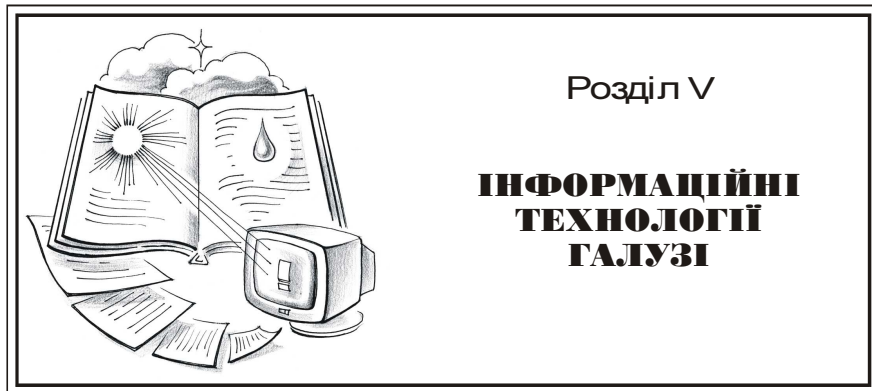




УДК 539.3

Доц. О.М. Рymar¹, канд. техн. наук;
проф. І.С. Керницький², д-р техн. наук

ЗАСТОСУВАННЯ НОВОГО РОЗВ'ЯЗКУ ПРОСТОРОВОЇ КОНТАКТНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ТІЛ З РЕАЛЬНИМИ РОЗМІРАМИ

Застосування нового розв'язку задачі Герца, задовольняє всі необхідні вимоги теорії пружності та дозволяє визначити параметри напруженого стану тіл з реальними розмірами.

О.М. Rymar, I.S. Kernysky

Application of solving the newest Hertzian contact problem for real bodies

The argumentation for application of solving the newest Hertzian contact problem are shown in this article. The solving of this problem is based on a system of displacement that satisfies the elastic theory conditions for real bodies.

Теорія Герца і сьогодні є основою розв'язку ряду прикладних задач теорії пружності. Відомий розв'язок задачі Герца [1] має особливості [2], які суттєво звужують його застосування та викликають сумніви щодо точності визначення параметрів напруженого стану контактуючих деталей [3]. З метою усунення вказаних особливостей запропоновано новий [4] розв'язок задачі, який задовольняє всі вимоги теорії пружності, граничну умову безмежності щодо переміщень вздовж осі z дії зовнішнього зусилля $P_{z=0}$

$$w_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (1)$$

та умову про статичну еквівалентність суми нормальних напружень σ_z величини зусилля $P_{z=0}$ для довільного перерізу півпростору площиною $z = \text{const}$ [5], тобто

$$P_{z=0} = P_{z=\text{const}} = -2\pi \int_0^{\infty} \sigma_{zr} r dr, \quad (2)$$

де σ_{zr} – функція розподілу нормальних напружень в радіальному напрямку.

¹ Львівський інститут пожежної безпеки

² Національний університет "Львівська політехніка"

Новий розв'язок показує наявність, для точок площадки, контакту дотичних напружень τ_{xz}, τ_{yz} [5] та меншу, в $1/(1+2\nu)$ раз, суму нормальних напружень $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ [6] порівняно з відомим, тобто обидва розв'язки суттєво відрізняються.

Метою роботи є пошук та підтвердження такої ідеї нового розв'язку, яка забезпечить його застосування для тіл з реальними розмірами у повному діапазоні значень ексцентриситета еліпса площадки контакту $0 \leq k \leq 1$. Такою ідеєю є метод, який дозволяє перейти від необмежених до обмежених тіл в рамках просторової контактної задачі.

