}$, де θ – кут змочування, P_L – тиск у рідині, σ_{Lg} – коефіцієнт поверхневого натягу на границі розділу "рідина-газ" спричинить зворотний до електроосмотичного потік j_4 рідини в тілі

$$j_4 = \Pi \gamma_L v_4, \quad v_4 = \frac{K_L}{\mu_L} \frac{P_k}{L_{\max}} = \frac{K_L}{\mu_L} \frac{P_k}{L_0 \kappa_m}. \quad (15)$$

Сумарний потік рідини j_L визначаємо сумою потоків j_3 і j_4

$$j_L = j_3 + j_4 = \Pi \gamma_L \frac{K_L}{\mu_L} \left(\frac{P_k}{L_0 \kappa_m} - \frac{2\bar{\eta}}{\bar{R}} \frac{\varepsilon_\rho U}{L_0 [\varepsilon_\rho \kappa_m + (1 - \kappa_m)]} \right). \quad (16)$$

При електроосмотичному витісненні рідини через поверхню 2 (зменшенні параметра κ_m) перший доданок у великих дужках формули (16) буде зростати, тоді як другий слабо змінюється через малість параметра ε_ρ , або навіть зменшується (етап 1). Сумарний потік рідини через поверхню 2 буде зменшуватися та наступить момент, коли він припиниться. У цей час електричне поле можна відключити. Капілярні тиски на поверхнях $y = L_{\max}$ і $y = 0$ вирівнюються, порова рідина буде в рівновазі. Почнеться висушування шару через поверхню 2, яке описується рівняннями (1), (4)-(6), (9), (10).

Таким чином електроосмотичне пришвидшення процесу висушування пористого шару буде спостерігатися тільки на першому етапі.

За рівності нулю потоку j_L рідини з рівняння (16) одержуємо такий вираз для значення κ_m^* параметра товщини κ_m насиченого вологою шару пористого тіла, яке визначає завершення першого етапу висушування та перехід до другого етапу

$$\kappa_m^* = \frac{\sigma}{\sigma(1 - \varepsilon_\rho) + \bar{\eta}\varepsilon_\rho U}. \quad (17)$$

Вираз (17) записано для рівного нулеві кута змочування.

1.5. Рівняння балансу маси рідини. Швидкість зменшення рідини в шарі визначається потоками рідини та пари з тіла. Для першого етапу висушування рівняння балансу маси рідини можна записати так:

$$\frac{dm}{dt} = -\Pi(j_1 - j_L)S, \quad (18)$$

де: Π – пористість; S – площа поверхні пористого шару. Враховуючи, що для першого етапу висушування $m = \Pi S \gamma_L L_{\max} = \Pi S \gamma_L L_0 \kappa_m$, рівняння (18) можна записати відносно параметра κ_m

$$\frac{d\kappa_m}{dt} = -\frac{1}{L_0 \gamma_L} (j_1 - j_L) \quad (19)$$

за початкової умови

$$\kappa_m = 1 \text{ при } t = 0 \quad (20)$$

і кінцевого значення параметра $\kappa_m = \kappa_m^*$ для першого етапу висушування.

Зауважимо принагідно, що відносна вологість $f = m_z / m_0$ пористого шару (m_z – залишкова маса води в шарі після висушування, m_0 – початкова маса води) на першому етапі визначається значенням параметра κ_m , тобто

$$f = \kappa_m. \quad (21)$$

Дійсно, використовуючи означення $m_z = \Pi S \gamma_L L_{\max} = \Pi S \gamma_L L_0 \kappa_m$, $m_0 = \Pi S \gamma_L L_0$, із виразу $f = m_z / m_0$ для відносної вологості одержуємо формулу (21).

Для другого етапу висушування рівняння балансу маси має вигляд

$$\frac{dm}{dt} = -\Pi(j_1 - j_2)S, \quad (22)$$

за початкової умови

$$m = \Pi S \gamma_L L_0 \kappa_m^* \text{ при } t = t^*, \quad (23)$$

де t^* – момент часу, який відповідає досягненню параметром κ_m кінцевого значення κ_m^* на першому етапі висушування.

