

$$\left. \begin{aligned} B_{-k,i} &= \sum_{r=-m}^{m-1-k} r C_r \bar{C}_{k+r} \rho_i^{2r+k} \quad (k=0, \dots, 2m-1) \\ B_{k,i} &= k P_{k,i} + B_{-k,i} \quad (k=0, \dots, 2m-1) \end{aligned} \right\} \quad i=1,2 \quad (14)$$

Таким чином, аналогічно як і при крученні валів суцільного поперечного перерізу [2], розв'язок задачі не є складним, а основні труднощі задачі зводяться до побудови конформно перетворюючої функції, яка дозволяла б перетворювати заданий поперечний переріз вала на область кругового кільця.

Література

1. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.

2. Думанський О.І. Загальний метод дослідження кручення суцільних призматичних валів (брусів) // Науковий вісник: Збірн. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2002, вип. 12.5. – С. 170-174.

УДК 534.111

Доц. Б.І. Сокіл, д-р. техн. наук;

інж. М.Б. Сокіл – НУ "Львівська політехніка"

ПЕРІОДИЧНІ АТЕБ-ФУНКЦІЇ У ДОСЛІДЖЕННІ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З ІМПУЛЬСНИМ ЗБУРЕННЯМ

Розв'язуються задачі про аналітичне дослідження коливальних процесів сильно нелінійних систем із зосередженими масами і розподіленими параметрами на які діють різної природи імпульсні збурення. В основу досліджень покладено: а) принцип одночастотності коливальності; б) ідею використання періодичних Атеб-функцій для описання коливальних процесів систем із степеневією нелінійністю; в) узагальнення, на основі вказаних вище функцій, методу усереднення на нові класи нелінійних систем.

Ass. Prof. B.I. Sokil, eng. M.B. Sokil – NU "Lviv'ska Politekhnic"

Periodic Ateb-functions in research pulse indignation nonlinear systems

The tasks of analytical research of oscillatory processes of strongly nonlinear systems with the concentrated weights and allocated parameters under influence of a different nature pulse indignations are solved. In a basis of researches are: a) a principle of one-rate fluctuations; b) idea of periodic Ateb-functions use for the description of oscillatory processes of systems with nonlinear; c) application with use of the mentioned above functions, asymptotic method on new classes of nonlinear systems.

Предметом досліджень, є так звані системи із імпульсними збуреннями. Імпульсні збурення мають різну природу і можуть діяти як у фіксовані моменти часу, так і при проходженні системи конкретні положення. Необхідність їх розгляду пов'язана із багатьма явищами та процесами, що мають місце у фізиці, техніці, біології і, які у своїй еволюції характеризуються короткою тривалістю дії (удар, миттєвий поштовх). Останнє дозволяє, в багатьох випадках, нехтувати тривалістю його дії і при описі процесу математичними співвідношеннями (моделями) вважати дію імпульсного збурення – миттєвою.

Поряд з тим математичними моделями систем із імпульсними збуреннями можуть бути суцільні одно- чи багатовимірні тіла, які в окремих поло-

женнях містять малі за розмірами включення з відмінними фізико-механічними властивостями. Дослідження коливальних процесів таких дискретних чи дискретно-неперервних систем за лінійної чи квазілінійної їх математичних моделей проводились, наприклад, в [1-7]. Нижче, використовуючи метод усереднення [8] у поєднанні із періодичними Атеб-функціями [9], розглянемо математичні моделі більш складних систем – систем із сильною нелінійністю.