Розглянемо необхідність виконання умови (1). Автори робіт [1], (ст. 46, 47, 57), [7], (ст. 22, 24, 38), неодноразово стверджуючи про її виконання переміщеннями u, v, w вздовж осей x, y, z відповідно та про виконання умови

$$V_{H \rightarrow \infty} \rightarrow 0, V_H \equiv w \quad (3)$$

для ньютонівського потенціалу простого шару V_H [1], (с. 46), не наводили результатів досліджень цього питання.

В основу відомого розв'язку [1] покладена система переміщень задачі Буссінеска з потенціалом $V_0 = 1/r$, при цьому потенціал V_H розглядається як $V_H \equiv V_0$, де $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}$.

Із теорії потенціалу відомо ([8], 15.6), що для *необмеженої* області V розв'язок $\Phi(r)$ диференціальних рівнянь Лапласа існує та є єдиним, якщо виконується асимптотична поведінка цього розв'язку та його похідної на безмежності $r \rightarrow \infty$

$$\Phi(r) = o(1/r), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = o(1/r^2) \quad (4)$$

для задачі Неймана

$$\nabla^2 \Phi(r) = 0 \quad (r \in V), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = b(r) \quad (r \in S), \quad (5)$$

де $b(r)$ – неперервна функція на околиці S області V .

Якщо для задачі Герца говориться про існування на околиці S задачі Неймана, то вимога у вигляді (4), яка порівняно з умовою (1) вказує і на порядок малості, повинна існувати для переміщень (3)

$$w_{z \rightarrow \infty} = o(1/r), \quad (6)$$

оскільки потенціал $V_H \equiv \Phi(r) \quad (r \in V)$.

Для відомого розв'язку задачі Герца умови (1), (3), (4), (6) щодо порядку малості не виконуються [3], тобто область V потенціалу V_H є *обмеженою*.

Це підтверджують результати обчислень параметрів V та $\frac{\partial V}{\partial z}$ для точок осі z , близьких до безмежності (табл. 1). Обчислення виконані із застосуванням програми Mathcad (Quick Sheets – Special Functions) з необхідною високою

точністю. Позначення $4(9)$ для параметрів k і q означають кількість дев'яток після коми, де $\varphi = \arcsin q$, при цьому

$$\varphi = \arctg \frac{z}{b},$$

де: z – координата точки, b – мала піввісь еліпса площадки контакту.

Для обмеженої області V розв'язок задачі Неймана $\Phi(r)$ єдиний з точністю до адитивної постійної. Але, в такому випадку, виникає інша проблема. За вимогами класичної механіки для обмежених тіл ми повинні розглядати не тільки навантаження тіла на окраїні $S (z=0)$ зусиллям $P_{z=0}$, але і конкретизувати спосіб реалізації дії вектора рівнодіючої $P_{z=const}$ та враховувати вплив цього способу на напружений стан тіла, в тому числі і для точок окраїни S , тобто точок площадки контакту. Такий шлях може привести до надмірного ускладнення та зміни самого означення просторової контактної задачі, а тому нами не розглядається.

Тоді легко показати, що область V існування гармонічного потенціалу V_H не може бути обмеженою. Потенціал $\Phi(r)$ є розв'язком лінійних рівнянь з частковими похідними Лапласа $\nabla^2 \Phi(r) = 0$ та Пуассона $\nabla^2 \Phi(r) = -4\pi Q(r)$, де $\Phi(r)$, $Q(r)$ – функції точки в трьохвимірному евклідовому просторі $(r) \equiv (x, y, z)$. Цей потенціал для задачі Герца знайдений у вигляді потенціалу еліптичного диска змінної густини із масою P [1]

$$V_H = \frac{3P}{4} \int_t^\infty \frac{\left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s} - \frac{z^2}{s}\right) ds}{\sqrt{(a^2+s)(b^2+s)s}}, \quad (7)$$

