

відповідати дійсності, позаяк кінцеві результати залежать тільки від конкретних розмірів торця колоди, товщин дощок, кількості секторів та інших чинників, у тому числі і товщини пропилю. Тільки конкретні розрахунки за допомогою розробленого програмного забезпечення дають змогу зробити обґрунтовані висновки і прийняти виважені управлінські рішення.

Висновок

Запропоновано методику визначення оптимальних схем розкрою сектора колоди на тангентальні пиломатеріали, яка базується на максимальній ефективності використання частини поперечного перерізу торця сектора для виготовлення обрізної дошки. Розроблено математичну модель і відповідне програмне забезпечення, які дають змогу автоматизувати процес розрахунку оптимальних товщин тангентальних пиломатеріалів, що уможливорює створення САР процесом розкрою колод на спеціальні пиломатеріали з використанням стрічкопилкового обладнання.

Література

1. Грицюк Ю.І., Яцишин С.І. Визначення оптимальних схем розкрою колод на радіальні пиломатеріали// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2005, вип. 15.3. – С. 115-125. .
2. Масвський В.О. Математична модель розпилювання колод на радіальні пиломатеріали секторним способом// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 1998, вип. 8. – С. 116-121.
3. Титков Г.Г. Основы теории максимальных поставов// Механическая обработка древесины. – М., 1939, № 2-3.
4. Аксёнов П.П., Макарова Н.С., Прохоров И.К., Тюкина Ю.П. Технология пиломатериалов/ Учебн. для вузов. Изд. 2-е, переработ. и доп. – М.: Лесн. пром-сть, 1976. – 480 с.

УДК 674.047

*Проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук;
аспір. А.В. Бакалець – НЛТУ України*

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙНО-РЕЛАКСАЦІЙНИХ І ТЕПЛОМАСООБМІННИХ ПОЛІВ У ВИСУШУВАНІЙ ДЕРЕВИНІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Запропоновано застосування методу скінченних елементів для послідовного розв'язування двох двовимірних задач. Перша задача моделює зміну температурно-вологісних полів у деревині у процесі сушіння. Друга задача враховує результати обчислень першої задачі та моделює розподіл деформаційно-релаксаційних полів, що виникли внаслідок зміни температури та вмісту вологи. Обидві задачі враховують анізотропну та нелінійну залежність фізико-механічних властивостей деревини від потенціалів тепломасоперенесення.

Prof. Ya.I. Sokolovsky; doctorate A.V. Bakalets – NUFWT of Ukraine

The Numerical Modeling of the Deformation-Relaxation and Heat-Mass Exchange Fields in Drying Wood by Finite Elements Method

We have proposed an application of finite elements method for solving two 2D problems. The first problem is a model of alteration of transient temperature and humidity fields in the process of wood drying. The second problem takes into account the computation of

the first problem and models the distribution of deformation-relaxation fields, which appears in the result of temperature and humidity change. Both problems consider the anisotropic and the illinear dependence of physical and mechanical properties of wood from the potentials of heat and mass exchange.

Актуальність досліджень

Розробка технологічних процесів сушіння деревини у камерах, критерієм оптимальності яких є якість висушуваних пиломатеріалів, потребує наявності інформації про розподіл деформаційно-релаксаційних і температурно-вологісних полів у матеріалі. Сучасні математичні моделі дають змогу змодельовувати структурні і фізико-механічні властивості деревини у процесі сушіння. У випадку деревини, для адекватності моделі реальним фізичним процесам, необхідно скористатись нелінійною математичною моделлю, яка враховує властивість анізотропності, що, у свою чергу, унеможлиблює використання аналітичних методів до її розв'язування.

У цій статті запропоновано модель розрахунку зв'язаних деформаційно-релаксаційних та температурно-вологісних полів у висушуваній деревині та описано застосування методу скінченних елементів для чисельного розв'язування цієї математичної моделі.