Відносна вологість на цьому етапі визначається виразом

$$f = \frac{(L_{\max} - L_{\min})}{L_0} = (\kappa_m - \kappa_{m1}), \quad (24)$$

де $L_{\min} = L_0 \kappa_{m1}$ – координата межі контакту висушена-насичена вологою зона з боку поверхні 2 пористого шару. Оскільки зміна маси води в шарі тепер визначається виразом

$$\Delta m = \Delta m_1 + \Delta m_2, \quad \Delta m_1 = \Pi S \gamma_L (\kappa_m^* - \kappa_m), \quad \Delta m_2 = \Pi S \gamma_L \kappa_{m1}, \quad (25)$$

при цьому змiну Δm_1 маси (змiну параметра κ_m) на цьому етапi визначаемо потоком j_1 пари, а змiну Δm_2 маси (змiну параметра κ_{m1}) – потоком j_2 , то задачу (22), (23) можна подати як двi задачі Коші

$$\frac{d\kappa_m}{dt} = -\frac{j_1}{L_0\gamma_L} \quad (26)$$

за початкової умови

$$\kappa_m = \kappa_m^* \text{ при } t = t^*; \quad (27)$$

та

$$\frac{d\kappa_{m1}}{dt} = \frac{j_2}{L_0\gamma_L} \quad (28)$$

за початкової умови

$$\kappa_{m1} = 0 \text{ при } t = t^*. \quad (29)$$

Вiдносна вологiсть тепер визначається за формулою $f = \kappa_m - \kappa_{m1}$, а завершення процесу висушування вiдповiдає досягненню рiвностi $\kappa_m = \kappa_{m1}$ (тобто, $f = 0$).

2. Розв'язування задачі

Конвективно-дифузiйнi потоки j_1 та j_2 визначаються вiдповiдно iз розв'язкiв задач (1)-(3), (6)-(8) та (1), (4)-(6), (9), (10) i мають вигляд [11]

$$j_1(\kappa_m) = \frac{\Omega_1}{B_1 - \Gamma_{01}\kappa_m}, \quad j_2(\kappa_{m1}) = \frac{\Omega_2}{B_2 - \Gamma_{02}\kappa_{m1}}, \quad (30)$$

де для $i = 1, 2$

$$\Omega_i = \left\{ b_i \left[1 + \frac{b_i}{2(1+a_i)} \right] - (C_{0i} - 1) \left[1 + \frac{C_{0i} - 1}{2(1+a_i)} \right] \right\} \frac{DM_v P}{RT \delta_i},$$

$$B_i = 1 + \frac{C_{0i} - 1}{1 + a_i} + \Gamma_{0i},$$

$$C_{0i} = \frac{P_{g1}}{RT} \frac{M_a}{\gamma_{ai}} = 1 + \frac{\gamma_{vi}}{M_v} \frac{M_a}{\gamma_{ai}}, \quad a_i = \frac{DM_a}{\left(\frac{K}{\mu_g} \right) \gamma_{ai} RT}, \quad b_i = \frac{\gamma_n M_a}{\gamma_{ai} M_v}, \quad \Gamma_{0i} = C_{0i} \frac{L_0}{\delta_i} \frac{D_1}{D}.$$

Використовуючи вираз (16) для потоку рiдини в шарi та формулу (30) для потоку j_1 , задачу Коші (19), (20) першого етапу висушування сформулюємо тепер так:

$$\frac{d\kappa_m}{dt} = -\frac{\Omega_1}{B_1 - \Gamma_{01}\kappa_m} + \frac{\tilde{K}}{\kappa_m} + \frac{\tilde{K}_1}{(1 - \kappa_m) + K_2\kappa_m} \text{ при } \kappa_m(0) = 1, \quad (31)$$

$$\text{де } \tilde{K} = \frac{K_L}{\mu_L \bar{R}} \frac{2\sigma_{Lg}}{L_0}, \quad \tilde{K}_1 = \frac{K_L}{\mu_L} \frac{2\bar{\eta}\varepsilon_\rho E}{\bar{R}}, \quad K_2 = \varepsilon_\rho.$$

Рiвняння (31) можна записати у виглядi

$$\frac{a_{32}\kappa_m^3 + a_{22}\kappa_m^2 + a_{12}\kappa_m}{a_{21}\kappa_m^2 + a_{11}\kappa_m + a_{01}} \frac{d\kappa_m}{dt} = 1, \quad (32)$$

де: $a_{21} = \Omega_1(1 - K_2) + \tilde{K}\Gamma_{01}(1 - K_2) - \tilde{K}_1\Gamma_{01}$; $a_{11} = -\Omega_1 - \tilde{K}B_1(1 - K_2) - \tilde{K}\Gamma_{01} + \tilde{K}_1B_1$; $a_{01} = \tilde{K}B_1$; $a_{32} = \Gamma_{01}(1 - K_2)$; $a_{22} = -B_1(1 - K_2) - \Gamma_{01}$, $a_{12} = B_1$.