де: b, a – півосі еліпса площадки контакту, t – найбільший корінь рівняння

$$1 - \frac{x^2}{a^2+t} - \frac{y^2}{b^2+t} - \frac{z^2}{t} = 0.$$

Табл. 1. Порядок малості потенціалів V_H і V та їх похідних для точок осі z на безмежності $z \rightarrow \infty$

k	q	$0(1/z^2)$	$0(1/z)$	$*V / \pi b p_0$	$-\frac{\partial^* V}{\partial z} \left(\frac{1}{\pi p_0} \right)$	$V_H / \pi b p_0$	$-\frac{\partial V_H}{\partial z} \left(\frac{1}{\pi p_0} \right)$
0,8	15(9)	$2 \cdot 10^{-15}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$7,4 \cdot 10^{-8}$	$4,6 \cdot 10^{-15}$	- 0,263	$2,4 \cdot 10^{-8}$
	10(9)	$2 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-10}$	- $6 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-8}$
	8(9)	$2 \cdot 10^{-8}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$3,3 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$
0,9	15(9)	$2 \cdot 10^{-15}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$6,3 \cdot 10^{-15}$	- 0,671	$6 \cdot 10^{-8}$
	10(9)	$2 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$4,6 \cdot 10^{-10}$	- $1,4 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-8}$
2(9)	15(9)	$2 \cdot 10^{-15}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-7}$	$1,9 \cdot 10^{-14}$	13,69	- $1,2 \cdot 10^{-6}$
	10(9)	$2 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-9}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	- $1,2 \cdot 10^{-6}$
4(9)	15(9)	$2 \cdot 10^{-15}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-13}$	$1,1 \cdot 10^5$	- $9,6 \cdot 10^{-3}$
	10(9)	$2 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-8}$	339	- $9,6 \cdot 10^{-3}$
6(9)	15(9)	$2 \cdot 10^{-15}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-12}$	$3 \cdot 10^5$	- $2,8 \cdot 10^{-2}$
	10(9)	$2 \cdot 10^{-10}$	$1,4 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	956	- $2,8 \cdot 10^{-2}$

Інтервали параметрів

$$0 \leq t \leq \infty, \quad 0 \leq z \leq \infty \quad (8)$$

визначають *необмежену* область V для конкретної величини зусилля P , тому просте обмеження області V неможливе як таке, що змінює умови одержання потенціалу (7) із відомої формули для потенціалу однорідного еліпсоїда одиничної густини [1], (ст. 54, 55). Зменшення області V за рахунок зміни інтервалів (8) нам видається практично нездійсненим для тіл з реальними та різними розмірами, але постійною величиною зусилля P . Спрощене представлення переміщень w за формулою (3) утотожнюється з інтегралом (7). Цей інтеграл своїми межами визначає найбільше переміщення як переміщення точки на окраїні $S (z=0)$ відносно нерухомої точки на безмежності, тобто враховує деформацію *необмеженого* півпростору.

За фізичною сутністю виконання умови (1) $z = \infty$ в точках фіксує необмежене, навантажене на окраїні $S (z=0)$ області V , контактуюче тіло так, як це робить статично зрівноважена система сил у класичній механіці для *обмежених* тіл, не конкретизуючи при цьому спосіб реалізації статично зрівноваженої системи сил.

Наведені в таблиці 1 результати обчислень потенціалу V_H показують, що для близьких до безмежності точок осі z він приймає значення співрозмірні ($k=0,8$) або на порядок вищі ($k=0,9999$) порівняно із його ж значеннями для точки $z=0$, для якої всі деформації є максимальними. Така особливість спостерігається для всіх значень ексцентриситета $k > 0$.

Особливості відомого розв'язку, розкриті в роботах [2, 3], та вище наведені аргументи дозволяють однозначно класифікувати цей розв'язок як наближений. Тому виникає питання про оцінку його точності при відсутності строгих теоретичних методів здійснення такої оцінки. За таких умов результати експериментальних досліджень стають визначальними, але і вони дозволяють оцінити тільки порядок величин деяких параметрів.

