

УДК 519.853

Проф. К.І. Янгурський, канд. техн. наук;
доц. І.В. Атаманова, канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка"

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО ТЕПЛОФІЗИЧНОГО СИНТЕЗУ КОНСТРУКТИВНИХ РІШЕНЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Сформульована задача раціонального розміщення джерел тепловиділення із заданими геометричними та енергетичними характеристиками. Запропонований алгоритм оптимального теплофізичного синтезу конструктивних рішень технічних систем.

Prof. K.I. Yangyrskuy, doc. I.V. Atamanova – NU "Lvivs'ka Politekhnik"

Formalization of a problem of the optimal thermalphysic synthesis of the design decisions for engineering

A problem of rational location of heat sources with both geometric and power characteristics determined is stated. An algorithm of optimal thermalphysic synthesis of engineering system design solutions is proposed.

Важливою складовою процесу теплофізичного проектування технічних систем є задача раціонального розміщення в об'ємі конструкції джерел тепла з визначеними геометричними та енергетичними характеристиками. Розв'язання такої задачі зводиться до синтезу оптимального варіанту розташування елементів тепловиділення (конструктивного рішення), за якого розподіл температурного поля відповідав би наперед заданим вимогам.

Формалізовано задачу оптимального синтезу конструктивних рішень у процесі теплофізичного проектування формулюється таким чином.

В області визначеної геометричної форми необхідно розташувати задане число різнотипних джерел теплового поля J_i , ($i=\overline{1, n}$) таким чином, щоб інтегральні або диференціальні характеристики температурного поля задовольняли необхідним умовам та обмеженням.

Для вирішення задачі оптимального розміщення джерел тепловиділення можна виділити такі основні етапи:

- формалізація задачі;
- синтез допустимих розміщень;
- аналіз допустимих розміщень і пошук локального екстремуму (або близького до нього);
- перебір локальних екстремумів;
- виділення рекордного значення функції цілі і відповідного вектора розміщення.

Для математичної формалізації загальної оптимізаційної задачі приймаємо, що стаціонарне теплове поле, яке створюють джерела тепла в області визначеної геометричної форми R_T , описується краєвою задачею вигляду [1]:

$$\nabla^2 T(x, y, z) + Q = 0; D_j T(x, y, z) = \Psi_j, j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

де: $\nabla^2 T$ – оператор Лапласа; $T(x, y, z)$ – функція, що характеризує просторовий розподіл температурного поля; D_j – оператори, які характеризують початкові і граничні умови; Q – питома об'ємна потужність теплових джерел; G_j – задані функції умов, $j = \overline{1, m}$.

Розв'язок задачі (1) можна записати у вигляді:

$$T(x, y, z) = W(J) \cdot F(x, y, z), \quad (2)$$

де: $W(J) = \{\omega_1(J), \omega_2(J), \dots, \omega_n(J)\}^T$ – вектор коефіцієнтів, який враховує енергетичні, геометричні характеристики джерел тепловиділення; $F(x, y, z) = \{f_1(x, y, z), f_2(x, y, z), \dots, f_n(x, y, z)\}$ – функція, від якої залежить просторовий розподіл теплового поля; $J = \{x_i, y_i, z_i\}$ – вектор, який характеризує розташування джерел тепла у структурі, $(i = \overline{1, n})$.

Функція обмежень на локальні значення температурного поля в області набуває вигляду:

$$g_i(T) = T_{zi} - \left\{ T_i(x, y, z, J) \right\}_{R_{Ti} \in R_T} \geq 0, i = \overline{1, p}, \quad (3)$$

де: R_{Ti} – локальна область температурного поля; T_{zi} – необхідне значення температурного поля в i -ій області, $i = \overline{1, p}$.