Аналіз відомих результатів

Питанням чисельного моделювання двовимірних температурно-вологісних полів деревини у процесі сушіння присвячені роботи [2-4]. У них запропоновано аналітичні, графоаналітичні та чисельні методи для розрахунку двовимірного розподілу температури та вологості на окремих етапах процесу сушіння деревини зі сталими коефіцієнтами тепломасоперенесення.

Наведемо формулювання, алгоритм та результати чисельного моделювання зв'язаних деформаційно-релаксаційних та тепломасообмінних полів висушуваної деревини методом скінченних елементів з врахуванням анізотропії та нелінійної залежності фізико-механічних властивостей матеріалу від температури і вологості. Ці результати є продовженням досліджень [5, 6], в яких методом скінченних елементів визначено вологісні поля і напружено-деформівний стан деревини у процесі сушіння з врахуванням реологічних властивостей матеріалу.

Постановка задачі та фізико-математична модель

Сформулюємо задачу та опишемо фізико-математичну модель. З огляду на те, що розмір пиломатеріалу у перерізі вздовж волокон практично завжди більший від розмірів поперечного перерізу, доцільно розглядати лише двовимірну задачу. Отже, розглянемо нестационарні задачу тепловологообміну та задачу розподілу деформаційно-релаксаційних полів в області $\Omega = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2) : x_i \in [0, l_i], i = 1, 2\}$, що являє собою поперечний перетин прямокутного дерев'яного бруса, центр якого суміжний з початком координат (рис. 1), для зміни тривалості сушіння на проміжку $\tau \in [0, T]$.

Згідно з [5], розподіл температури $t(x_1, x_2, \tau)$ та вмісту вологи $U(x_1, x_2, \tau)$ у разі відсутності градієнта загального тиску описується системою

диференціальних рівнянь у частинних похідних з відповідними початковими та граничними умовами:

$$\begin{aligned} c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial t}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial t}{\partial x_2} \right) + \varepsilon \rho_0 r \frac{\partial U}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \frac{\partial U}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a_1 \delta \frac{\partial t}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(a_2 \delta \frac{\partial t}{\partial x_2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

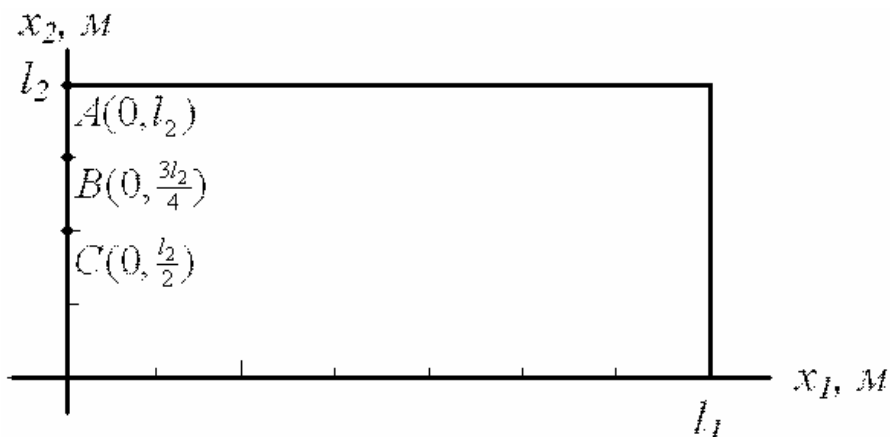


Рис. 1. Схема поперечного перерізу бруса (l_1, l_2 – половини геометричних розмірів)

Початкові умови:

$$t|_{\tau=0} = t_0; \quad U|_{\tau=0} = U_0. \quad (2)$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} \lambda_i \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x_i=l_i} + \rho_0 (1-\varepsilon) \beta_i (U|_{x_i=l_i} - U_p) &= \alpha_i (t_c - t|_{x_i=l_i}); \quad \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x_i=0} = 0; \\ \left(a_i \frac{\partial U}{\partial x} + a_i \delta \frac{\partial t}{\partial x} \right) \Big|_{x_i=l_i} &= \beta_i (U_p - U|_{x_i=l_i}); \quad \left(\alpha_i \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha_i \delta \frac{\partial t}{\partial x} \right) \Big|_{x_i=0} = 0; \quad i=1,2, \end{aligned} \quad (3)$$