Розв'язок рівняння (32) з використанням початкової умови (31) має вигляд

$$\frac{1}{2} \frac{a_{32}}{a_{21}} (\kappa_m^2 - 1) + \frac{a_{42}}{a_{21}} (\kappa_m - 1) + \left(-\frac{a_{42}a_{11}}{2a_{21}^2} + \frac{a_{41}}{2a_{21}} \right) \ln |\varphi(\kappa_m)| + f(\kappa_m) = t, \quad (33)$$

де: $a_{42} = a_{22} - \frac{a_{32}a_{11}}{a_{21}}$; $a_{41} = a_{12} - \frac{a_{32}a_{01}}{a_{21}}$; $\varphi(\kappa_m) = \frac{a_{21}\kappa_m^2 + a_{11}\kappa_m + a_{01}}{a_{21} + a_{11} + a_{01}}$;

$$f(\kappa_m) = \left(\frac{a_{42}(a_{11}^2 - 2a_{21}a_{01})}{2a_{21}^2} - \frac{a_{41}a_{11}}{2a_{21}} \right) f_1(\kappa_m);$$

$$f_1(\kappa_m) = \frac{2}{\sqrt{4a_{21}a_{01} - a_{11}^2}} \left(\arctg \frac{2a_{21}\kappa_m + a_{11}}{\sqrt{4a_{21}a_{01} - a_{11}^2}} - \arctg \frac{2a_{21} + a_{11}}{\sqrt{4a_{21}a_{01} - a_{11}^2}} \right),$$

якщо $4a_{21}a_{01} > a_{11}^2$;

$$f_1(\kappa_m) = \frac{1}{\sqrt{a_{11}^2 - 4a_{21}a_{01}}} \ln \left| \frac{f_3(\kappa_m)}{f_3(1)} \right|,$$

якщо $a_{11}^2 > 4a_{21}a_{01}$,

$$f_3(\kappa) = \frac{2a_{21}\kappa + a_{11} - \sqrt{a_{11}^2 - 4a_{21}a_{01}}}{2a_{21}\kappa + a_{11} + \sqrt{a_{11}^2 - 4a_{21}a_{01}}}.$$

Трансцендентне рівняння (33) дає залежність між відносною вологістю у пористому шарі та часом на першому етапі висушування. Для кінцевого моменту t^* першого етапу з нього отримуємо

$$t^* = \frac{1}{2} \frac{a_{32}}{a_{21}} \left[(\kappa_m^*)^2 - 1 \right] + \frac{a_{42}}{a_{21}} (\kappa_m^* - 1) + \left(-\frac{a_{42}a_{11}}{2a_{21}^2} + \frac{a_{41}}{2a_{21}} \right) \ln |\varphi(\kappa_m^*)| + f(\kappa_m^*), \quad (34)$$

де κ_m^* дається виразом (17).

Розв'язок задачі (26), (27) висушування на другому етапі має вигляд

$$\kappa_m = \frac{B_1}{\Gamma_{01}} \pm \sqrt{\left(\frac{B_1}{\Gamma_{01}} \right)^2 + \frac{2}{\Gamma_{01}} \left[-B_1\kappa_m^* + \Gamma_{01} \frac{\kappa_m^{*2}}{2} + \frac{1}{L_0\gamma_L} \Omega_1(t - t^*) \right]},$$

а задачі (28), (29) –

$$\kappa_{m1} = \frac{B_2}{\Gamma_{02}} \pm \sqrt{\left(\frac{B_2}{\Gamma_{02}} \right)^2 + \frac{2}{\Gamma_{02}} \left[\frac{1}{L_0\gamma_L} \Omega_2(t - t^*) \right]}.$$

