



Розділ V

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ГАЛУЗІ

УДК 674:621.928.93

*Проф. Є.М. Лютий, д-р техн. наук;
доц. Л.О. Тисовський, канд. фіз.-мат. наук – УкрДЛТУ;
доц. О.С. Кондур¹, канд. мат. наук; А.В. Ляшеник²*

ДО ВИВЕДЕННЯ РІВНЯННЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ПИЛУ У ФІЛЬТРУВАЛЬНОМУ ЦИКЛОНІ

Описано диференціальне рівняння руху частинки пилу у фільтрувальному циклоні. Теоретично описано вплив параметрів циклона на його ефективність. Одержано теоретичні траєкторії руху частинки у фільтрувальному циклоні.

*Ye.M. Liutyj, L.O. Tysovski – USUFWT; O.S. Kondur – State University of
Prykarpattia; A.V. Liashenyk – Polytechnic College of Kolomyja*

To the problem of equation of particle movement in filter cyclone

This article describes the differential equation of movement of a particle in a filter cyclone.

Вже багато років на підприємствах деревообробної галузі циклони використовуються для очищення аспіраційного повітря.

Поряд з відомими [1] перевагами таких пристроїв, основними їх недоліками є високий гідравлічний опір і низька ефективність уловлення дрібних фракцій пилу. При цьому основними негативними факторами вважаються радіальний стік і турбулентність потоку повітря в циклоні, причинами виникнення яких є значний перепад статичного тиску у перерізі сепаратора (~500Па) і нестабільності потоку повітря, які виникають у приповерхневому шарі. Покращити характеристики циклонів можна відсмоктуючи приповерхневий шар. У деревообробній промисловості циклони традиційно встановлюються на нагнітальній вітці вентилятора, тому відсмоктування приповерхневого шару легко організувати на практиці заміною зовнішньої металічної стінки на фільтрувальну. Це дозволить зменшити товщину приповерхневого шару, що у свою чергу вплине на турбулентність потоку і розподіл статичного тиску. Якщо врахувати, що радіальний стік зароджується поблизу зовнішньої стінки циклона і за рахунок приєднаних мас вторинних потоків на-

¹ Прикарпатський державний університет, м. Івано-Франківськ

² Коломийський політехнічний коледж

ростає до значних швидкостей на межі спрямованого вверх потоку, то за рахунок невеликих об'ємів витоку очищеного повітря в атмосферу через фільтрувальну стінку вдається нейтралізувати негативну дію радіального стоку. З цієї точки зору цікавими для дослідження є фільтрувальні циклони [2-4].

Важливими є теоретичні дослідження процесу очистки пилоповітряної суміші у сепараторах різноманітних конструкцій і обґрунтування шляхів покращення характеристик існуючих пристроїв.

У цій роботі зроблена спроба теоретично описати рух частинки пилу у фільтрувальному циклоні.

Рух частинки пилу у фільтрувальному циклоні можна описати, виходячи з таких міркувань.

Частинка пилу в циклоні здійснює складний рух. При цьому рух частинки разом із середовищем із швидкістю $\vec{W}$ є переносним, а рух відносно середовища із швидкістю $\vec{V}_c$ (тобто із швидкістю сепарації) є відносним. Таким чином, абсолютну швидкість частинки пилу можна подати у вигляді:

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{V}_c. \quad (1)$$

Середня швидкість повітряного потоку $\vec{W}$, як правило вважається відомою, тобто задача опису руху частинки пилу в циклоні зводиться до визначення відносної швидкості руху $\vec{V}_c$.

Відомо [6], що диференціальне рівняння руху частинки пилу у криволінійному потоці має такий вигляд

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\theta} \vec{V}_c + \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2)$$

Тут θ -величина, яка має розмірність часу і називається часом релаксації частинки.

$$\theta = \frac{m}{3\pi\mu d} = \frac{d^2}{18\mu} \rho,$$

де: m – маса частинки; μ – динамічна в'язкість повітря; d – діаметр частинки пилу; ρ – густина матеріалу частинки.