Для формування функції топологічних обмежень використовується поняття геометричної відстані. Відстань між i -м та j -м елементами для двовимірного простору можна записати:

$$d_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^{0.5} \text{ або } d_{ij} = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|. \quad (4)$$

Тоді множина функцій топологічних обмежень запишеться як:

- обмеження на відстань між джерелами тепловиділення

$$g_k(d) = d_{ij}(I_i, I_j) - d_{Tij} \geq 0; (i \neq j; i, j = \overline{1, n}); \quad (5)$$

- обмеження на відстань між джерелами тепловиділення і границею області розміщення

$$g_t(d) = d_j[I_i, R_n/R_T] - d_{Tj} \geq 0; (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}); \quad (6)$$

- обмеження на відстань між джерелами тепловиділення і забороненими зонами

$$g_l(d) = d_{ij}(I_i, I_p) - d_{Tij} \geq 0; (i = \overline{1, n}; p = \overline{1, s}), \quad (7)$$

де: $g_k(d)$ – обмеження, які забезпечують неперетинання теплових джерел, $k = \overline{1, \mu}$; $g_t(d)$ – обмеження, які забезпечують знаходження джерел в області R_T , $t = \overline{1, \eta}$; $g_l(d)$ – обмеження, які запобігають попаданню теплового джерела у p -ту заборонену область, $l = \overline{1, \gamma}$; d_t – необхідні (задані) значення віддалей.

Наступну групу обмежень становлять вирази, які забезпечують необхідні значення функціональних параметрів температурозалежних елементів і обмеження на вихідні характеристики:

$$g_i(x) = x_{Ti} - x_{ih} \geq 0; (i = \overline{1, n}; h = \overline{1, r}); \quad (8)$$

$$g_k(f) = f_{Tk}(x) - f_{ki}(x) \geq 0; (k = \overline{1, m}; h = \overline{1, r}), \quad (9)$$

де: x_{Ti} – необхідне значення i -го параметра, $(i = \overline{1, n})$; x_{ih} – поточне значення i -го параметра; $f_{Tk}(x)$ – необхідне значення вихідного параметра, $(k = \overline{1, m})$; $f_{ki}(x)$ – поточне значення вихідного параметру; $h = \overline{1, r}$ – число ітерацій пошуку рішень.

Змістовна постановка загальної задачі пошуку оптимального рішення визначає, що параметрами, які оптимізуються, є елементи вектору $J(x, y, z)$, які характеризують розташування теплових джерел в області R_T і числове значення температурного поля $T = \{T_i\}$, де $i = \overline{1, n}$.

Таким чином, узагальнена математична модель пошуку конструктивного рішення технічної системи математично формулюється як:

$$Z(T, J) = \min_{T, J \in R_{Td}} \Rightarrow T^*, J^*, \quad (10)$$

де: $R_{Td}: \{G(T) \geq 0; G(d) \geq 0; G[f(x)] \geq 0\}$ – область пошуку необхідного конструктивного рішення; $Z(T, J)$ – критерій оптимальності; $G(T) = \cap g_i(T)$ – множина обмежень на значення температури; $G(d) = g_k(d) \cap g_t(d) \cap g_l(d)$ – множина геометричних обмежень; $G[f(x)] = g_i(x) \cap g_k(f)$ – множина функціональних обмежень; $T^* = \{T_i^*\}$, $J^* = \{J_j^*\}$ – оптимальні значення параметрів.

Основна оптимізаційна (10) задача належить до задач оптимізації систем з розподіленими параметрами. Стан системи характеризується функцією $T(x, y, z)$. В якості управління виступає функція $F(x, y, z)$, яка описує розподіл джерел тепловиділення в області R . Область допустимих станів системи визначається задачами (1), (2) і обмеженнями на функцію стану (3). Необхідно побудувати нерівності виду (3), і (5) – (9).

Синтез допустимих рішень розбивається на два етапи. На першому етапі здійснюється розміщення джерел тепловиділення в області (5) – (7).

Якщо процедура пошуку вектора J , який задовольняє умові (5) – (7), є однаковою для більшості задач розміщення джерел тепла, то методика корекції вектора J як на етапі пошуку $J \in R$, так і при визначенні локального екстремуму залежить від конкретної задачі.

Якщо необхідно здійснити розміщення заданого числа різнотипних джерел в обмеженій області таким чином, щоб поле $F(x, y, z)$ не перевищувало в точках P_k , ($k = \overline{1, p}$) наперед заданих значень T_{zi} , то корекцію вектора можна здійснити за вектором нев'язок між заданими значеннями температурного поля та отриманим в результаті розміщення джерел. Якщо методика корекції вектора не дозволяє знайти вектор $J \in R$, то здійснюється нове розміщення джерел тепла. Запропонований спосіб пошуку вектора J дає змогу задати початкову точку оптимізаційного процесу у вигляді послідовності груп змінних.