Відносна вологість на другому етапі висушування ($t > t^*$) визначається виразом

$$f = \frac{B_1}{\Gamma_{01}} - \sqrt{\left(\frac{B_1}{\Gamma_{01}}\right)^2 + \frac{2}{\Gamma_{01}} \left[-B_1 \kappa_m^* + \Gamma_{01} \frac{\kappa_m^{*2}}{2} + \frac{1}{L_0 \gamma_L} \Omega_1 (t - t^*) \right]} -$$

$$-\frac{B_2}{\Gamma_{02}} + \sqrt{\left(\frac{B_2}{\Gamma_{02}}\right)^2 + \frac{2}{\Gamma_{02}} \left[\frac{1}{L_0 \gamma_L} \Omega_2 (t - t^*) \right]}.$$

Перейдемо до кількісного аналізу отриманих співвідношень.

3. Результати кількісного аналізу

На основі отриманих формул проведено кількісні дослідження зміни в часі відносної вологості f для різних температур залежно від величини напруженості зовнішнього електричного поля. Товщину шару вибрано рівною 0.1 м, а пористість – 0.3. Результати досліджень наведено на рис. 1-3.

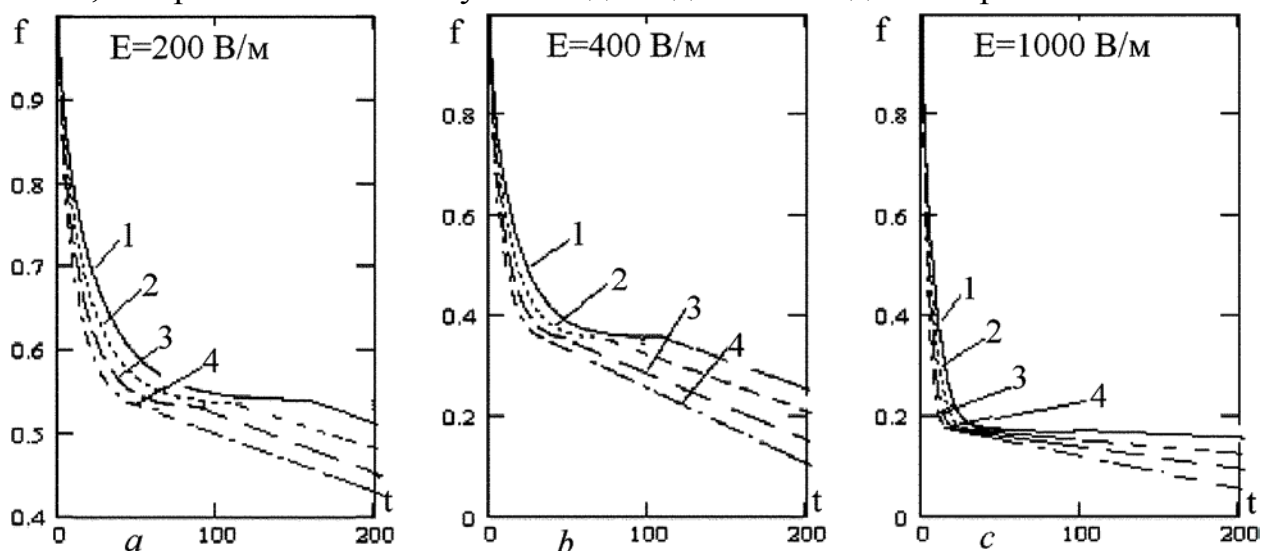


Рис. 1. Залежність від часу (в годинах) відносної вологості пористого шару за напруженостями зовнішнього електричного поля 200 В/м, 400 В/м і 1000 В/м (рис. а, б, с) для температур 300 К, 310 К, 320 К, 330 К (криві 1-4)

