

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_y}{\partial t} &= \nu_0 \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\partial E_x}{\partial x \partial y} \right) + \omega Q_x - \gamma_{yx} \frac{\partial E_x}{\partial t} - \gamma_y \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial t} D_x + (\gamma_y - \gamma_x) \omega E_x - 2\gamma_{xy} \omega E_y; \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \xi_{yx} Q_x + \xi_y Q_y + (\xi_x - \xi_y) \omega D_x + 2\xi_{xy} \omega D_y; \\ D_x &= \varepsilon_x E_x + \varepsilon_{xy} E_y; \quad D_y = \varepsilon_{yx} D_x + \varepsilon_y D_y,\end{aligned}\quad (8)$$

де: Q_x, Q_y – компоненти струму заміщення; $\varepsilon_x, \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}, \varepsilon_y$ – електричні проникності середовища, які визначаємо за формулами (7), якщо $h = 1/\xi = \varepsilon$.

Обертальний рух диполя під дією обертового моменту, спричиненого дією на диполь електромагнетного поля, описується рівнянням руху Лагранжа:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (dq(E_y^0 \cos \varphi - E_x^0 \sin \varphi)); \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega, \quad (9)$$

де: E_y^0, E_x^0 – компоненти напруженості електричного поля у початку координат; dq – дипольний момент; J – момент інерції диполя; $M = M(\varphi)$ – момент пружності; κ – коефіцієнт дисипації.

При формуванні початкових і крайових умов значення $Q_x(0), Q_y(0), E_x(0), E_y(0)$, вважаємо відомими з розрахунку попереднього режиму, або приймаємо їх нульовими. Величину E_x приймаємо рівною нулю, а $E_y = u(t)/d$, де d – товщина пластини, по всьому периметру області інтегрування:

$$E_x(t)|_{\Gamma} = 0; \quad E_y(t)|_{\Gamma} = u(t)/d, \quad t \geq 0. \quad (10)$$

Розроблено відповідні алгоритми та комп'ютерні програми. Результати комп'ютації добре узгоджуються з фізикою процесу, а чисельні методи забезпечують стійкість зв'язку.

УДК 630*363.3

Доц. В.В. Кий, канд. техн. наук – НЛТУ України

ДО ПИТАННЯ ПРО ДОВЖИНУ ВИПЕРЕДЖУЮЧОЇ ТРІЩИНИ ТА ЗУСИЛЛЯ, ЩО ПРИ ЦЬОМУ ВИНИКАЮТЬ

Наведено залежність, яка змогу визначити довжину випереджуючої тріщини при статичному зростанні сили, прикладеної до кінця бруса. Доведено також, що зусилля, які виникають на першій стадії розколювання, значно менші при використанні клина порівняно з розривом деревини по всій площі розколювання.

Doc. V.V. Kij – NUFWT of Ukraine

To the question about length of forwarding crack and efforts arising up here

There is resulted dependence which gives possibility to define length of forwarding crack at static growth of enclosed force to the end of the squared balk. Also it is improved that cleaving of arising up effort on the first stage is considerably less at the use of wedge as compared to the break of wood on all area of cleaving.

Розглянемо випадок розколювання дерев'яного бруса вздовж волокон в площині симетрії бруса. Нехай, в одному з кінців бруса прикладені дві сили P , які діють на верхню та нижню частини в протилежних напрямках. Вибере-

мо систему координат XOY , спрямувавши вісь OX в напрямі розколювання та розглянемо одну із частин бруса (рис. 1), замінивши дію другої частини на неї деякими, розподіленими за певним законом, силами $q(x)$.

