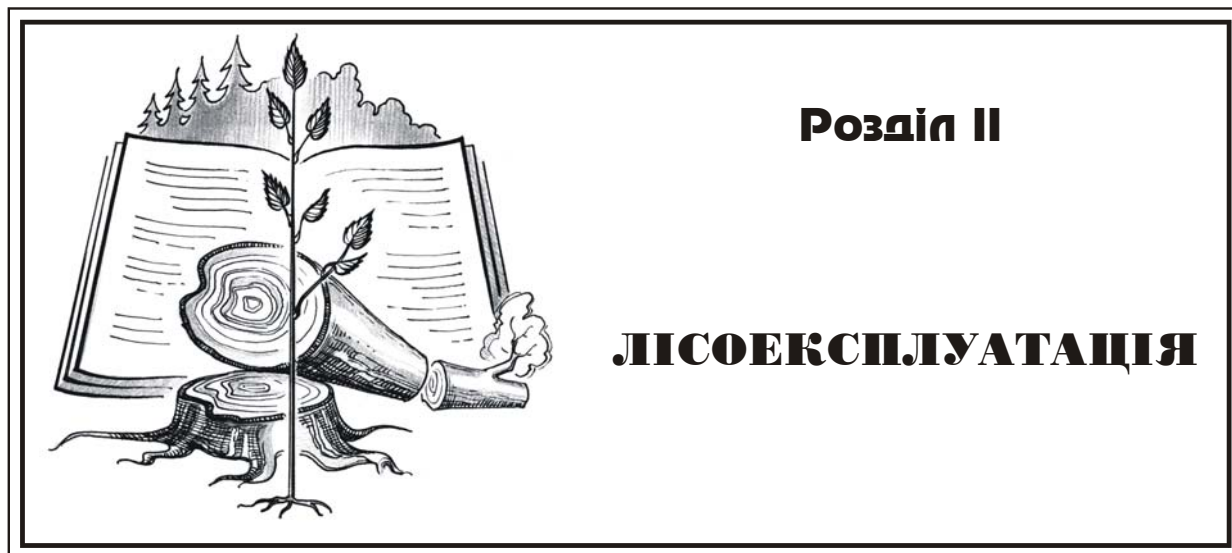




УДК 534.111

*Проф. М.П. Мартинців, д-р техн. наук – УкрДЛТУ;
доц. М.Б. Сокіл – НУ "Львівська політехніка"*

ОДНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ МЕТОДУ Д'АЛАМБЕРА ДЛЯ СИСТЕМ, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬСЯ ПОЗДОВЖНІМ РУХОМ

Запропоновано методику дослідження хвильових процесів в однорідних одновимірних системах, які характеризуються поздовжнім рухом. В основу досліджень покладено узагальнення методу Д'аламбера на деякі класи диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Ключові слова: хвилі, частота, хвильове рівняння, амплітуда, хвильове число.

Prof. M.P. Martynciv – USUFWT; Doc. M.B. Sokil – NU "Lvivska politehnica"

One generalization of a method D'alambert for systems, which are characterized by longitudinal movement

The technique of research of oscillatory processes of homogeneous one-dimensional systems is offered, which are characterized longitudinal by movement. In a basis of researches the generalization of a method D'alambert on some classes of the differential equations in private derivative is necessary

Keywords: wave, frequency, wave alignment, amplitude, wave number.

Дослідження динамічних процесів в одно чи багатовимірних пружних системах, які характеризуються поздовжнім рухом навіть для лінійного випадку пов'язане зі значними математичними труднощами побудови розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними, що описують їх рух. Для таких диференціальних рівнянь не вдається застосувати ні класичний апарат відокремлення змінних (метод Фур'є), ні метод Д'аламбера побудови розв'язків хвильових рівнянь. Крім цього, класичний метод Д'аламбера не враховує способу закріплення середовища (крайових умов) при описі динамічного процесу, тобто наперед задається форма профілю хвилі. Проте цілий ряд інженерних задач (канат чи стрічка, які рухаються вздовж своєї осі, трубопровід, по якому протікає рідина й ін.) описуються за вказаного типу диференціальними рівняннями і вони певним чином закріплені. Розв'язання саме таких математичних і прикладних проблем, пов'язаних із динамічними процесами рухомих середовищ, є предметом досліджень даної роботи.