Графіки на рис. 1 ілюструють зміну відносної вологості в часі за різних величин напруженості електричного поля та температур. Точки злому відповідають моменту переходу від першого до другого етапу висушування. З рисунків видно, що час переходу істотно зменшується з ростом напруженості зовнішнього електричного поля та температури, а глибина та швидкість висушування на першому етапі при цьому зростає. Зокрема, для температури 300 К вологість на час переходу від першого до другого етапу висушування та тривалість першого етапу становлять відповідно $f = \kappa_m^* = 0,539$, $t^* = 154$ год для $E = 200$ В/м; $f = \kappa_m^* = 0,356$, $t^* = 105$ год для $E = 400$ В/м; $f = \kappa_m^* = 0,174$, $t^* = 35,5$ год для $E = 1000$ В/м. Час повного висушування (досягнення $f = 0$) при цьому дорівнює $t = 14312$ год, $t = 10655$ год, $t = 6000$ год відповідно. Для температури 310 К маємо $f = \kappa_m^* = 0,536$, $t^* = 106,5$ год, $t = 7915,5$ год для $E = 200$ В/м; $f = \kappa_m^* = 0,353$, $t^* = 73,5$ год, $t = 5856$ год для $E = 400$ В/м; $f = \kappa_m^* = 0,174$,

$t^* = 35,5 \text{ год}$, $t = 3204 \text{ год}$ для $E = 1000 \text{ В/м}$, а для 330 К – $f = \kappa_m^* = 0,527$,
 $t^* = 67 \text{ год}$, $t = 2998 \text{ год}$ для $E = 200 \text{ В/м}$; $f = \kappa_m^* = 0,346$, $t^* = 46,5 \text{ год}$,
 $t = 1950 \text{ год}$ для $E = 400 \text{ В/м}$; $f = \kappa_m^* = 0,17$, $t^* = 20 \text{ год}$, $t = 1085 \text{ год}$ для
 $E = 1000 \text{ В/м}$. Бачимо, що при зростанні напруженості електричного поля у
 5 разів (від $E = 200 \text{ В/м}$ до $E = 1000 \text{ В/м}$) повний час висушування може
 зменшуватися майже у три рази (для температури 330 К).

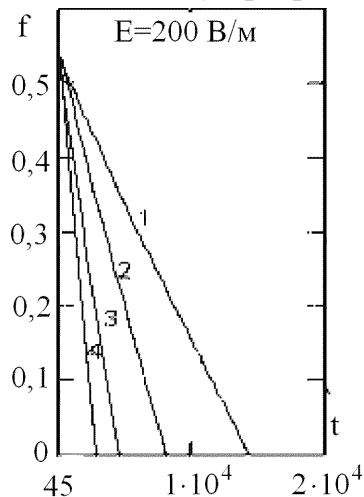


Рис. 2. Часова залежність відносної вологості шару на другому етапі висушування за $E = 200 \text{ В/м}$ для температур 300 К , 310 К , 320 К , 330 К

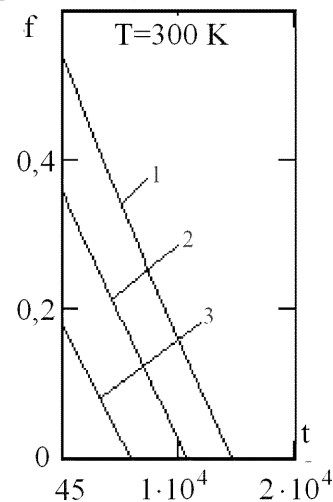


Рис. 3. Часова залежність відносної вологості шару на другому етапі висушування для температури 300 К за $E = 200 \text{ В/м}$, 400 В/м , 1000 В/м

Рис. 2, 3 ілюструють характер часової залежності відносної вологості для різних температур (рис. 2) та різних величин напруженості зовнішнього електричного поля, яке діяло на першому етапі висушування (рис. 3). Бачимо, що ця залежність є лінійною. Швидкість висушування (нахил кривої) на другому етапі визначається величиною температури. Початкове значення вологості на другому етапі висушування менше для більших напруженостей полів першого етапу, про що вказувалося також вище.

Оцінка зміни температури шару за рахунок дії електричного поля.

У роботі знехтувано зміною температури за рахунок джоулевого розігріву, зумовленого дією електричного поля на першому етапі висушування. Обґрунтуємо це оцінкою такої зміни за найбільшої величини напруженості електричного поля ($E = 1000 \text{ В/м}$). Густина тепловиділення у рідині згідно зі законом Джоуля-Ленца дорівнює $Q = \sigma E^2 t$, де σ – коефіцієнт електропровідності. Це тепло іде на нагрівання рідини і скелету. Прийнемо, що час нагрівання істотно більший за час теплопередачі від рідини до скелету, тобто, нагрівання шару вважаємо однорідним. Рівняння теплового балансу має вигляд $\Pi \sigma E^2 t = [\gamma_s C_s (1 - \Pi) + \gamma_L C_L \Pi] \Delta T$, де C_s , C_L – питомі теплоємності сухого

матеріалу і рідини. З цього рівняння одержуємо, що $\Delta T = \frac{\Pi \sigma E^2 t}{\gamma_s C_{sl} (1 - \Pi) + \gamma_L C_L \Pi}$.