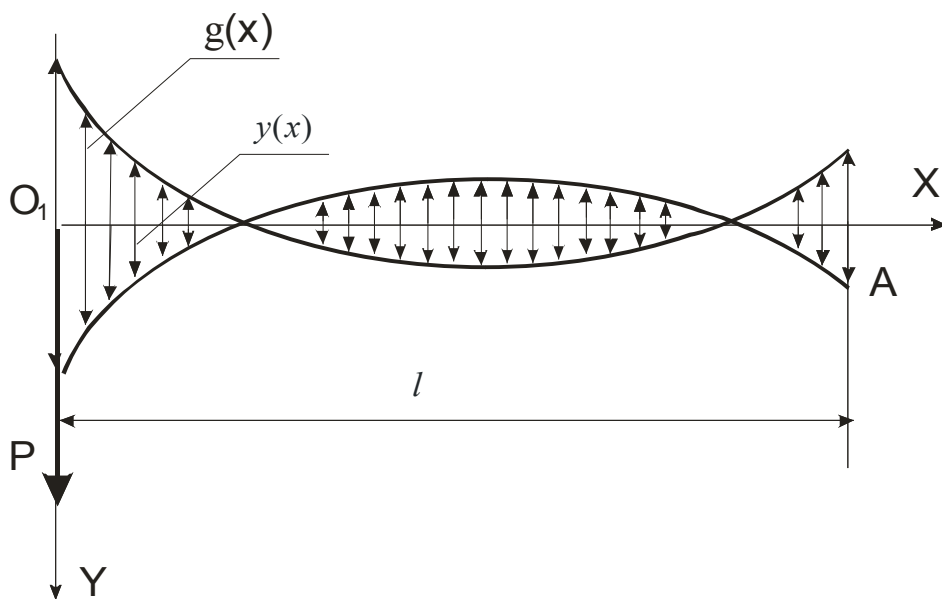


Рис. 1. Схема розподілу напружень

Згідно з гіпотезою Вінклера

$$q(x) = K \cdot y(x), \quad (1)$$

де K – коефіцієнт пропорційності, віднесений до одиниці довжини бруса.

Для визначення прогинів виходимо із відомого диференціального рівняння пружної лінії

$$y^{IV}(X) + 4a^4 y(X) = 0. \quad (2)$$

Опускаючи подробиці розв'язання рівняння (2), запишемо

$$y(X) = Ce^{-ax}. \quad (3)$$

Тут враховано, що $y(X)$ мусить приймати скінченні значення та є періодичною функцією, а число дорівнює

$$a = \sqrt[4]{\frac{K}{4E \cdot I}}. \quad (4)$$

Враховуючи, що при $X = 0$ поперечна сила дорівнює P_1 , маємо

$$E \cdot I \cdot y''' = P, \quad (5)$$

і, виходячи із (3), знаходимо

$$C = \frac{P}{2a^3 \cdot E \cdot I}.$$

Нехай тепер зростаюча сила P прийме таке значення P_1 , при якому нормальні напруження розриву σ_P досягнуть границі міцності деревини $[\sigma_P]$ на розрив поперек волокон.

І рівняння (3) матиме вигляд

$$y_1(X) = \frac{P_1}{2a_1^3 \cdot E \cdot I} \cdot e^{-a_1 x} \cdot \cos a_1 x. \quad (3^1)$$

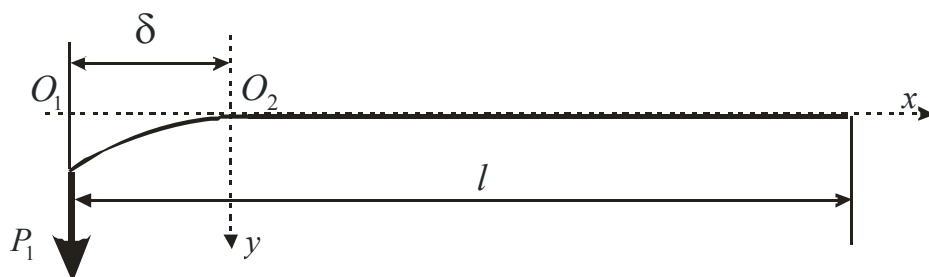


Рис. 2. Схема виникнення випереджуючої тріщини

При цьому по лінії розколювання з'явиться випереджувальна тріщина деякої довжини δ (рис. 2), а прогини бруса на ділянці O_2A будуть визначатись із (2)

$$y_2(X) = e^{-a_2 X} (C_1 \cos a_2 X + C_2 \sin a_2 X). \quad (6)$$

Тут постійні C_1 і C_2 визначаються із умов: при $X = 0$ (в точці O_2) поперечна сила дорівнює P_1 , а згинальний момент дорівнює $M = P_1 \cdot \delta$.