де: $t_0(x, y)$, $u_0(x, y)$ – початкові розподіли температури та вмісту вологи у матеріалі; t_c – температура середовища; $u_p(t, \varphi)$ – рівноважна вологість; $c(t, u)$ – теплоємність; $\rho(u)$ – густина; $\lambda_1(t, u)$, $\lambda_2(t, u)$ – коефіцієнти теплопровідності у напрямках анізотропії; ε – коефіцієнт фазового переходу; ρ_0 – базисна густина; r – питома теплота пароутворення; $\delta(t, u)$ – термоградієнтний коефіцієнт; $a_1(t, u)$, $a_2(t, u)$ – коефіцієнти вологопровідності у напрямках анізотропії; $\alpha_1(t_c, v)$, $\alpha_2(t_c, v)$ – коефіцієнти теплообміну; $\beta_1(t_c, \varphi, v)$, $\beta_2(t_c, \varphi, v)$ – коефіцієнти волого обміну; φ та v – відносна вологість та швидкість руху агента сушіння відповідно.

Для моделювання напружено-деформівного стану деревини знайдемо компоненти вектора переміщень $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$, який задовольняє в області Ω рівняння рівноваги

$$\mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} = 0. \quad (4)$$

Граничні умови (що враховують симетричність області задачі Ω) є такими:

$$u_i|_{x_i=0} = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_{ii}|_{x_i=l_i} = 0, \quad (6)$$

Тут введені позначення: $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T$ – вектор компонент напружень; $\mathbf{B}$ – матриця диференціальних операторів

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} \end{bmatrix}.$$

Співвідношення між переміщеннями та вектором деформацій $\varepsilon = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12})^T$ записується таким чином:

$$\varepsilon = \mathbf{B} \mathbf{u}. \quad (7)$$

Зв'язок між компонентами напружень та деформацій деревини у процесі сушіння базується на інтегральних рівняннях в'язкопружності і визначається за формулами [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t) &= C_{11}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{T1}) - C_{11} \int_0^t R_{11}(t, \tau) \varepsilon_{11}(\tau) d\tau + C_{12}(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{T2}) - C_{12} \int_0^t R_{12}(t, \tau) \varepsilon_{22}(\tau) d\tau; \\ \sigma_{22}(t) &= C_{21}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{T1}) - C_{21} \int_0^t R_{21}(t, \tau) \varepsilon_{11}(\tau) d\tau + C_{22}(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{T2}) - C_{22} \int_0^t R_{22}(t, \tau) \varepsilon_{22}(\tau) d\tau; \\ \sigma_{12}(t) &= 2C_{33}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_{T3}) - 2C_{33} \int_0^t R_{33}(t, \tau) \varepsilon_{12}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{де } \varepsilon_T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{T1} \\ \varepsilon_{T2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \Delta t + \beta_1 \Delta U \\ \alpha_2 \Delta t + \beta_2 \Delta U \\ 0 \end{bmatrix} - \text{вектор деформацій, що зумовлені змінними}$$

градієнтами температури Δt та вмісту води ΔU відповідно. Для анізотропного тіла, у разі плоского напружено-деформованого стану, матриця пружності має вигляд:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{1 - \nu_1 \nu_2} & \frac{\nu_1 E_{22}}{1 - \nu_1 \nu_2} & 0 \\ \frac{\nu_1 E_{22}}{1 - \nu_1 \nu_2} & \frac{E_{22}}{1 - \nu_1 \nu_2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}.$$

Тут E_{11} , E_{22} – модулі Юнга, ν_1 , ν_2 – коефіцієнти Пуассона, μ – модуль зсуву.