Нехай, густина сухої деревини сосни $\gamma_s = 500 \text{ кг/м}^3$, води $\gamma_L = 100 \text{ кг/м}^3$, пористість $\Pi = 0,291$, коефіцієнти теплоємності $C_s = 1,604 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$, $C_L = 4,19 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$,

$\sigma = 10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$ [16]. Кількісна оцінка для швидкості зміни температури дає $\Delta T/t \approx 10^{-4} \text{ К/год}$. Для вказаних вище тривалостей першого етапу висушування це дає зміну температури у долі градуса, чим можна знехтувати.

Висновки

У роботі запропоновано методику розрахунку динаміки вологості пористого шару за умов дії зовнішнього постійного електричного поля. Методика базується на розділенні процесу висушування на два етапи, залежно від співвідношення між величинами капілярних та електричних сил, які діють на рідину. Встановлена залежність критичного часу (часу завершення першого етапу висушування) та відповідного значення вологості від характеристик матеріалу та напруженості електричного поля. Показано, що вплив електричного поля проявляється тільки на першому етапі висушування. Загальний час висушування при дії електричного поля, яке технічно нескладно отримати і яке дає нехтовно мале нагрівання тіла, може зменшуватися у кілька разів.

Література

1. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 471 с.
2. Сажин Б.С. Основы теории сушки. – М.: Химия, 1989. – 320 с.
3. Фролов В.Ф. Моделирование сушки дисперсных материалов. – Л.: Химия, 1987. – 348 с.
4. Абрамец А.М., Лиштвен И. И., Чураев Н.В. Массоперенос в природных дисперсных системах. – Минск: Наука і техника, 1992. – 288 с.
5. Хейфец Л.И., Неймарк Ф.В. Многофазные процессы в пористых средах. – М.: Химия, 1982. – 320 с.
6. Куц П.С. Изменение критериев тепломассообмена в процессе сушки капиллярно-пористых материалов. Процессы сушки капиллярно-пористых материалов. – Минск: 1990. – С. 3-8.
7. Луцик П.П. Уравнения теории сушки деформируемых твердых тел//Промышленная теплотехника. – 1985, т. 7, № 6. – С. 8-20.
8. Шубин Г.С. Физические основы и расчет процессов сушки древесины. – М.: Лесн. пром-сть, 1973. – 248 с.
9. Уголев Б.Н. Деформативность древесины и напряжения при сушке. – М.: Лесн. пром-сть, 1971. – 176 с.
10. Алюшин С, Березовский В., Билей П., Бурышев С., Стрекалов С. Сушка древесины. – К: ТМА "Тристан", 2004. – 448 с.
11. Соколовский Я.И. Взаимосвязь деформационно – релаксационных и тепломассообменных процессов при сушке пористых тел//Прикладная механика. – 1998, т.34, № 7. – С. 101-106.
12. Бернацкий А. Ф., Целебровский Ю. В., Чунчин В.А. Электрические свойства бетона. – М: Энергия, 1980. – 188 с.
13. Пятакин В. И., Базаров С.М., Авдашкевич С. В., Сугаипов У.У. Электроосмос в капиллярно-пористых телах. Материалы 4-ого Минского международного форума по тепло-и массообмену, т.8. Тепломассообмен в капиллярно-пористых телах. – С. 170-174.
14. Бурак Я., Гайвась Б., Кондрат В. До математичного моделювання та вивчення процесу осушення пористих тіл. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – Львів: – 2005, вип. 1. – С. 20-29.
15. Бурак Я., Гайвась Б., Кондрат В. Вплив дисперсії розмірів пор на початковий етап осушення пористих тіл. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – Львів – 2005, вип. 2. – С. 20-29.
16. Таблицы физических величин. Справочник/ Под ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.