Ці умови після відповідних перетворень дають

$$C_1 = \frac{(1 + a_2 \delta) \cdot P_1}{2a_2^3 \cdot E \cdot I}, \quad C_2 = -\frac{\delta \cdot P_1}{2a_2^2 \cdot E \cdot I}. \quad (7)$$

Тепер знайдемо похідну від $y_2(X)$, виходячи із (6)

$$y_2'(X) = -a_2 e^{-a_2 X} ((C_1 - C_2) \cdot \cos a_2 X + (C_1 + C_2) \sin a_2 X). \quad (8)$$

Запишемо абсолютні значення прогину та кута повороту пружної лінії у вершині випереджуючої тріщини (в точці O_2)

$$y_{20} = \frac{(1 + a_2 \cdot \delta) P_1}{2a_2^3 \cdot E \cdot I}, \quad y_{20}' = \frac{P_1 \cdot (1 + 2a_2 \cdot \delta)}{2a_2^2 \cdot E \cdot I}. \quad (9)$$

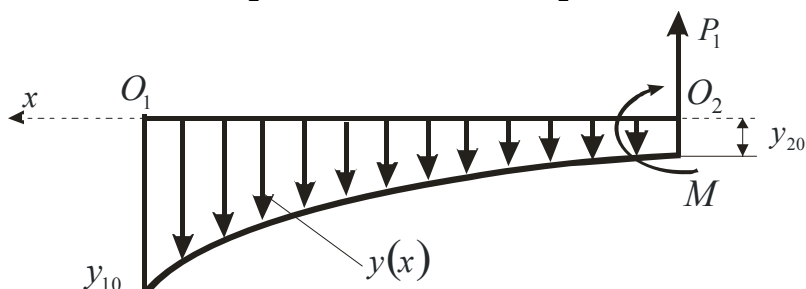


Рис. 3. Схема ділянки зігнутого бруса

Розглянемо тепер ділянку O_1O_2 зігнутої осі бруса і запишемо її рівняння (рис. 3)

$$EI \cdot y(X) = EI y_{20} + EI y_{20}' \cdot X - \frac{P_1}{6} X^3 - \frac{M}{2} X^2 \quad (10)$$

і виходячи із нього для $X = \sigma$ маємо остаточно

$$EI \cdot y_{10} = EI \cdot y_{20} + EI \cdot y_{20}' - \frac{2}{3} P_1 \cdot \delta^3 \quad (10^1)$$

або враховуючи (3¹) при $X = 0$ і (9) та опускаючи подробиці перетворень, знаходимо

$$\frac{1}{2a_1^3} = \frac{(1 + a_2 \cdot \delta)}{2a_2^3} + \frac{1 + 2a_2 \delta}{2a_2^2} \cdot \delta - \frac{2}{3} \delta^3. \quad (11)$$

Звідси можна записати

$$3\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 = 3(1 + a_2\delta) + 3(1 + 2a_2\delta)a_2\delta - 4a_2^3\delta^3. \quad (11')$$

Якщо тепер, виходячи із (4) записати значення a_1 , a_2

$$a_1 = \sqrt[4]{\frac{K_0 l}{4EI}}, \quad a_2 = \sqrt[4]{\frac{K_0(l - \delta)}{4EI}}, \quad (4')$$

то знайдемо,

$$\frac{a_2}{a_1} = \beta = \sqrt[4]{1 - \frac{\delta}{l}} = \sqrt[4]{1 - \frac{a_2\delta}{a_1 l}} \quad (12)$$

або вводячи позначення

$$a_2\delta = Z, \quad a_1 l = Z_0; \quad (13)$$

$$\beta = \frac{a_2}{a_1} = \sqrt[4]{1 - \frac{Z}{Z_0}} \quad (12')$$

і $a_2 = \beta \cdot a_1$.

Тепер із (11') знайдемо після нескладних перетворень

$$1 + 2\left(\sqrt[4]{1 - \frac{Z}{Z_0}} \cdot Z + \left(\sqrt[4]{1 - \frac{Z}{Z_0}} \cdot Z\right)^2\right) = \left(\sqrt[4]{1 - \frac{Z}{Z_0}}\right)^3 \cdot \left(1 + \frac{4}{3}Z^3\right). \quad (14)$$

Отримане рівняння дає змогу визначити довжину випереджуючої тріщини при статичному зростанні сили, прикладеної до кінця бруса. При цьому не враховано, що ця тріщина з'являється раптово.