1. Сильно нелінійні моделі коливальних процесів дискретних систем з імпульсним збуренням

1.1. Дискретні нелінійні системи з імпульсним збуренням, яке залежить від часу. Математичною моделлю сильно нелінійних коливальних систем з одним ступенем вільності при імпульсному збуренні, що діє у фіксовані моменти часу t_n ($n=1,2,\dots,N$; $t_1 > 0$; $t_{n+1} > t_n$) і величина котрого значно менша від нелінійної відновлюючої сили, може бути звичайне нелінійне диференціальне рівняння

$$\ddot{y} + \alpha^2 y^{\nu+1} = \varepsilon f(y, \dot{y}) + \varepsilon \sum_{n=1}^N f_n(y, \dot{y}) \delta(t - t_n), \quad (1.1)$$

в якому α і ν -сталі, причому, $\nu+1 = (2s_1+1)(2s_2+1)^{-1}$, $s_i = 0,1,2,\dots$; $i=1,2$; $\varepsilon f_n(y(t_n), \dot{y}(t_n))$ – величина імпульсного збурення, що діє у моменти часу t_n ; $f(y, \dot{y})$ як і $f_n(y, \dot{y})$ -аналітичні функції своїх аргументів; $\delta(t)$ – дельта-функція Дірака.

Під розв'язком рівняння (1.1) будемо розуміти кусково-неперервну функцію $\chi(t)$ з розривами першого роду при значеннях незалежної змінної t , що відповідають моментам дії на систему імпульсного збурення, тобто

$$\ddot{\chi}(t) + \alpha^2 \chi(t) = \varepsilon f(\chi(t), \dot{\chi}(t)) \quad (1.2)$$

при $t \neq t_n$ і умовам розриву у вказані вище моменти часу

$$\chi(t_n+0) - \chi(t_n-0) = \varepsilon f_n(\chi(t_n), \dot{\chi}(t_n)). \quad (1.3)$$

Для знаходження функції, яка задовольняє вказані вище умови (є розв'язком нелінійного рівняння (1.1)), розглянемо відповідне йому незбурене, тобто рівняння (1.1) при $\varepsilon = 0$

$$\ddot{y} + \alpha^2 y^{\nu+1} = 0. \quad (1.4)$$

Періодичні розв'язки цього нелінійного рівняння виражаються через Атеб-функції у вигляді

$$y(t) = a \begin{cases} ca(\nu+1, l, \psi), \\ sa(\nu+1, l, \psi), \end{cases} \quad (1.5)$$

де стала l визначається із умови 2π -періодичності по ψ використаних Атеб-функцій: $l = \pi^{-1} \Pi(1, \nu+1)$; $\Pi(1, \nu+1) = \sqrt{\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2}) \Gamma^{-1}(\frac{\nu}{2} + (\nu+2)^{-1})$ – їх півперіод, а параметри a і ψ (амплітуда і фаза коливальності) зв'язані співвідношенням

$$\psi = \alpha \pi \sqrt{\frac{\nu+2}{2}} \Pi^{-1}(1, \nu+1) a^{\frac{\nu}{2}} t + \theta \quad (\theta - \text{довільна стала}).$$

Співвідношення (1.5), згідно із загальними принципами теорії збурень [9], можна вважати також і розв'язками збуреного рівняння (1.1), тільки для останнього випадку параметри a і θ будуть вже змінними в часі величинами. Приймаючи до уваги вказане, із (1.5) (вибираємо для простоти за розв'язок перше співвідношення цих залежностей) отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих функцій $\dot{a}$ і $\dot{\theta}$

$$\begin{aligned} \dot{a}ca(v+1, l\psi) - \frac{2al}{v+2} \dot{\theta}sa(1, v+1, l\psi) &= 0, \\ \dot{a} \left[\omega + a \frac{d\omega}{da} \right] sa(1, v+1, l\psi) + a\omega(a) \dot{\theta} a^{v+1}(v+1, l\psi) &= \varepsilon \frac{v+2}{2l} \left[\bar{f}(a, \psi) + \sum_{n=1}^N \bar{f}_n(a, \psi) \delta(t-t_n) \right], \end{aligned} \quad (1.6)$$

де

$$\begin{aligned} \omega(a) &= \alpha\pi \sqrt{\frac{v+2}{2}} \Pi^{-1}(1, v+1) a^{\frac{v}{2}}, \quad \bar{f}(a, \psi) = f \left[aca(v+1, l\psi), \frac{2al}{v+2} \omega(a) sa(1, v+1, l\psi) \right], \\ f_n(a, \psi) &= f_n \left[aca(v+1, l\psi), \frac{2al}{v+2} \omega(a) sa(1, v+1, l\psi) \right]. \end{aligned}$$