Оскільки значення функції цілі $Z(T, J)$ залежать не тільки від місцезнаходження джерел (з різними геометричними та енергетичними характеристиками), а й від послідовності їх розміщення, у процесі пошуку раціонального значення функції цілі необхідно здійснити перебір послідовності розміщення джерел. Рекордна перестановка вибирається як центр кола визначеного радіусу і на наступному етапі формуються перестановки, які перебувають в цьому колі. Радіус кола з кожним кроком поступово зменшується.

Застосування методу послідовно-одиничного розміщення позбавляє від необхідності одночасної перевірки нерівностей (5) – (7). Перевіряються

тільки ті обмеження, в які входять параметри розміщення джерел тепловиділення, тобто, якщо черговим розміщенням є S_j , то здійснюється перевірка виконання тільки нерівностей:

$$g_{ij}(x_i^*, x_j, d_{ij}) \geq 0, \quad (i = \overline{1, j-1});$$

$$g_{ij}(x_i, d_j) \geq 0;$$

$$g_{ip}(x_i, d_{ip}) \geq 0;$$

де: X_i^* , – вектор параметрів розміщеного джерела; X_j – вектор параметрів джерела, яке розміщується; d_{ij} , d_j , d_{ip} – найкоротші допустимі віддалі.

На другому етапі, після розміщення джерел з врахуванням обмежень (5) – (7) для знайденого вектора $J\{x_i, y_i, z_i\}$, $i = \overline{1, n}$ вирішується задача визначення розподілу температурного поля $F(x, y, z)$ і перевірка умови на результуюче температурне поле (3). Дана задача вирішується на основі вибраної моделі процесу теплообміну.

Інколи виникає ситуація, коли обмеження, які накладені на поведінку температурного поля, виконуються при будь-кому місцезнаходженні джерел тепла і задовольняють вимогам (5) – (7). У цьому випадку задача зводиться до задачі розміщення з врахуванням тільки обмежень (5) – (7), тобто розміщення геометричних об'єктів.

На основі узагальненої оптимізаційної моделі (10) були сформульовані та отримані розв'язки часткових задач оптимального розподілу джерел тепловиділення, які визначаються видом цільової функції. Вид цільових функцій визначався вимогами, які висуваються щодо температурного режиму технічної системи.

При рішенні задачі забезпечення рівномірного розподілу джерел тепловиділення як цільову функцію вибирали середнє значення температур елементів:

$$\varphi_1 = \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n}, \quad (11)$$

де: $\bar{T}$ – середнє значення температури елементів; T_i – температура поверхні елемента; n – кількість елементів.

При рішенні задачі мінімізації максимальних локальних значень температурного поля як цільову функцію вибирали середнє квадратичне відхилення температур T_i від середнього значення:

$$\varphi_2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}}{n}. \quad (12)$$

У процесі теплофізичного проектування може вирішуватись задача вибору оптимального розподілу витрат повітря у системі з примусовою вентиляцією. Необхідно знайти витрати теплоносія у кожній зоні, при якому сумарні витрати теплоносія мінімальні, а температури корпусів всіх елементів

не перевищують своїх допустимих значень. Як цільова функція вибиралася сума модулів відхилень температур найбільш "критичних" елементів від своїх допустимих значень:

$$\varphi_3 = \sum_{n=1}^{N+1} |T_{i(n)} - T_{i(n)}^{\text{don}}| \cdot C_{i(n)}, \quad (13)$$

де: $T_{i(n)}$ – температура i -го елементу у зоні n ; C – ваговий коефіцієнт, який дорівнює 1 при $T_i > T_i^{\text{don}}$ і дорівнює 0,2 при $T_i < T_i^{\text{don}}$.

Запропонований алгоритм пошуку регулярного квазіоптимального розміщення джерел тепловиділення, який базується на послідовно-одиничному розміщенні з подальшою оптимізацією методом адаптивного перебору локальних екстремумів на множині перестановок, дозволяє вирішувати задачі оптимального теплофізичного проектування технічних систем різного призначення.

Література

1. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Размещение источников физических полей. – К., 1981.
2. Ляшенко И.И., Карагодова Е.А., Черников Н.В., Шор Н.З. Линейное и нелинейное программирование. – К., 1975.