$\vec{F}$ – аеродинамічна сила, яка виникає у фільтрувальному циклоні внаслідок виникнення потоку фільтрації. Можна показати, що для частинки пилу, положення якої характеризується радіус-вектором $\vec{R}$

$$\vec{F} = \frac{3\pi d\mu G}{R} \cdot \vec{r},$$

де: $\vec{r}$ – орт вектора $\vec{R}$; G – стік на одиниці висоти потоку фільтрації, тобто

$$G = \frac{Qq}{2\pi H},$$

де: $q = \frac{Q_\phi}{Q}$ – відношення кількості повітря Q_ϕ , що відходить в атмосферу через фільтрувальну стінку до загальної продуктивності циклона Q ; H – висота циліндричної (фільтрувальної) частини циклона.

Якщо врахувати тепер, що переносний рух частинки пилу є обертальним, то згідно з теоремою Кореоліса про абсолютне прискорення точки при складному русі рівняння (2) можна представити таким чином:

$$\frac{d\vec{V}_c}{dt} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R}\right) + 2(\vec{\omega} \times \vec{V}_c) = -\frac{1}{\theta} \vec{V}_c + \frac{\vec{F}}{m}, \quad (3)$$

де $\vec{\omega}$ – миттєва кутова швидкість частинки пилу, яка збігається із кутовою швидкістю обертання повітряного потоку навколо осі циклона.

Встановимо фізичний зміст кожного із членів лівої частини рівняння (3).

Перший член $\frac{d\vec{V}_c}{dt}$ є відносним прискоренням частинки пилу (прискоренням сепараційного руху) і може дорівнювати нулю тільки при $V_c = const$, що, як правило, неможливо [6].

Сума $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R}) + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R}\right)$ є переносним прискоренням частинки пилу, причому, перший доданок характеризує радіальну (відцентрову) складову, а другий – трансверсальну (поперечну) складову, яка завжди збігається із напрямком $\vec{W}$.

Останній доданок в лівій частині рівняння (3) характеризує прискорення Кореоліса, яке спрямоване на периферію потоку.

Напрямки вказаних прискорень показані на рис.1.

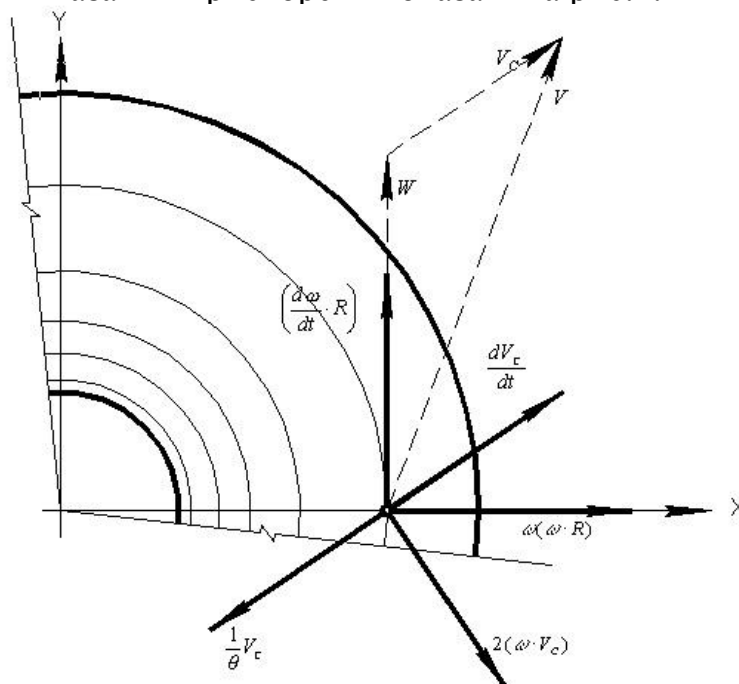


Рис. 1. Схема прискорень частинки пилу у криволінійному потоці

Спроектуємо рівняння (2) на осі декартової системи координат x, y . При цьому припустимо, що рух потоку повітря здійснюється по концентричних колах і частинки повітря не обертаються, тобто розподіл швидкостей визначається "законом площ".

$$WR = k = const,$$

де: $k = \frac{L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$, $R = \sqrt{x^2 + y^2}$; L – об'ємний вихід потоку повітря, що має се-

редню швидкість W у каналі, утвореному двома концентричними циліндричними поверхнями із радіусом R_1, R_2 ($R_2 > R_1$).