Система диференціальних рівнянь (1.6) визначає невідомі функції у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{-\varepsilon}{\omega(a)} \left[\bar{f}(a, \psi) + \sum_{n=1}^N \bar{f}_n(a, \psi) \delta(t-t_n) \right] sa(1, v+1, l\psi), \\ \dot{\psi} &= \omega(a) - \frac{\varepsilon(v+2)}{2a\omega(a)} \left[\bar{f}(a, \psi) + \sum_{n=1}^N \bar{f}_n(a, \psi) \delta(t-t_n) \right] ca(v+1, l\psi). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Амплітуда і частота коливань системи за один період змінюються на величину порядку ε . Це дозволяє диференціальні рівняння (1.7) дещо спростити – усереднити праві частини співвідношень (1.7) по швидкій змінній ψ . При виконанні операції усереднення приймається, причому зв'язок між фазою коливань ψ і незалежною змінною t , для розглядуваного наближення задачі, виражається неперервною залежністю. Останнє, а також властивості дельта-функції [10] дозволяє записати систему рівнянь (1.7) у стандартному вигляді

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \varepsilon \left[A(a) + \sum_{n=1}^N A_n(a) \right], \\ \dot{\psi} &= \omega(a) + \varepsilon \left[B(a) + \sum_{n=1}^N B_n(a) \right], \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\text{де } A(a) = \frac{-1}{2\pi\omega(a)} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, \psi) sa(1, v+1, l\psi) d\psi, \quad B(a) = \frac{-(v+2)}{4\pi a\omega(a)} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, \psi) ca(v+1, l\psi) d\psi,$$

$$A_n(a) = \frac{-1}{2\pi\omega^2(a)} \bar{f}_n(a, \psi_n) sa(1, v+1, l\psi_n) \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_n, \\ 0,5 & \text{при } t = t_n, \\ 1 & \text{при } t > t_n, \end{cases}$$

$$B_n(a) = \frac{-(v+2)}{4\pi a\omega^2(a)} \bar{f}_n(a, \psi_n) ca(v+1, l\psi_n) \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_n, \\ 0,5 & \text{при } t = t_n, \\ 1 & \text{при } t > t_n. \end{cases}$$

Отримана система диференціальних рівнянь (1.8) набагато простіша за вихідну: до неї легко застосувати якісні методи дослідження диференціальних рівнянь, до того ж, у багатьох випадках з неї вдається отримати у квадратурах закони зміни у часі амплітуди і частоти (періоду) коливань системи.

1.2. Дискретні нелінійні системи з імпульсним збуренням, яке залежить від положення. У випадку дії на коливальну систему з одним ступенем вільності імпульсного збурення, величина котрого значно менша від нелінійної відновлюючої сили і яке залежить від положення системи, математичною моделлю руху такої системи може бути диференціальне рівняння

$$\ddot{y} + \alpha^2 y^{v+1} = \varepsilon f(y, \dot{y}) + \varepsilon \sum_{n=1}^N f_n(y, \dot{y}) \delta(y - y_n), \quad (1.9)$$

де y_n – положення системи, при проходженні через котрі на неї діють імпульсні збурення величиною $f_n(y_n, \dot{y}_n)$.

Необхідно зауважити, що: функції, які входять у праві частини рівняння (1.9) задовольняють умовам аналогічним, як і у випадку рівняння (1.1); із фізичних міркувань випливає, що імпульсне збурення буде діяти на систему тільки у випадку, коли $\max|y| \geq |y_n|$, тому нижче вважатимемо, що всі точки y_n задовольняють вказаній умові і $y_{n+1} > y_n$.