Відомо [1], математичною моделлю поздовжніх коливань одновимір-ного однорідного пружного середовища, яке рухається вздовж своєї геомет-ричної осі зі сталою швидкістю, є диференціальне рівняння:

$$u_{tt} + 2\beta u_{xt} - \alpha^2 u_{xx} = 0, \quad (1)$$

в якому $u(x, t)$ – переміщення вздовж осі ОХ перерізу з координатою x у до-вільний момент часу t ; α, β – сталі, які виражаються через фізико-механічні і кінематичні параметри середовища.

Залежно від способу закріплення середовища рівняння (1) будемо роз-глядати при крайових умовах

$$u(x, t)|_{x=0} = u(x, t)|_{x=l} = 0, \quad (2a)$$

$$u_x(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=l} = 0, \quad (2б)$$

$$u(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=l} = 0, \quad (2в)$$

які відповідають обом закріпленням (крайові умови (2a)), обом вільним (кра-йові умови (2б)), чи закріпленому початку і вільному (крайові умови (2в)) кі-нцю середовища. Розв'язок сформульованих крайових задач для рівняння (1) будемо шукати у вигляді накладання прямої і відбитої хвиль

$$u(x, t) = C_1 \cos(kx + \omega t + \varphi) + C_2 \cos(\rho x - \omega t + \psi), \quad (3)$$

де $\varphi, \psi, k, \rho, \omega, C_1, C_2$ – сталі, зміст і вигляд яких буде встановлено нижче.

Ідея такого підходу до дослідження хвильових процесів започаткована ще у працях Д'аламбера і вона отримала новий імпульс розвитку в останні де-сятиліття (див., наприклад, роботи [2-5]), а сам метод для багатьох випадків є поки що одним із нескладних аналітичних методів дослідження динамічних процесів як рухомих, так і нерухомих систем. Як підтверджує практика, для хвильових процесів у нерухомих скінченій довжини однорідних системах, профілі прямої і відбитої хвиль ідентичні. Що стосується рухомого середо-вища, то навіть стала швидкість руху останнього призводить до "спотворен-ня" профілю відбитої хвилі. Для врахування останнього, автори роботи зап-ропонували відображати хвильовий процес у рухомих середовищах у вигляді накладання хвиль із різними хвильовими числами k і ρ . Крім цього, у ро-ботах [2-4] не досліджувалось таке важливе питання як вплив способу закріп-лення середовища на профіль хвилі.

Співвідношення (3) буде розв'язком диференціального рівняння (1), якщо хвильові числа прямої і відбитої хвиль та частота ω пов'язані диспер-сійними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \alpha^2 k^2 - \omega^2 - 2\beta k\omega &= 0, \\ \alpha^2 \rho^2 - \omega^2 + 2\beta \rho\omega &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Виключаючи зі співвідношень (4) частоту ω отримаємо зв'язок між параметрами k і ρ – хвильовими числами прямої і відбитої хвиль $\rho = \gamma k$, $\gamma = 1 + 2\alpha^{-2}\beta^2 \pm 2\alpha^{-1}\beta\sqrt{1 + \alpha^{-2}\beta^2}$, а із крайових умов (2a)-(2в) – залежності

для зв'язку між амплітудами, початковими фазами, хвильовими числами прямої і відбитої хвиль (тобто параметрами C_1 і C_2 ; φ і ψ ; κ і ρ)

$$\begin{aligned} C_1 \cos(\omega t + \varphi) + C_2 \cos(-\omega t + \psi) &= 0, \\ C_1 \cos(\kappa l + \omega t + \varphi) + C_2 \cos(\rho l - \omega t + \psi) &= 0; \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} C_1 \kappa \sin(\omega t + \varphi) - C_2 \rho \sin(-\omega t + \psi) &= 0, \\ C_1 \sin(\kappa l + \omega t + \varphi) + C_2 \rho \sin(\rho l - \omega t + \psi) &= 0; \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} C_1 \cos(\omega t + \varphi) + C_2 \cos(-\omega t + \psi) &= 0, \\ C_1 \kappa \sin(\kappa l + \omega t + \varphi) + C_2 \rho \sin(\rho l - \omega t + \psi) &= 0. \end{aligned} \quad (5в)$$