Якщо тепер вважати, що розколюємо брус прямокутної форми (матеріал суха сосна, $K_0 = 1,4 \text{ кг/мм}^3$, значення параметрів прийmemo: $l = 1400 \text{ мм}$, $h = 200 \text{ мм}$, $E = 1450 \text{ кг/мм}^2$).

$$\text{То } a_1 = \sqrt[4]{\frac{K_0 l}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{3K_0 l}{Ebh^3}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 1,4 \cdot 1400}{1450 \cdot 100 \cdot (200^3)}} = 8,438 \text{ м}^{-1}.$$

І при вибраному l маємо

$$Z_0 = 8,438 \cdot l = 8,438 \cdot 1,4 = 11,81.$$

Тепер із (14) методом послідовних наближень знайдемо

$$Z = 2,329;$$

$$\delta = \frac{2,329}{a_1} = \frac{2,329}{8,438} = 0,276 \text{ м}.$$

Але $Z = a_1\delta$, тому знайдене значення Z відповідає довжині тріщини

Ця довжина тріщини становить $\frac{0,276}{1,4} = 0,197$ від довжини бруса.

Якщо врахувати, що сила P_1 викликала в її точці прикладання граничні напруження $[\sigma_P]$, то в цій точці маємо

$$g_0 = [\sigma_P]b = Ky_0 = K \frac{P_1}{2a_1^3 EI} = K_0 l \frac{P_1}{2a_1^3 EI} = \frac{K_0 l}{4EI} \cdot \frac{4P_1}{2a_1^3} = a_1^4 \cdot \frac{2P_1}{a_1^3} = 2P_1 a_1,$$

і, якщо підставити значення для вибраного матеріалу $[\sigma_P] = 0,16 \text{ кг/мм}^2$, то діюча сила досягає значення

$$P_1 = \frac{[\sigma_P] \cdot b}{2a_1} = \frac{0,16 \cdot 100}{2 \cdot 0,8438 \cdot 10^{-2}} = 0,948 \cdot 10^3 \text{ кг} \approx 9,29 \text{ Кн}.$$

Якщо таку колоду $l = 1,4 \text{ м}$ розривати поперек волокон, то необхідна сила

$$P = [\sigma_P] \cdot b \cdot l = 0,16 \cdot 100 \cdot 1400 = 22400 \text{ кг} = 22,4 \cdot 10^3 \text{ кг} \approx 224 \text{ Кн}.$$

Тобто, в цьому випадку сила мусить бути в 23,63 раза більшою від сили, яка викликає появу тріщини.

Із проведених теоретичних досліджень випливає, що процес ділення деревини вздовж волокон, з точки зору виникаючих зусиль на першій стадії розколювання (до появи випереджуючої тріщини), більш доцільно виконувати клиноподібним робочим органом шляхом поступового впровадження його в деревину, а не розривом її по всій площі ділення.

УДК 539.374

*Ст. наук. співроб. В.Ф. Кондрат, д-р фіз.-мат. наук;
Б.І. Гайвась, канд. фіз.-мат. наук – ЦММ ІППММ НАНУ;
доц. Ю.М. Губер, канд. техн. наук;
доц. Б.М. Гнідець, канд. фіз.-мат. наук – НЛТУ України*

ДО ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ ЗОВНІШНЬОГО ПОСТІЙНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА СУШІННЯ ПОРИСТИХ ТІЛ

Розроблено та проаналізовано математичну модель сушіння початково насиченого вологою пористого шару за умови дії зовнішнього постійного електричного поля (електроосмосу). Встановлено, що процес висушування складається з двох етапів. Вплив електричного поля проявляється на першому з них. Кількісне дослідження динаміки відносної вологості шару показало, що дія електричного поля може приводити до кількакратного зменшення часу сушіння.

Ключові слова: пористе тіло, вологість, масоперенесення, електроосмос, сушіння.

*Senior research worker V.F. Kondrat; B.I. Gayvas' – CMM IPPMM NANU;
doc. Yu.M. Huber; doc. B.M. Hnidec – NUFWT of Ukraine*

On Study of Influence of External Constant Electrical Field on Drying Porous Bodies

A mathematical model is constructed and analyzed for drying an initially humidity saturated porous layer under the condition of external electrical field (electroosmosis). It is established that drying process consists of two stages. Electrical field influence becomes apparent in the first stage. Quantitative analysis of layer relative humidity dynamics shows that an electrical field acting can lead to several times decrease of drying time.

Keywords: porous body, humidity, mass transfer, electroosmosis, drying.

Вступ. Питання інтенсифікації процесу сушіння пористих матеріалів, розробки теоретичних засад і математичних моделей процесу, методів розв'я-