У цій задачі враховано, що коефіцієнти матриці пружності залежать від значень температури та вмісту вологості матеріалу. Ядра релаксації $R_{ij}(t, \tau)$ мають вигляд

$$R = R(t, \tau) = R_1(t - \tau) \cdot R_2(\tau) = \left[\sum_j \eta_j e^{-\chi_j(t-\tau)} \right] \cdot \left[\sum_j \mu_j e^{-\kappa_j(\tau-\tau_0)} \right], \quad (9)$$

де параметри η_j , χ_j , μ_j , κ_j , τ_0 , N визначаються з умов мінімуму квадратичного відхилення експериментальних кривих.

Результати досліджень деформацій повзучості та оберненої повзучості деревини поперек волокон [8] дали змогу побудувати необхідні для розрахунку напружено-деформівного стану пиломатеріалів у процесі сушіння функції реологічної поведінки деревини з врахуванням накопичення залишкових деформацій. Тому, підставивши співвідношення (7) у формулу (8), а потім у рівняння (4), отримаємо рівняння рівноваги, аналогічні рівнянням Ляме, де роль додаткових об'ємних сил будуть відігравати градієнти температури та вмісту води. Таким чином, якщо до рівнянь (4), (7), (8) та граничних умов (5), (6) додати початкову умову вигляду

$$U_i|_{\tau=0} = 0, \quad (10)$$

то отримаємо нестационарну задачу визначення напружено-деформівного стану висушуваної деревини.

Чисельне розв'язування моделі

Чисельне розв'язування початково-крайової задачі (1)-(3) обговорено у статті [5]. Надалі будемо вважати, що результати чисельного розв'язування задачі тепловологообміну (1)-(3) відомі, тобто знайдено розподіл температури та вологовмісту у кожній точці області Ω та у кожен момент часу з проміжку $\tau \in [0, T]$.

Еквівалентне варіаційне формулювання для описаної нестационарної задачі в'язкопружності можна отримати аналогічним шляхом, як це було зроблено для задачі тепломасообміну. Але для даного класу задач поширеним є варіаційне формулювання на основі принципу Лагранжа (принципу мінімуму повної потенціальної енергії). Серед допустимих переміщень $\mathbf{u}$ деревини як в'язкопружного тіла, що належать простору

$$H_A = \{\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T : u_i|_{x_i=0} = 0, u_i \in W_2^1(\Omega), i = 1, 2\},$$

є переміщення, що відповідають положенню рівноваги і надають мінімальне значення функціоналу Лагранжа

$$\Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} d\Omega + \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \int_0^t \mathbf{R}(t, \tau) \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) d\tau d\Omega - \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} (\boldsymbol{\alpha} \Delta T + \boldsymbol{\beta} \Delta U) d\Omega. \quad (11)$$

Підставляючи у функціонал (11) вирази (7), (8), отримаємо

$$\Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \mathbf{C} \int_0^t \mathbf{R}(t, \tau) \mathbf{B} \mathbf{u} d\tau d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \mathbf{C} (\boldsymbol{\alpha} \Delta T + \boldsymbol{\beta} \Delta U) d\Omega, \quad (12)$$

Розв'язок задачі про мінімум функціоналу (12) методом скінченних елементів шукається у скінченному підпросторі S_N енергетичного простору H_A . Базисні функції визначаються на чотирикутниках, що покривають сіткою область Ω і не перетинаються між собою. Тоді переміщення на кожному елементі виражаються через вузлові значення переміщень, таким чином

$$u_1(\mathbf{x}, \tau) = \sum_{i=1}^N u_{1i}(\tau) \varphi_i(\mathbf{x}), \quad u_2(\mathbf{x}, \tau) = \sum_{i=1}^N u_{2i}(\tau) \varphi_i(\mathbf{x}). \quad (13)$$