Поступаючи аналогічно, як і для рівняння (1.1), отримуємо систему диференціальних рівнянь відносно нових змінних a і ψ у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{-\varepsilon}{\omega(a)} \left[\bar{f}(a, \psi) + \sum_{n=1}^N \bar{f}_n(a, \psi) \delta(aca(v+1, l\psi) - y_n) \right] sa(1, v+1, l\psi), \\ \dot{\psi} &= \omega(a) - \frac{\varepsilon(v+2)}{2a\omega(a)} \left[\bar{f}(a, \psi) + \sum_{n=1}^N \bar{f}_n(a, \psi) \delta(aca(v+1, l\psi) - y_n) \right] ca(v+1, l\psi). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Нехай розв'язками рівняння $aca(v+1, l\psi) - y_n = 0$ є: $\psi_{n1} + 2k\pi$ і $\psi_{n2} + 2k\pi$. Існування розв'язків вказаного рівняння забезпечується умовою б), котрій задовольняють праві частини рівняння (1.9), до того ж, зважаючи на періодичність використаних Атеб-функцій, їх злічена кількість. Використовуючи вказане вище, а також співвідношення

$$\delta(g(x)) = \sum_k \frac{\delta(x - x_k)}{|g'(x_k)|}, \quad (g(x_k) = 0); \quad \sum_k \delta(x + 2k\pi) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \sum_k \cos kx \right)$$

систему рівнянь (1.10) можна записати у вигляді

$$\dot{a} = \frac{-\varepsilon}{\omega(a)} \left\{ \bar{f}(a, \psi) + \frac{v+2}{2l\pi} \sum_{n=1}^N \sum_k \left[\bar{f}_n(a, \psi_{n1}) \left(\frac{1}{2} + \cos k(\psi - \psi_{n1}) \right) - \bar{f}_n(a, \psi_{n2}) \left(\frac{1}{2} + \cos k(\psi - \psi_{n2}) \right) \right] \right\},$$

$$\begin{aligned} \psi = \omega(a) - \frac{\varepsilon(\nu+2)}{2a\omega(a)} \left\{ \bar{f}(a, \psi) + \frac{\nu+2}{2l\pi} \sum_{n=1}^N \sum_k \left[\frac{\bar{f}_n(a, \psi_{n1})ca(\nu+1, l, \psi_{n1})}{|sa(1, \nu+1, l, \psi_{n1})|} \left(\frac{1}{2} + \cos k(\psi - \psi_{n1}) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\bar{f}_n(a, \psi_{n2})ca(\nu+1, l, \psi_{n2})}{|sa(1, \nu+1, l, \psi_{n2})|} \left(\frac{1}{2} + \cos k(\psi - \psi_{n2}) \right) \right] \right\}. \quad (1.11) \end{aligned}$$

Стосовно останньої системи диференціальних рівнянь то тут без особливих труднощів можна використати математичний апарат усереднення і привести її до вигляду (1.8). Для розглядуваного випадку функції $A(a)$ та $B(a)$ не змінюють свого вигляду, а $A_n(a)$ і $B_n(a)$ набувають форми

$$\begin{aligned} A_n(a) &= -\frac{\nu+2}{4\pi\omega(a)} [\bar{f}_n(a, \psi_{n1}) - \bar{f}_n(a, \psi_{n2})], \\ B_n(a) &= -\frac{(\nu+2)^2}{8\pi a\omega(a)} \left[\frac{\bar{f}_n(a, \psi_{n1})ca(\nu+1, l, \psi_{n1})}{|sa(1, \nu+1, l, \psi_{n1})|} - \frac{\bar{f}_n(a, \psi_{n2})ca(\nu+1, l, \psi_{n2})}{|sa(1, \nu+1, l, \psi_{n2})|} \right]. \quad (1.12) \end{aligned}$$

2. Сильно нелінійні позовжні (крутильні) коливання одновимірних однорідних тіл під дією імпульсного збурення