У такому випадку точний розв'язок задачі необхідно шукати на основі часткових випадків, в яких можна задовольнити всі необхідні вимоги теорії пружності та крайові і граничні умови. Для нашої задачі таким частковим випадком є вибір одного із контактуючих тіл – *необмеженим*, тобто у вигляді півпростору, для котрого новий розв'язок [4] задовольняє умови (1), (2) та вимоги теорії пружності.

Але для контактної задачі, на спільній окраїні S областей першого V_1 та другого V_2 тіл, нам видається неможливим виконати одночасно логічно несумісні вимоги для *необмеженої*, наприклад, області V_2 та *обмеженої* області V_1 . Адже для точок окраїни S *обмеженої* V_1 (відомий розв'язок [1]) та *необмеженої* (новий розв'язок [4]) V_2 областей відрізняються всі параметри напруженого стану, при цьому нормальні напруження – суттєво, а дотичні напруження $\tau_{xz} = \tau_{zy} = 0$ розв'язок [1] визначає априорі.

Тепер стає очевидним, що з точки зору узагальнення розв'язку задачі необхідно розглядати такі два контактуючі тіла:

- перше, *необмежене* вздовж осі z та обмежене вздовж осей x, y в околиці окраїни S ;

- друге, *необмежене* – півпростір –, яке в частковому випадку може обмежуватися вздовж осей x, y .

Зауважимо, що умова (2) виконується обома, відомим [1] та запропонованим [4], розв'язками тільки для *необмежених* тіл, тобто для площин $z=const$ *півпростору* [5]. Обмеження однієї області V_1 (або обох областей V_1 і V_2) вздовж осей x, y , з одночасним необмеженням цих областей вздовж осі z , вводиться для одержання *обмеженої* еліптичної області S , тобто як передумова самої задачі. Ось чому ми розглядаємо області V_1 та V_2 *необмеженими* вздовж осі z та вимагаємо виконання умови (1) для обох тіл.

Такий шлях дає точний розв'язок [4] для необмеженої області (півпростір), але вимагає додаткових дій стосовно виконання умови (2) для тіл, обмежених вздовж осей x, y, z . Нам вдалося його реалізувати для деяких випадків, наприклад, для тіл, обмежених поверхнями обертання [5].

У загальному, для обмежених тіл, суть методу полягає в тому, що для площини $Z=const$ такого тіла досягається виконання умови (2) за допомогою застосування системи-аналога [5]. Системи-аналоги дозволяють, при виконанні умов (1), (2), вводити додаткову інформацію про конфігурацію тіл та їх розміри у площині $Z=const$.

Це надає можливість розраховувати напруження в точках цієї площини з необхідною для практики точністю. Замінивши в точках площини $Z=const$ напруження їх реакціями, можна відкинути периферійну стосовно країни S частину тіла. Іншими словами, метод дозволяє перейти від *необмежених* до *обмежених* тіл в рамках просторової контактної задачі. При цьому з'являється вага можливість оцінити (кількісно) розбіжність при визначенні параметрів напруженого стану за розв'язком [4] та із застосуванням систем-аналогів.

У роботі [5] показано, що при навантаженні тіл обертання в межах пружності розв'язок [4] визначає нормальні напруження σ_x, σ_y з точністю до декількох відсотків для точок площадки контакту. Точність розв'язку зростає із збільшенням коефіцієнта деформації еліпса площадки контакту $k'=b/a$ та стає максимальною для $k'=1$. Найважливішими особливостями розв'язку є плавний перехід від еліптичного контакту до часткових випадків $k'=1$ та $k'=0$ для значень всіх параметрів напруженого стану, а також "втрата" *логарифмічної* особливості при визначенні переміщень $w_{z=0}$ точок області S в частковому випадку значення коефіцієнта $k'=0$ (лінійний контакт), оскільки метод дозволяє для i -го тіла розглядати відносні переміщення

$$w_i = w_{iz=0} - w_{iz=const}$$

як переміщення точок області S відносно точок площин $z=const$. Сума таких переміщень буде визначати наближення δ точок з координатами z_1 та z_2 відповідно першого та другого тіл.