Введемо розбиття за часом за правилом $\theta_k = \tau_k = k\Delta\tau$, $\Delta\tau = \frac{T}{S}$, де S – ціле число, та позначимо $\mathbf{u}_k = \{u_1(\tau_k), u_2(\tau_k)\}^T$. Підставляючи співвідношення (13) у функціонал (12) і просумувавши за всіма скінченними елементами, із умови мінімуму функціоналу (12) $\delta\Pi = 0$, отримаємо на кожному кроці за часом, систему лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \mathbf{u}_k d\Omega + \frac{\Delta\tau}{2} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{R}(t_k, \tau_k) \mathbf{B} \mathbf{u}_k d\Omega = \\ & = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \mathbf{C} (\alpha \Delta T + \beta \Delta U) d\Omega - \sum_i^{k-1} \Delta\tau \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{R}(t_k, \tau_i) \mathbf{B} \mathbf{u}_i d\Omega. \end{aligned} \quad (14)$$

Співвідношення (14) явно показує, що обчислені на k -му кроці компоненти вектора переміщень $\mathbf{u}_k$ (в лівій частині) залежать від градієнта температури та вологості та від попередніх станів системи (у правій частині).

Чисельні розрахунки реалізовані об'єктно-орієнтованою мовою програмування Java, а для візуалізації чисельних результатів використано можливості середовища Mathematica.

Результати чисельного моделювання

Чисельний експеримент визначення нестационарного розподілу деформаційно-релаксаційних полів у процесі сушіння деревини на основі наведеного алгоритму реалізації фізико-математичної моделі (1)-(9) проведемо для дуба ($\rho_0 = 530 \text{ кг/м}^3$) з початковими значеннями вологовмісту $u_0 = 0,3 \text{ кг/кг}$ і температури $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ та за таких умов процесу сушіння: $t = 79 \text{ }^\circ\text{C}$, $\varphi = 77\%$, $v = 2 \text{ м/с}$. Для визначення параметрів функцій реологічної поведінки деревини було використано експериментальні дані [7, 8]. Зокрема, миттєвий модуль пружності знаходився за формулою $E(U, t) = 24.4tU - 3130U - 9.5t + 1200$. Вхідні значення теплофізичних характеристик деревини залежно від зміни температури і вологості наведено в [5].

На рис. 2 наведено розподіл компонент напружень у різних точках поперечного перерізу дошки тангентального розпилювання залежно від тривалості сушіння. Крива 1 відповідає зміні компонент напружень на границі взірця в точці $A(0, l_2)$, криві 2 та 3 – всередині матеріалу в точках $B(0, \frac{3l_2}{4})$ та $C(0, \frac{l_2}{2})$.

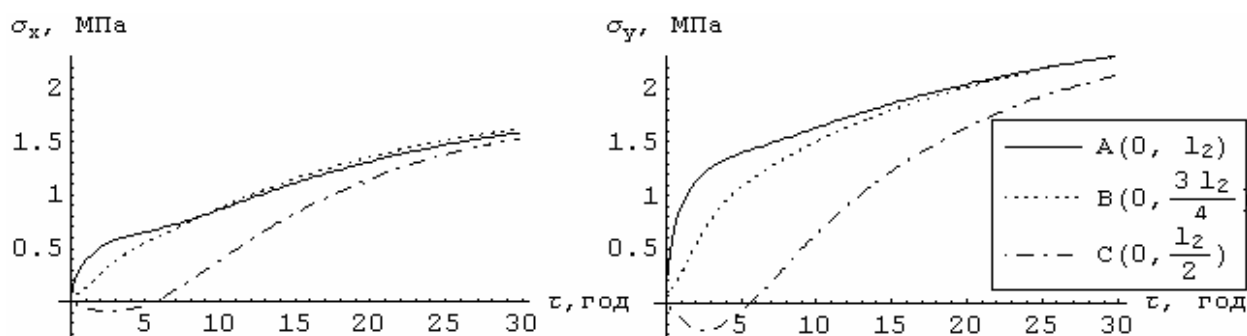


Рис. 2. Розподіл напружень σ_x та σ_y в часі в різних точках взірця

Графіки на рис. 3-4 зображають розподіл нормальних напружень всередині матеріалу вздовж осі x_1 для $x_2 = l_2$ та $x_2 = \frac{l_2}{2}$. Три криві на кожному з графіків відповідають часу 10 год., 20 год. та 30 год. відповідно.