2.1. Позовжні коливання одновимірних однорідних тіл під дією малого імпульсного збурення, яке залежить від часу. Відомо [12], що диференціальне рівняння позовжних (крутильних) коливань нелінійно пружного одновимірного тіла має вигляд

$$u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} u_x^\nu = 0 \quad (2.1)$$

в якому $u(x, t)$ – позовжне переміщення перерізу тіл з координатою x в довільний момент часу t , α – стала, яка визначається фізико-механічними властивостями матеріалу розглядуваного тіла. У випадку дії на тіло малого імпульсного збурення, що залежить від часу при малих дисипативних, в'язко-пружних та іншої природи нелінійних силах, диференціальне рівняння його коливань приймає дещо складніший вигляд

$$u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} u_x^\nu = \varepsilon \left[F(u_t, u_x) + \sum_{n=1}^N F_n(u_t, u_x) \delta(t - t_n) \right] \quad (2.2)$$

Функції, що входять у праву частину вказаного вище рівняння враховують дію на тіло малих нелінійних (у тому числі імпульсних) сил і вони по своїй природі (за виключенням дельта-функції) є аналітичними.

Наявність у досліджуваних тілах сил опору, дисипативних та в'язко-пружних сил приводить до того, що в них встановлюється з часом одночастотний динамічний процес. Зважаючи на вказане, процес знаходження розв'язку рівняння (2.2) суттєво спрощується. Тому нижче будемо будувати розв'язок рівняння (2.2), котрий асимптотично наближається до одного із множини одночастотних розв'язків незбуреного рівняння (2.1) і задовольняє одну із крайових умов

$$u(x, t)|_{x=0} = u(x, t)|_{x=l} = 0, \quad (2.3)$$

$$u_x(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=l} = 0, \quad (2.4)$$

$$u(x, t)|_{x=0} = u_x(x, t)|_{x=l} = 0. \quad (2.5)$$

Одночастотні розв'язки незбурених крайових задач (2.1), (2.3), (2.1), (2.4), (2.1), (2.5) виражаються [13, 14] через періодичні Атеб-функції у вигляді

$$u(x, t) = aX(x)ca(\nu+1, l, \omega(a)t + \theta), \quad (2.6)$$

де $\omega(a) = \alpha \sqrt{a^\nu (sl^{-1}\Pi_x)^{\nu+2}}$, $\Pi_x = \Pi(1, (\nu+1)^{-1})$, $s = k$ для крайових умов (2.3) і (2.4) та $s = \frac{2k+1}{2}$ для крайових умов (2.5). Функції $X(x)$, які описують форми коливань, залежать також від крайових умов (способу закріплення тіла) і, відповідно виглядають:

$$X(x) = \begin{cases} sa(1, (\nu+1)^{-1}, k\Pi_x l^{-1}x), \\ ca(1, (\nu+1)^{-1}, k\Pi_x l^{-1}x), \\ sa(1, (\nu+1)^{-1}, (2k+1)\Pi_x(2l)^{-1}x). \end{cases} \quad (2.7)$$

Зважаючи на те, що система функцій $\{X(x)\}$ ортонормована, перше наближення асимптотичного розв'язку збуреного рівняння (2.1) у формах коливань, котрі близькі k -і форми незбуреного рівняння, можна записати у вигляді

$$u(x, t) = aX(x)ca(\nu+1, l, \psi) \quad (2.8)$$

де амплітуда a і фаза ψ одночастотного динамічного процесу визначаються системою диференціальних рівнянь (1.8) у стандартній формі, тільки для випадку, який розглядається у функції $A(a)$, $A_n(a)$, $B(a)$ і $B_n(a)$ набувають дещо інший вигляд:

$$\begin{aligned} A(a) &= \frac{-1}{2\pi P\omega(a)} \int_0^{2\pi\tau} \int_0^l X(x)\bar{F}(a, x, \psi)sa(1, \nu+1, \psi)d\psi dx, \\ B(a) &= \frac{-(\nu+2)}{4aP\omega^2(a)} \int_0^{2\pi\tau} \int_0^l X(x)\bar{F}(a, x, \psi)ca(\nu+1, l, \psi)d\psi dx, \\ A_n(a) &= \frac{sa(1, \nu+1, l, \psi_n)}{2P\omega^2(a)} \int_0^l X(x)\bar{F}_n(a, x, \psi_n)dx \begin{cases} 0 & npu \quad t < t_n, \\ 0,5 & npu \quad t = t_n, \\ 1 & npu \quad t > t_n, \end{cases} \\ B_n(a) &= \frac{(\nu+2)ca(\nu+1, l, \psi_n)}{4P\omega^2(a)} \int_0^l X(x)\bar{F}_n(a, x, \psi_n)dx \begin{cases} 0 & npu \quad t < t_n, \\ 0,5 & npu \quad t = t_n, \\ 1 & npu \quad t > t_n, \end{cases} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\bar{F}(a, x, \psi) = F\left(aX(x)ca(\nu+1, l, \psi), \frac{-2a}{\nu+2}\omega(a)X(x)sa(1, \nu+1, \psi)\right), \quad P = \int_0^l X^2(x)dx,$$

$$\bar{F}_n(a, x, \psi) = F_n\left(aX(x)ca(\nu+1, l, \psi), \frac{-2a}{\nu+2}\omega(a)X(x)sa(1, \nu+1, \psi)\right), \quad \Pi_\tau = \Pi(1, \nu+1).$$

2.2. Поздовжні коливання дискретно-неперервних нелінійно пружних тіл. Математичною моделлю поздовжніх коливань дискретно-неперервного нелінійно пружного тіла може бути диференціальне рівняння

$$u_{tt} - \alpha^2 u_{xx} u_x^\nu = \varepsilon \left[F^*(u_t, u_x) + \sum_{n=1}^N F_n^*(u_t, u_{tt}, u_x, u_{xx}) \delta(x - x_n) \right], \quad (2.10)$$

в якому x_n – точки тіла, де зосереджені неоднорідні включення малих розмірів і фізико-механічні властивості цих включень мало відрізняються не у значній мірі від властивостей тіла. Аналітично ці відмінності можна описати за допомогою функцій $\varepsilon F_n^*(u_t, u_{tt}, u_x, u_{xx})$.

Зважаючи на результати п.п.1.1, 2.1 даної статі, приходимо до висновку: одночастотний динамічний процес у досліджуваному тілі можна описати залежність (2.6), в якій амплітуда і фаза процесу визначається залежностями (1.8). Функції, які входять у праві частини вказаних співвідношень виражаються через праві частини рівняння (2.9) у вигляді

$$\begin{aligned} A(a) &= \frac{-1}{2\pi P a(a)} \int_0^{2\pi T} X(x) \bar{F}^*(a, x, \psi) s a(1, \nu+1, \psi) d\psi dx, \\ B(a) &= \frac{-(\nu+2)}{4a P a(a)} \int_0^{2\pi T} X(x) \bar{F}^*(a, x, \psi) c a(\nu+1, 1, \psi) d\psi dx, \\ A_n(a) &= \frac{-X(x_n)}{2\omega(a) P_T} \int_0^{2\pi T} \bar{F}_n^*(a, x_n, \psi) s a(1, \nu+1, l\psi) d\psi, \\ B_n(a) &= \frac{-(\nu+2)X(x_n)}{4a a(a) P_T} \int_0^{2\pi T} \bar{F}_n^*(a, x_n, \psi) c a(\nu+1, 1, l\psi) d\psi, \end{aligned}$$

а $\bar{F}^*(a, x, \psi)$ і $\bar{F}_n^*(a, x, \psi)$ – значення функцій $F^*(u_t, u_x)$ і $F_n^*(u_t, u_{tt}, u_x, u_{xx})$, що відповідають $u(x, t) = aX(x)ca(\nu+1, 1, \psi)$.