У результаті, після перетворень, із рівняння (3) можна отримати систему двох диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\theta} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{a_1y - a_2x}{x^2 + y^2} = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{\theta} \cdot \frac{dy}{dt} - \frac{a_1x - a_2y}{x^2 + y^2} = 0 \end{cases}, \quad (4)$$

де a_1 і a_2 – постійні, що характеризують фізико-механічні властивості частинки пилу і відповідно дорівнюють:

$$a_1 = \frac{k}{\theta}; \quad a_2 = \frac{3\pi d \mu G}{m} = \frac{1}{\theta} G.$$

Отримана система диференціальних рівнянь є нелінійною, розв'язати її в елементарних функціях не вдається, а тому для знаходження розв'язку доцільно застосувати числові методи.

Однак аналіз рівнянь (4) дозволяє зробити ряд певних висновків.

Перейдемо від декартових координат x, y до полярних R, φ , тобто підставимо $x = R \cdot \cos(\varphi)$; $y = R \cdot \sin(\varphi)$.

Знайшовши значення першої і другої похідної від координат x, y по часу домножимо перше рівняння на $\cos(\varphi)$, а друге на $\sin(\varphi)$. Після додавання рівнянь отримаємо

$$\frac{d^2R}{dt^2} - R \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \frac{1}{\theta} \cdot \frac{dR}{dt} - \frac{a_2}{R} = 0. \quad (5)$$

Домноживши ці ж рівняння відповідно на $-\sin(\varphi)$ і $\cos(\varphi)$ та знову додавши їх отримаємо

$$R^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2R \frac{dR}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{R^2}{\theta} \cdot \frac{d\varphi}{dt} - a_1 = 0. \quad (6)$$

Якщо ввести тепер нову змінну $z = R^2 \frac{d\varphi}{dt}$, то рівняння (6) можна представити у вигляді лінійного диференціального рівняння першого порядку:

$$\frac{dz}{dt} + \frac{z}{\theta} = a_1,$$

загальний розв'язок якого має вигляд:

$$z = R^2 \frac{d\varphi}{dt} = C_0 e^{-\frac{t}{\theta}} + a_1 \theta = k + C_0 e^{-\frac{t}{\theta}}.$$

Якщо тепер врахувати, що тангенціальна складова швидкості руху частинки $V_\varphi = R \frac{d\varphi}{dt}$, то отримаємо:

$$V_\varphi = \frac{k + C_0 e^{-\frac{t}{\theta}}}{R}$$

невідому константу інтегрування C_0 визначимо із початкових умов: при $t = 0$; $R = R_0$, $V_\varphi = W_0$. Тоді $C_0 = W_0 R_0 - k$ і

$$V_\varphi = W + (W_0 \frac{R_0}{R} - W) e^{-\frac{t}{\theta}}. \quad (7)$$

Із формули (7) видно, що із зростанням часу тангенціальна складова швидкості частинки прямує до тангенціальної складової швидкості руху повітря, досягаючи її тим швидше, чим дрібнішим є пил. Частина траєкторії частинки пилу, в межах якої $\exp(-t/\theta)$ істотно відрізняється від нуля, є ділянкою нестационарного руху, тобто початковою ділянкою. Довжина цієї ділянки залежить від розмірів частинок пилу.

Із врахуванням (7) рівняння (5) набирає вигляду:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{1}{\theta} \cdot \frac{dR}{dt} - \frac{[k + (W_0 R_0 + k) e^{-\frac{t}{\theta}}]^2}{R^3} - \frac{a_2}{R} = 0. \quad (8)$$

Якщо розглядати сепарацію частинок пилу за межами початкової ділянки руху у криволінійному потоці, то в цьому випадку $\exp(-t/\theta) \rightarrow 0$ і рівняння руху набирає вигляду:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{1}{\theta} \cdot \frac{dR}{dt} - \frac{A}{R} = 0, \quad (9)$$

де $A = V_\varphi^2 + a_2$ є деякою постійною величиною (із врахуванням того факту, що раніше було показано, що при русі частинки у фільтрувальному циклоні $V_\varphi = \text{const}$ [3]).

Рівняння (8) описує рух частинки пилу у криволінійному потоці на початковій ділянці руху (ділянці нестационарного руху), а рівняння (9) – за межами початкової ділянки.

Рівняння (9) за своїм виглядом збігається з відомим рівнянням сепарації частинок в циклонах з металічними стінками. Відмінності проявляються тільки у величині коефіцієнта, який стоїть в чисельнику останнього члена рівняння (9).