Новий розв'язок задачі [4], таким чином, позбавлений всіх, без винятку, особливостей відомого розв'язку [1] і може бути застосований для *обмежених* та *необмежених* тіл.

Система переміщень точок тіла має узагальнений вигляд

$$u = -Bz \frac{\partial V_H}{\partial x} - C \int_z^\infty \frac{\partial V_H}{\partial x} dz, \quad v = -Bz \frac{\partial V_H}{\partial y} - C \int_z^\infty \frac{\partial V_H}{\partial y} dz, \quad w = -Bz \frac{\partial V_H}{\partial z} + 2AV_H, \quad (9)$$

де:

- для відомого розв'язку [1]

$$B_\Gamma = \frac{1+\nu}{2\pi E}, \quad A_\Gamma = \frac{(1-\nu^2)}{2\pi E}, \quad C_\Gamma = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E},$$

- для запропонованого нового розв'язку [4]

$$A_S = B_S = \frac{\eta}{2\pi}, \quad \eta = \frac{1+\nu}{E(1+2\nu)}, \quad C_S = \frac{1}{2\pi} \frac{(1+\nu)(4\nu-1)}{E(1+2\nu)},$$

V_H – ньютонів потенціал простого шару; E, ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу тіла.

У роботі [3] показано, що причиною невиконання умов (4),(6) для відомого розв'язку є особливості першої складової переміщень w (9)

$$-B_\Gamma z \frac{\partial V_H}{\partial z}, \quad (10)$$

яка входить і у другу складову $2AV_H$, оскільки

$$V_H = {}^*V + \frac{z}{2} \frac{\partial V_H}{\partial z},$$

де функція

$${}^*V = \frac{3P}{4} \int_t^\infty \frac{\left(1 - \frac{x^2}{a^2+s} - \frac{y^2}{b^2+s}\right) ds}{\sqrt{(a^2+s)(b^2+s)}}$$

названа нами неповним бігармонійним потенціалом, $\nabla^4({}^*V) = 0$.

Легко показати, що для нового розв'язку у формулі (9) переміщення

$$w = 2A_S {}^*V, \quad (11)$$

тобто однозначно забезпечується виконання умови (1) (табл. 1).

Відсутність у формулі (11) складової (10) знижує вимоги до порядку малості за формулами (4). Тепер, для нового розв'язку, може бути сформульована інша крайова задача:

- для необмеженої області V розв'язок ${}^*V$ як бігармонійний потенціал існує та є єдиним, якщо у повному інтервалі ексцентриситета $0 \leq k \leq 1$ виконується асимптотична поведінка цього розв'язку та його похідної на безмежності $r \rightarrow \infty$

$${}^*V_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial {}^*V}{\partial n} = 0(1/r)$$

для задачі

$$\nabla^4({}^*V) = 0 \quad (rcV); \quad \frac{\partial {}^*V}{\partial n} = b(r) \quad (rcs),$$

де $b(r)$ – неперервна функція на окраїні S області V , $r \equiv (x, y, z)$.

Для обчислення параметрів в таблиці 1 ($x=y=0$) використано такі формули [3,4,6]:

$$*V = \pi b p_0 (K - F(\varphi, k)), \quad \frac{\partial^* V}{\partial z} = -\pi p_0 \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$V = *V + \frac{b}{2} \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial V}{\partial z}, \quad 0(1/z) = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}, \quad 0(1/z^2) = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi},$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\pi p_0 \cdot 2 \left\{ \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} - [E - E(\varphi, k)] \operatorname{tg} \varphi \right\},$$

де: $K, F(\varphi, k), E, E(\varphi, k)$ – еліптичні інтеграли, p_0 – тиск в точці $x=y=z=0$.