Системи тригонометричних рівнянь будуть виконуватись для довільного значення параметра t , якщо невідомі величини φ, ψ, κ зв'язані тригонометричними рівняннями

$$\begin{aligned} \sin(\varphi + \psi) &= 0, \\ \sin[\kappa(1 + \gamma)l + \varphi + \psi] &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Що стосується сталих інтегрування C_1 і C_2 , то між ними, як випливає із (5a)-(5в) і (6), існує зв'язок: $C_1 = -C_2$ для крайових умов (2a) і (2в), та $C_1 = \gamma C_2$. Отримані тригонометричні залежності (6) показують: а) пряма і відбита хвилі як у рухомому, так і нерухомому ($\beta = 0$) однорідних середовищах рухаються у протифазах ($\varphi + \psi = 0$) або їх фази зсунуті на сталу величину ($\varphi + \psi = \pi$); б) хвильові числа прямої і відбитої хвиль та частоти хвильових пакетів відповідно рівні $\kappa = n\pi \frac{1}{(\gamma + 1)l}$, $\rho = n\pi \frac{\gamma}{(\gamma + 1)l}$, $\omega = n\pi \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta(\gamma + 1)l}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$); в) амплітуди прямої і відбитої хвиль для крайових умов (2a) і (2в) рівні, а для крайових умов (2б) різні.

Таким чином, динамічний процес в одновимірних середовищах, рух яких описується розглянутими крайовими задачами для диференціального рівняння (1), можна описати залежностями:

$$u(x, t) = a \begin{cases} \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(x + \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t + \varphi \right) - \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(\gamma x - \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t - \varphi \right), \\ \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(x + \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t + \varphi \right) + \gamma \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(\gamma x - \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t - \varphi \right), \\ \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(x + \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t + \varphi \right) + \cos \frac{n\pi}{(\gamma + 1)l} \left(\gamma x - \frac{\alpha^2(1 - \gamma)}{2\beta} t - \varphi \right). \end{cases} \quad (7)$$

Необхідно зауважити, що з викладеного при $\beta = 0$, як окремий випадок, отримуються результати, які стосуються опису хвильових процесів у нерухомих одновимірних середовищах [5].

Література

1. Горошко О.А., Савин Г.Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. – К.: Наук. думка, 1972. – 224 с.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977. – 624 с.
3. Митропольский Ю.А. О построении асимптотического решения возмущенного уравнения Брезертона// Укр. мат. журн. – 1998. – 50, № 1. – С. 58-71.
4. Митропольський Ю.О. Сокіл Б.І. Про застосування Ateb-функцій для побудови асимптотичного розв'язку збуреного нелінійного рівняння Клейна-Гордона// Укр. мат. журн. – 1998. – 50, № 5. – С. 665-670.
5. Мартинців М.П., Сокіл Б.І., Сокіл М.Б. Хвильові процеси в однорідних нелінійно пружних системах і методи їх дослідження// Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2003. – 136-143 с.
6. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.

УДК630*232.32:658.011.54

Доц. В.К. Тіунчик, канд. с.-г. наук – УкрДЛТУ

КОМПЛЕКСНА МЕХАНІЗАЦІЯ І НОВА ТЕХНІКА ДЛЯ ВИРОЩУВАННЯ САДИВНОГО МАТЕРІАЛУ У ЛІСОВИХ РОЗСАДНИКАХ

Викладено питання механізації робіт у лісових розсадниках, а також наведена нова техніка для проведення цих робіт. На основні машини і знаряддя подається коротка технічна характеристика.

Doc. V.K. Tiunchyk – USUFWT

Complex Mechanization And New Equipment For Growing Garden Material In Forest Nurseries

Problems of mechanization of operations in forest nurseries as new equipment for it have been delivered. On the basis of machines and equipment brief characteristics have been given.

З усіх видів робіт у лісовому господарстві найбільш складною і трудомісткою є вирощування садивного матеріалу в лісових розсадниках. Комплексне використання засобів механізації дозволить підвищити продуктивність праці в лісових розсадниках, знизити собівартість посівного матеріалу за високої її якості. Впровадження комплексної механізації дає найбільший ефект у великих за площею розсадниках. У таких розсадниках можуть широко використовуватися тракторні агрегати і передові технологічні прийоми вирощування сіянців і саджанців.

Технологічні процеси вирощування садивного матеріалу у лісозасадниках аналогічні відповідним процесам при вирощуванні сільськогосподарських культур, особливо просапних і овочевих. Тому у розсадниках широко використовуються сільськогосподарські машини для: підготовки ґрунту, внесення органічних і мінеральних добрив, поливань, боротьби з шкідниками і хворобами хімічними засобами тощо. На жаль, така техніка не завжди відповідає лісівничим і лісокультурним вимогам. У наш час вчені і лісівники Росії провели значні роботи з удосконалення і модернізації існуючої техніки. Удосконалена сівалка СЛУ–5–20, мульчувач насіння МСН–0,75, а також ви-