Для того, щоб розв'язок диференціального рівняння (9) був єдиним повинні задовольнятися дві початкові умови

$$t = 0 \quad R = R_0, \quad \frac{dR}{dt} = V_R = V_0. \quad (10)$$

Рівняння (9) є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку, розв'язок якого отримати у замкнутій формі не можливо. А тому для

розв'язування задачі Коші (9)-(10) доцільно застосувати числові методи. Найпоширенішими числовими методами розв'язування задачі Коші для нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку є методи Рунге-Кутта. При цьому найчастіше застосовують метод Рунге-Кутта четвертого порядку, суть якого полягає в наступному.

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} &= y_n + hA_n, \\
 y'_{n+1} &= A_n + \frac{1}{6}(k_2 + k_3 + k_4), \quad n = 1, 2, \dots, N, \\
 \text{де} \quad A_n &= y'_n + \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3), \\
 k_1 &= hf(x_n, y_n, y'_n), \\
 k_2 &= hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}y'_n + \frac{h}{8}k_1, y'_n + \frac{k_1}{2}\right), \\
 k_3 &= hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}y'_n + \frac{h}{8}k_1, y'_n + \frac{k_2}{2}\right), \\
 k_4 &= hf\left(x_n + h, y_n + hy'_n + \frac{h}{2}k_3, y'_n + k_3\right),
 \end{aligned}$$

$$x_n = x_0 + nh, \quad y_n = y(x_n), \quad y'_n = y'(x_n), \quad h - \text{крок розбиття}.$$

Для розв'язування рівняння (6) використовували математичний пакет MathCAD 6.0.

Розглядався рух частинок деревного пилу з такими характеристиками:

- густина матеріалу частинки 700 кг/м^3 ;
- коефіцієнт в'язкості повітря при температурі $t_n = 20^\circ \text{C}$ ($\mu = 1,85$);
- продуктивність $Q = 0,5 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Характеристики циклона:

- висота циліндричної частини $H = 0,6 \text{ м}$;
- діаметр циклона $D = 400 \text{ мм}$;
- діаметр вихлопної труби $d = 200 \text{ мм}$;
- частка продуктивності фільтрації $q = 0,1$.

Розв'язок рівняння (9) може бути представлений у вигляді графікозалежно радіуса орбіти частинки пилу (відстані від центра мас частинки до осі циклона) і сепараційної швидкості від часу перебування частинки в циклоні (рис. 2, 3).

Зі збільшенням діаметра частинки час, за який вона досягне зовнішньої стінки, зменшується. Практично частинки пилу, розміром 20 мкм і більші досягають стінки вже в межах початкової ділянки руху. Частинки пилу, діаметр яких близький до 4 мкм за час перебування в циклоні вловлені не будуть.

Враховуючи, що $V_\varphi = R \frac{d\varphi}{dt}$, можна записати $d\varphi = \frac{V_\varphi}{R} dt$, і за допомогою формул Ньютона-Котесса визначити координати R і φ частинки пилу у полярній системі координат. Після обробки одержаних результатів отримуємо траєкторії руху частинок у фільтрувальному циклоні.

