

де $b(r)$ – неперервна функція на окраїні S області V , $r \equiv (x, y, z)$.

Для обчислення параметрів в таблиці 1 ($x=y=0$) використано такі формули [3,4,6]:

$$^*V = \pi b p_0 (K - F(\varphi, k)), \quad \frac{\partial^* V}{\partial z} = -\pi p_0 \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$V = ^*V + \frac{b}{2} \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial V}{\partial z}, \quad 0(1/z) = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad 0(1/z^2) = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi},$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\pi p_0 \cdot 2 \left\{ \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} - [E - E(\varphi, k)] \operatorname{tg} \varphi \right\},$$

де: $K, F(\varphi, k), E, E(\varphi, k)$ – еліптичні інтеграли, p_0 – тиск в точці $x=y=z=0$.

Висновки

Запропоновано метод, який дозволяє перейти від необмежених до обмежених тіл в рамках просторової контактної задачі.

Метод дозволяє визначити, із необхідною для практики точністю, всі параметри напруженого стану тіл з реальними розмірами та тіл, обмежених напівпростором, у повному діапазоні значень ексцентриситета $0 \leq k \leq 1$ еліпса площадки контакту.

Література

1. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности. – М.: Гостехиздат, 1957. – 632 с.
2. Рymar О.М. Аналіз задачі Герца// Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні// – Львів: Львівська політехніка, 2000. – В. 35. – С. 82-87.
3. Рymar О.М. Виконання граничних умов для відомого розв'язку задачі Герца// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 1999, вип. 2. – С. 84-87.
4. Рymar О.М. Система переміщень точного розв'язку просторової контактної задачі// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 2000, вип. 4. С. 96-100.
5. Рymar О.М., Штангрет Б.С., Ренкас А.Г. Точність розв'язку просторової контактної задачі стосовно напружень для тіл з реальними розмірами// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 2001, вип. 6. С.
6. Рymar О.М., Рymar М.О. Зв'язок між нормальними напруженнями для задачі Герца/ Вісник НУ "ЛП". – Львів, 2001, вип. 422. – С. 80-86.
7. Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел// Изд-во УН УССР. – Киев, 1952. – Т1. – 151 с.
8. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

УДК 621.01:621-868

Доц. О.В. Гаврильченко*, канд. техн. наук;

доц. Р.В. Юревич, канд. техн. наук – УкрДЛТУ; студ. О.В. Шуміліна*

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НА ЖОРСТКІСТЬ ТА МІЦНІСТЬ КОМПЛЕКСНОЇ ПЛОСКОЇ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ, ЯКА ВИКОРИСТОВУЄТЬСЯ У БАГАТОМАСНИХ ВІБРОМАШИНАХ ОБ'ЄМНОЇ ОБРОБКИ

Розглядаються плоскі пружні системи, що використовуються у вібраційних машинах об'ємної обробки з електромагнітними віброзбудниками. Подається розрахунок на жорсткість та міцність плоскої пружної системи.

* НУ "Львівська політехніка"

M.P. Martynsiv, O.V. Gavrilchenko, O.V. Shumilina

The method of calculation of strength and rigidity of the complex leaf elastic systems of the multi-masses vibratory machine for volumetric treatment

The leaf elastic system of the vibratory finishing machines with electromagnetic vibration exciter for volumetric treatment is considered. The calculations of rigidity and strength of the leaf elastic system are presented.

Пружні системи у резонансних вібраційних машинах об'ємної обробки з електромагнітними віброзбудниками відіграють одну з вирішальних ролей у досягненні необхідних амплітуд коливань робочого органу (контейнера). Від точності визначення жорсткості пружних елементів залежить резонансне відлаштування механічної коливної системи вібраційної машини, а правильно проведений розрахунок плоскої пружної системи на міцність гарантує роботу пружної системи в циклічних режимах без поломок.

Розрахункову модель механічної коливної системи з комплексною плоскою пружною системою для шести- та семимасної вібромашин принципово можна звести до схеми, що на рис. 1. Така комплексна пружна система складається з двох плоских пружних систем розташованих коаксіально одна відносно одної з жорсткостями на згин відповідно c_{1n}, c_{2n} . Кожна пружна система, у даному випадку, містить по чотири плоских пружних елементи, розташованих радіально відносно спільного центра.

Проміжна маса з моментом інерції J_n змінюється під дією збуджуючого моменту $M_{36}(t)$ за узагальненою координатою ξ . Контейнер з моментом інерції J_k кінематично збуджується від проміжної маси за узагальненою координатою θ .