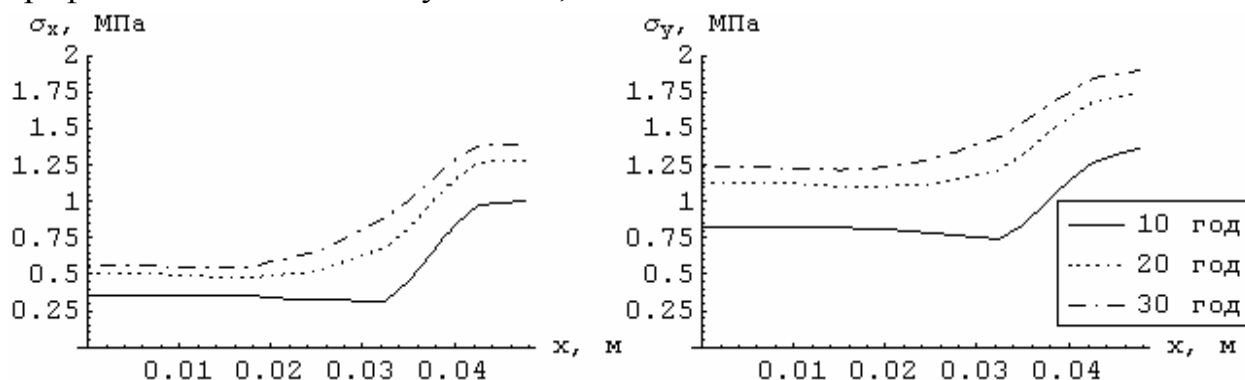


Рис. 3. Розподіл напружень σ_x та σ_y в різні моменти часу в напрямку осі x_1 для $x_2 = l_2$

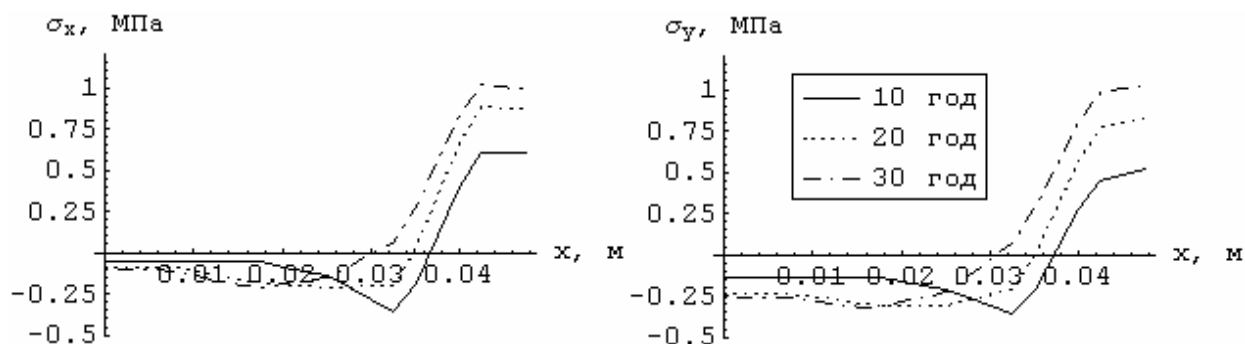


Рис. 4. Розподіл напружень σ_x та σ_y в різні моменти часу в напрямку осі x_1 для $x_2 = \frac{l_2}{2}$