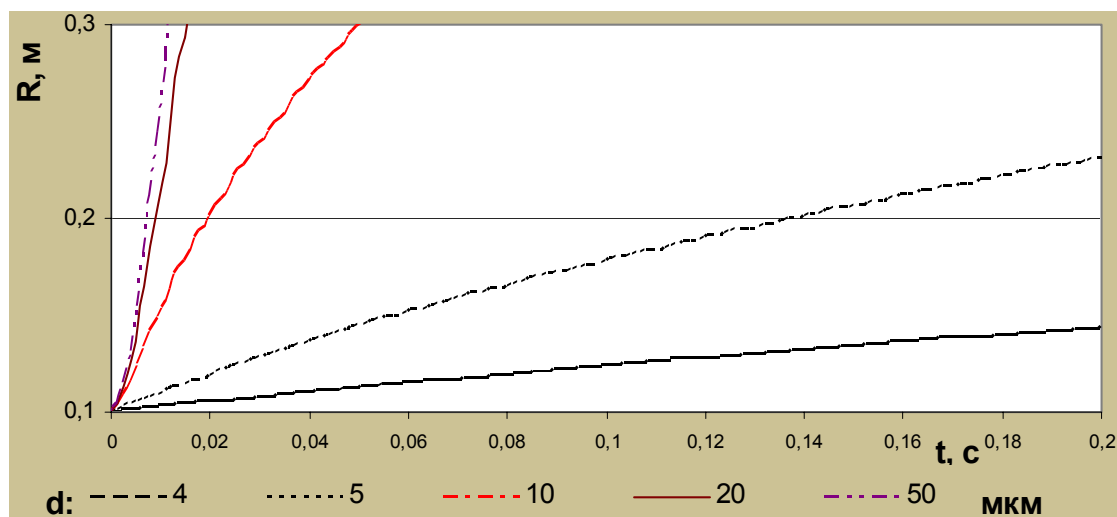


Рис. 2. Графік залежності радіуса орбіти частинки пилу від часу перебування частинки пилу в циклоні

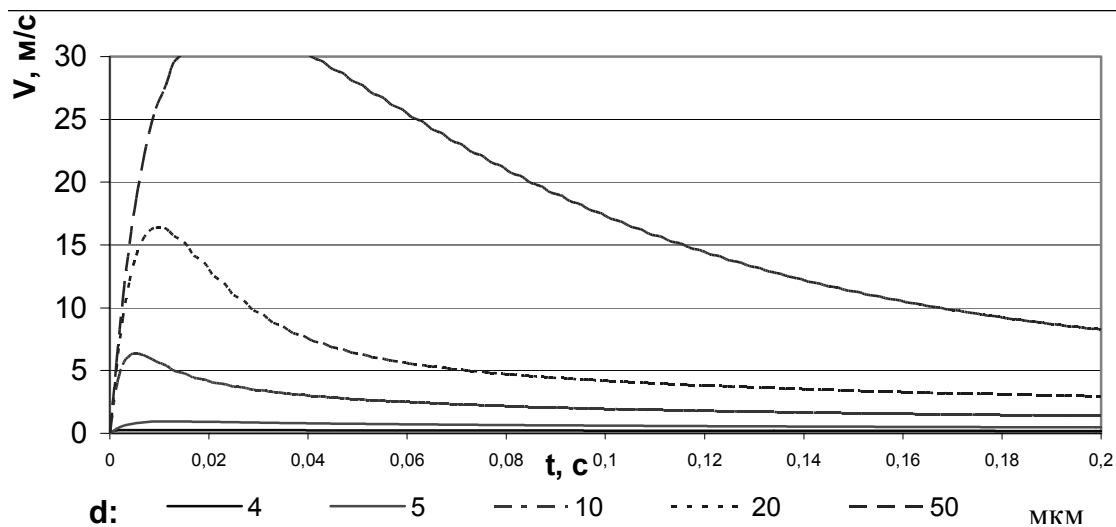


Рис. 3. Графік залежності сепараційної швидкості частинки пилу від часу її перебування в циклоні