Викладену методику можна узагальнити і на деякі інші системи, зокрема, використовуючи результати, які отримані у [15], на випадок збурених крайових умов, а як окремий випадок із викладеного при $\nu=0$ отримуються результати, які стосуються квазілінійних систем із імпульсним збуренням, а при $f_n(y, \dot{y}) \equiv 0$ (і відповідно $F_n(u_t, u_x) \equiv 0$ чи $F_n^*(u_t, u_x) \equiv 0$) – розв'язки сильно нелінійних, звичайних чи з частинними похідними, сильно нелінійних диференціальних рівнянь.

Література

1. Гашук П., Зорій Л. Лінійні моделі дискретно-неперервних механічних систем. – Львів: Українські технології, 1999. – 372 с.
2. Мышкис А.Д., Самойленко А.М. Системы с толчками в заданные моменты времени. – Мат. сб. – 1967, №2. – С. 202-208.
3. Дзыра Б.И. К вопросу обоснования метода усреднения для исследования одностотных колебаний, возбуждаемых мгновенными силами. – В сб. Аналитические и качественные методы исследования дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений. – К. Изд. – во Ин-та математики, 1977. – С. 34-38.
4. Самойленко А.М., Перестюк Н.П. Периодические решения слабо нелинейных систем с импульсным воздействием// Дифференц. Уравнения. – 1978. – 14, №6. – С. 1034-1045.

5. Самойленко А.М., Перестюк Н.П. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. – К.: КГУ, 1980. – 80 с.

6. Перестюк Н.П. Периодические и почти-периодические решения дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. – IX Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. Ч.1. – К.: Наук. думка, 1984. – С. 301-304.

7. Дзыра Б.И. Про коливання стержня з зосередженими масами і моментами інерції, збуреними миттєвими силами. IX Міжнар наук. конф ім. ак. М. Кравчука. Матеріали конф. К., 2002. – С. 65-66.

8. Митропольский Ю. А., Мосеев Б.И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. – К.: Вища школа, 1976. – 592 с.

9. Сеник П. М. Обернення неповної Beta-функції// Укр. мат. журн. – 1969. – 21, №3. – С. 325 – 333.

10. Найфэ А.Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с.

11. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

12. Филимонов А.М. Периодические решения некоторых нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными// Дифференц. уравнения. – 1976. – 12, №11. – С. 2077-2084.

13. Сокил Б. И. Об асимптотических разложениях краевой задачи для одного нелинейного уравнения с частными производными// Укр. мат. журн. – 1982. – 34, №6. – С. 803 – 805.

14. Сокил Б. И. Про один спосіб побудови одночастотних розв'язків для нелінійного хвильового рівняння// Укр. мат. журн. – 1994. – 46, № 6. – С. 782 – 785.

15. Сокил Б. И. Періодичні Атеб-функції в дослідженні одночастотних розв'язків деяких хвильових рівнянь. У зб.: Праці Наукового товариства імені Шевченка, т.І. – 1997. – С. 588-59.

УДК 615.47

Доц. Є. Сторчун, д-р техн. наук; магістрант В. Калин;
аспір. Ю. Сторчун – НУ "Львівська політехніка"

ЗБІЖНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ ОБСТЕЖЕННЯ БІОБ'ЄКТІВ

Представлено результати дослідження збіжності показників пульсового сигналу.

Doc. E. Storchun; magistant V. Kalin;
doctorate Y. Storchun – NU "Lviv'ska Politehnika"

Precision of results of inspection bioobject

The results of research of precision of parameters of a pulse signal are submitted.

Вступ

Дієвість охорони здоров'я працівників меблевої та деревообробної промисловості визначається, зокрема, застосуванням ефективних методів експрес-діагностики. Ефективність інструментальних методів пов'язана із якістю вимірювання відповідних технічних засобів: збіжністю та відтворюваністю результатів.

Метою роботи було дослідження збіжності визначення показників пульсових сигналів пульсодіагностичним комплексом [1] з новими пристроями формування вхідних сигналів [2], які відрізняються функціонально незалежними каналами, а також впливу на отримувані результати дихання та положення обстежуваної особи.