Нехтуючи дисипацією, систему рівнянь, що описує динамічну модель механічної коливної системи плоскої пружної системи, можна записати як:

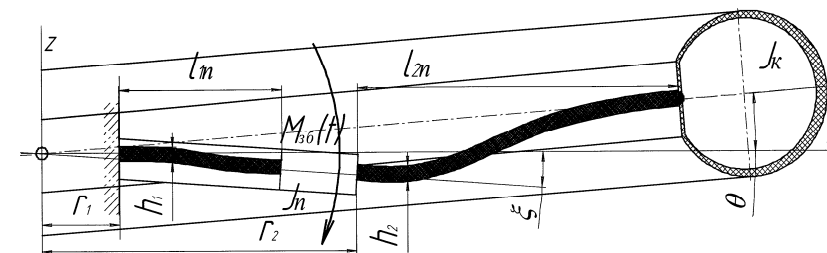


Рис. 1. Принципове зображення механічної коливної системи комплексної плоскої пружної системи

$$\begin{cases} (c_{1n} + c_{2n} - J_n \omega^2) \xi - c_{2n} \theta = M_{36}; \\ -c_{2n} \xi + (c_{2n} - J_k \omega^2) \theta = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де: ξ, θ – амплітуди коливань відповідно проміжної маси та контейнера; M_{36} – амплітудне значення вимушуючого моменту; ω – вимушена частота коливань механічної коливної системи.

Усуваючи з системи рівнянь (1) момент M_{36} та розв'язуючи її відносно жорсткостей c_{1n} , c_{2n} , отримаємо:

$$c_{1n} = \frac{\omega^2 (J_k \theta^2 - J_n \xi^2) + \xi \theta \omega^2 (J_n - J_k)}{\xi (\theta - \xi)}; \quad c_{2n} = \frac{J_k \theta \omega^2}{\theta - \xi}. \quad (2, 3)$$

Зазначимо, що у вирази (2, 3) для визначення жорсткостей c_{1n} , c_{2n} входять амплітуди коливань ξ , θ , які задають форму коливань двомасної механічної коливної системи з двома ступенями вільності.

Прийнявши, що плоскі пружні системи складаються з чотирьох пружних елементів, жорсткості цих пружних систем згідно [1] становитимуть:

$$c_{1n} = \left[\left(1 - \frac{2\psi}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{2\psi}{\pi} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2G\beta h_1 b_1^3}{l_{1n}} + \frac{8EJ_{e1}}{l_{1n}} \left[\frac{3r_1^2}{l_{1n}^2} + \frac{3r_1}{l_{1n}} + 1 \right] \right]; \quad (4)$$

$$c_{2n} = \left[\left(1 - \frac{2\psi}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{2\psi}{\pi} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2G\beta h_2 b_2^3}{l_{2n}} + \frac{8EJ_{e2}}{l_{2n}} \left[\frac{3r_2^2}{l_{2n}^2} + \frac{3r_2}{l_{2n}} + 1 \right] \right], \quad (5)$$

де $\psi \leq 90^\circ$ – кут в межах кроку розміщення пружних елементів; G – модуль пружності при крученні; E – модуль поздовжньої пружності; β – коефіцієнт, що залежить від співвідношення сторін $h_{1,2}$ і $b_{1,2}$ прямокутних перерізів першої та другої плоских пружних систем; J_{e1} , J_{e2} , l_{1n} , l_{2n} , r_1 , r_2 – попарно відповідно моменти інерції поперечного перерізу пружних елементів, робочі довжини пружних елементів та радіуси розташування місць кріплення центральних частин першої та другої ділянок плоскої пружної системи.

Прирівнявши попарно вирази (2), (4) та (3), (5) і враховуючи, що значення моментів інерції прямокутного перерізу відповідного пружного елемента для двох ділянок становить $J_{e1} = b_1 h_1^3 / 12$, $J_{e2} = b_2 h_2^3 / 12$, $b_{1,2} = 5h_{1,2}$, а також те, що власна частота коливань механічної коливної системи повинна дорівнювати $\omega_0 = \omega / (0.93 \dots 0.96)$ (в такому випадку резонансне налагодження становить $z = 0.93 \dots 0.96$), отримаємо вирази для знаходження h_1 , h_2 :