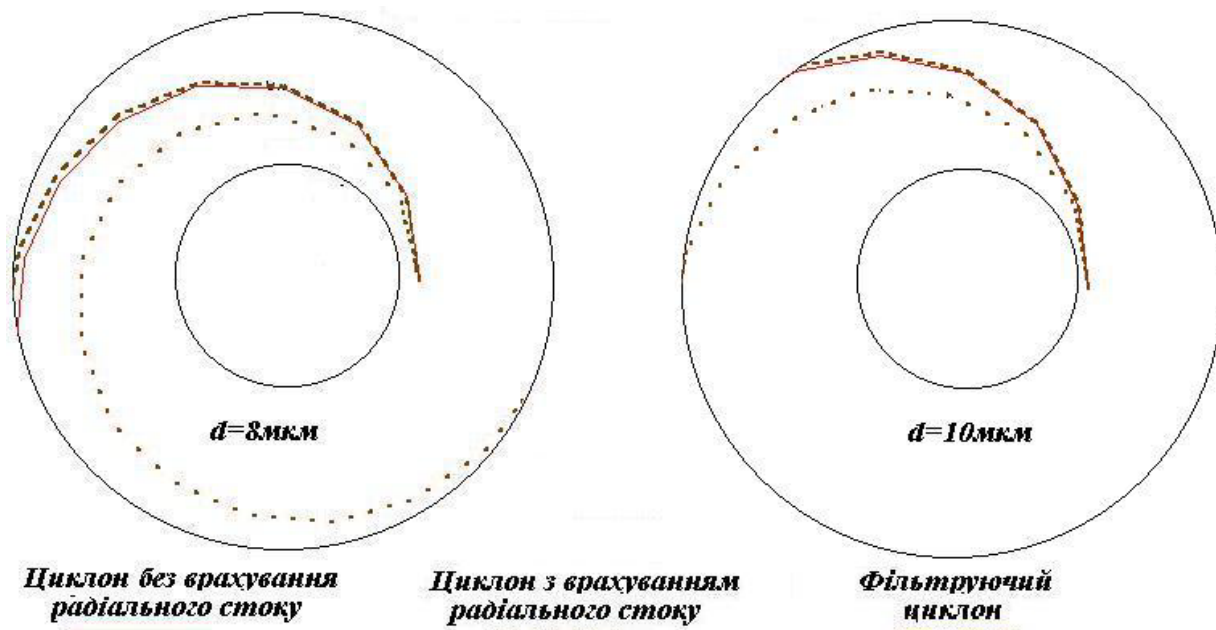


Рис. 4. Траєкторії руху частинок в циклонах

Траєкторії руху частинок пилу в циклоні являють собою спіралі, які асимптотично наближаються до радіуса зовнішньої стінки циклона.

У фільтрувальному циклоні частинки пилу досягають зовнішньої стінки швидше, ніж в традиційних циклонах. На рис. 4 представлено траєкторії руху частинок у фільтрувальному циклоні і в традиційному циклоні з врахуванням радіального стоку і без.

У проведеному аналізі не враховувалось явище пружного відскоку частинки від стінок циклона і вплив турбулентності потоку. Вплив першого фактора пом'якшується швидким затуханням сепараційної швидкості частинки, крім того, у фільтрувальному циклоні зовнішня стінка виконана з тканини, що унеможлиблює явище пружного відскоку. Вплив турбулентних пульсацій значно знижує ефективність традиційних циклонів. Відповідно до [7] частинки пилу, розмір яких близький до 10 мкм, рухаються у радіальному напрямі із радіальними швидкостями, які становлять не більше одного відсотка від осевої швидкості. Коли вторинні потоки повітря будуть перетікати в напрямі осі циклона, і їх частка буде близькою до одного відсотка, то сепараційний рух дрібних частинок пилу вже буде порушеним. Крім того, на частинку пилу в турбулентному потоці діють турбулентні пульсації і вихрові потоки, які знову ж таки знижують ефективність циклона. За наявності відсмоктування (у випадку фільтрувального циклона) критичне число Рейнольдса практично у 100 разів перевищує критичне число Рейнольдса без відсмоктування [5], що збільшує ймовірність вловлення частинки пилу в циклоні. Тому, можна зробити висновок про доцільність застосування зовнішньої фільтрувальної стінки в циклоні. Описані вище теоретичні результати підтверджені практичним дослідженням ефективності фільтруючих циклонів.

Література

1. **Александров А.Н., Козориз Г.Ф.** Пневмотранспорт и пылеулавливающие сооружения деревообрабатывающих предприятий: Справочник/ Под. ред. А.Н. Александрова. – М.: Лесн. пром-сть, 1988. – 270 с.
2. **Ляшеник А.В.** "Високоєфективна повітроочисна установка з фільтрувальними циклонами". "Світ меблів і деревини" 2/99 – С. 28-29.
3. **До розподілу** тангенціальної складової швидкості потоку в циклоні ЦН-15 і фільтруючому циклоні. Лютий Є.М., Нахаєв П.П., Ляшеник А.В.// Науковий вісник. Зб. Наук-техн.пр. – Львів: УкрДЛТУ. – 2001, вип.11.4. – С. 190-195.
4. **Ефективність** застосування циклонів із фільтруючими зовнішніми стінками. Лютий Є.М., Нахаєв П.П., Ляшеник А.В.// Науковий вісник. Зб. Наук-техн.пр. – Львів: УкрДЛТУ. – 2001, вип.12.2. – С. 121-125.
5. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. Издательство иностранной литературы, Москва, 1956. – 537 с.
6. **Пирумов А.И.** Обеспыливание воздуха, 2-е изд. перераб. и доп., М: Стройиздат, 1981. – 296 с.
7. **Р.А. Mackrodt.** Stability of Hagen-Poiseuille Flow with Superimposed Rigid Rotation, J. Fluid Mech., vol. 73, pP. 153-164, 1976.