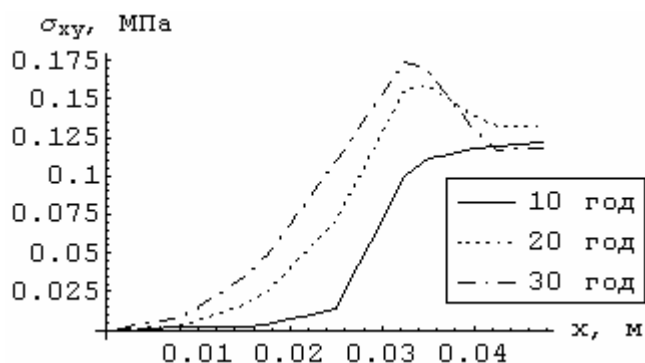


Рис. 5. Розподіл напружень σ_{xy} та в різні моменти часу в напрямку осі x_1 для $x_2 = \frac{3l_2}{4}$

Висновок

Обґрунтовано формулювання та на основі чисельної реалізації методу скінченних елементів розв'язано важливу для процесу сушіння задачу визначення двовимірного напружено-деформівного стану деревини з врахуванням реологічних властивостей матеріалу, анізотропії фізико-механічних характеристик в умовах неізотермічного тепломасоперенесення. На основі розроблених алгоритмів проведено чисельний експеримент впливу розподілу гігроскопічної вологи, геометричних розмірів, структурної анізотропії на величини нормальних і тангенціальних напружень.

Література

1. Метод конечных элементов: теория, алгоритмы, реализация/ В.А. Толок, В.В. Киричевский и др. – К.: Наук. думка. – 2003. – 316 с.
2. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
3. Шубин Г.С. Сушка и тепловая обработка древесины. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 336 с.
4. Дендюк В.М., Поберейко В.П., Соколовський Я.І. Застосування методу кінцевих елементів для розрахунку нестационарних полів вологоперенесення у висушуваній деревині// Лісове госп-во, лісова, паперова і д/о пром-сть. – Львів: УкрДЛТУ. – 2003, вип. 28. – С. 100-106.
5. Соколовський Я.І., Бакалець А.В. Розрахунок анізотропних нестационарних температурно-вологісних полів у висушуваній деревині методом скінчених елементів// Лісове госп-во, лісова, паперова і д/о пром-сть. – 2004, вип. 29. – С. 109-117.
6. Бакалець А.В., Соколовський Я.І. Моделювання нелінійних тепломасообмінних процесів у висушуваній деревині методом скінченних елементів// Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: НУ "Львівська політехніка". – 2005, вип. 12. – С. 16-21.
7. Уголев Б.Н. и др. Контроль напряжений при сушке древесины. – М.: Лесн. пром-сть, 1980. – 208 с.
8. Соколовський Я.І., Андрашек Й.В. Методика та результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць – Львів: УкрДЛТУ. – 1999, вип. 9.13. – С. 15-26.

УДК 620.193

Доц. О.Б. Гасій, канд. техн. наук;
проф. В.М. Голубець, д-р техн. наук – НЛТУ України

КОРОЗИЙНА СТІЙКІСТЬ ЙОННО-ПЛАЗМОВИХ ВАКУУМНИХ ПОКРИТТІВ НА ОСНОВІ ХІМІЧНИХ СПОЛУК ЗАЛЕЖНО ВІД ВПЛИВУ КОРОЗИЙНОГО СЕРЕДОВИЩА І ТОВЩИНИ КОНДЕНСАТУ

Наведено результати досліджень корозійної стійкості йонно-плазмових покриттів у 5 %-их розчинах H_2SO_4 і H_3PO_4 за швидкістю корозії та кінетикою електродних потенціалів, а також впливу товщини покриттів на їх корозійні властивості.

Doc. O.B. Hasiy; prof. V.M. Holubets – NUFWT of Ukraine

Corrosion durability of ion-plasma vacuum coatings based on chemical compounds according to corrosion fluids and condensate thickness

The results of researches of corrosion durability of ion-plasma vacuum coatings in 5 % H_2SO_4 and 5 % H_3PO_4 solutions by corrosion rate, electrode potentials kinetics and influence of coatings thickness are shown.