$$h_1 = 4 \sqrt{\frac{\omega^2 (J_k \theta^2 - J_n \xi^2) + \xi \theta \omega^2 (J_n - J_k)}{\xi (\theta - \xi) z^2 \Omega_1}}; \quad h_2 = 4 \sqrt{\frac{J_k \theta \omega^2}{(\theta - \xi) z^2 \Omega_2}}, \quad (6, 7)$$

$$\text{де } \Omega_{1,2} = \left[\left(1 - \frac{2\psi}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{2\psi}{\pi} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{250 \cdot G\beta}{l_{1,2n}} + \frac{10E}{3l_{1,2n}} \left(\frac{3r_{1,2}^2}{l_{1,2n}^2} + \frac{3r_{1,2}}{l_{1,2n}} + 1 \right) \right].$$

Приймаючи $\theta_1 = \xi$ та $\theta_2 = \theta$, згідно [2] максимальні напруження у пружних елементах при згині відповідно для першої та другої плоских пружних систем становлять:

$$\sigma_{\max 1,2} = \frac{\theta_{1,2} h_{1,2}}{l_{1,2n}} \sqrt{\left(E \left(\frac{3r_{1,2}}{l_{1,2n}} + 2 \right) \right)^2 + 400 \cdot \left(\frac{G\beta}{\alpha} \right)^2}. \quad (8)$$

Підставляючи в (8) вирази для h_1 та h_2 з (6,7), отримаємо такі остаточні формули для перевірки на міцність пружних елементів першої та другої плоских пружних систем:

$$\sigma_{\max 1} = \frac{\xi}{l_{1n}} \sqrt{\left(E \left(\frac{3r_1}{l_{1n}} + 2 \right) \right)^2 + 400 \cdot \left(\frac{G\beta}{\alpha} \right)^2} \times 4 \sqrt{\frac{\omega^2 (J_k \theta^2 - J_n \xi^2) + \xi \theta \omega^2 (J_n - J_k)}{\xi (\theta - \xi) z^2 \Omega_1}}; \quad (9)$$

$$\sigma_{\max 2} = \frac{\theta}{l_{2n}} \sqrt{\left(E \left(\frac{3r_2}{l_{2n}} + 2 \right) \right)^2 + 400 \cdot \left(\frac{G\beta}{\alpha} \right)^2} \times 4 \sqrt{\frac{J_k \theta \omega^2}{(\theta - \xi) z^2 \Omega_2}}. \quad (10)$$

Таким чином, наведений вище розрахунок плоских пружних систем на жорсткість з виведенням остаточних виразів геометричних параметрів пружних елементів дає змогу точного налагодження систем в резонанс, а проведений розрахунок на міцність дозволяє перевірити їх на здатність роботи при знакозмінних навантаженнях.

Література

1. Повідайло В.О., Ланець О.С. Розрахунок та аналіз плоскої пружної системи вібраційної машини об'ємної обробки// Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук. – техн. зб. – Львів: НУ "Львівська політехніка", 2001, вип. 36. – С. 30-36.
2. Гаврильченко О.В., Ланець О.С. Розрахунок на жорсткість та міцність плоскої пружної системи з шістьма пружними стержнями, яка використовується у вібромашинах об'ємної обробки// Машинознавство. – 2001, №9 (51). – С. 51-55.
3. Повідайло В.А. Расчет и конструирование вибрационных питателей. – М.: Машгиз, 1962.

УДК 539.06

Доц. О.І. Думанський – УкрДЛТУ

ЗАГАЛЬНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ КРУЧЕННЯ ПОРОЖНИСТИХ ПРИЗМАТИЧНИХ ВАЛІВ (БРУСІВ)

Пропонується загальний метод дослідження напруженого стану порожнистих призматичних валів (брусів), що знаходяться під дією моменту кручення, якщо перетворююча функція поперечного перетину вала (бруса) на круг має вигляд многочлена довільного ступеня.

Doc. O.I. Dumanskiy – USUFWT

General method for the research of cavernous prismatic shafts (balks) twisting

The general method for the research of strained state of hollow prismatic shafts (balks) under the moment of rotation is proposed. It is assumed here that the transforming function of cross section from shafts (balks) to ring is presented by polynomial of random power.

У деяких механізмах, елементами яких є вали або бруси, для полегшення конструкції або виходячи з конструктивних потреб вал або брус може бути порожнистим, тобто його поперечним перерізом є двозв'язна область із зовнішнім контуром і внутрішнім отвором певної геометричної конфігурації.