Висновки

Запропоновано метод, який дозволяє перейти від необмежених до обмежених тіл в рамках просторової контактної задачі.

Метод дозволяє визначити, із необхідною для практики точністю, всі параметри напруженого стану тіл з реальними розмірами та тіл, обмежених напівпростором, у повному діапазоні значень ексцентриситета $0 \leq k \leq 1$ еліпса площадки контакту.

Література

1. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности. – М.: Гостехиздат, 1957. – 632 с.
2. Рymar О.М. Аналіз задачі Герца// Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні// – Львів: Львівська політехніка, 2000. – В. 35. – С. 82-87.
3. Рymar О.М. Виконання граничних умов для відомого розв'язку задачі Герца// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 1999, вип. 2. – С. 84-87.
4. Рymar О.М. Система переміщень точного розв'язку просторової контактної задачі// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 2000, вип. 4. С. 96-100.
5. Рymar О.М., Штангрет Б.С., Ренкас А.Г. Точність розв'язку просторової контактної задачі стосовно напружень для тіл з реальними розмірами// 36. наук. пр. – Львів: Асоціація "Автобус", 2001, вип. 6. С.
6. Рymar О.М., Рymar М.О. Зв'язок між нормальними напруженнями для задачі Герца/ Вісник НУ "ЛП". – Львів, 2001, вип. 422. – С. 80-86.
7. Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел// Изд-во УН УССР. – Киев, 1952. – Т1. – 151 с.
8. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

УДК 621.01:621-868

Доц. О.В. Гаврильченко*, канд. техн. наук;

доц. Р.В. Юревич, канд. техн. наук – УкрДЛТУ; студ. О.В. Шуміліна*

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НА ЖОРСТКІСТЬ ТА МІЦНІСТЬ КОМПЛЕКСНОЇ ПЛОСКОЇ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ, ЯКА ВИКОРИСТОВУЄТЬСЯ У БАГАТОМАСНИХ ВІБРОМАШИНАХ ОБ'ЄМНОЇ ОБРОБКИ

Розглядаються плоскі пружні системи, що використовуються у вібраційних машинах об'ємної обробки з електромагнітними віброзбудниками. Подається розрахунок на жорсткість та міцність плоскої пружної системи.

* НУ "Львівська політехніка"

M.P. Martynsiv, O.V. Gavrilchenko, O.V. Shumilina

The method of calculation of strength and rigidity of the complex leaf elastic systems of the multi-masses vibratory machine for volumetric treatment

The leaf elastic system of the vibratory finishing machines with electromagnetic vibration exciter for volumetric treatment is considered. The calculations of rigidity and strength of the leaf elastic system are presented.

Пружні системи у резонансних вібраційних машинах об'ємної обробки з електромагнітними віброзбудниками відіграють одну з вирішальних ролей у досягненні необхідних амплітуд коливань робочого органу (контейнера). Від точності визначення жорсткості пружних елементів залежить резонансне відлаштування механічної коливної системи вібраційної машини, а правильно проведений розрахунок плоскої пружної системи на міцність гарантує роботу пружної системи в циклічних режимах без поломок.

Розрахункову модель механічної коливної системи з комплексною плоскою пружною системою для шести- та семимасної вібромашин принципово можна звести до схеми, що на рис. 1. Така комплексна пружна система складається з двох плоских пружних систем розташованих коаксіально одна відносно одної з жорсткостями на згин відповідно c_{1n}, c_{2n} . Кожна пружна система, у даному випадку, містить по чотири плоских пружних елементи, розташованих радіально відносно спільного центра.

Проміжна маса з моментом інерції J_n змінюється під дією збуджуючого моменту $M_{36}(t)$ за узагальненою координатою ξ . Контейнер з моментом інерції J_k кінематично збуджується від проміжної маси за узагальненою координатою θ .

Нехтуючи дисипацією, систему рівнянь, що описує динамічну модель механічної коливної системи плоскої пружної системи, можна записати як:

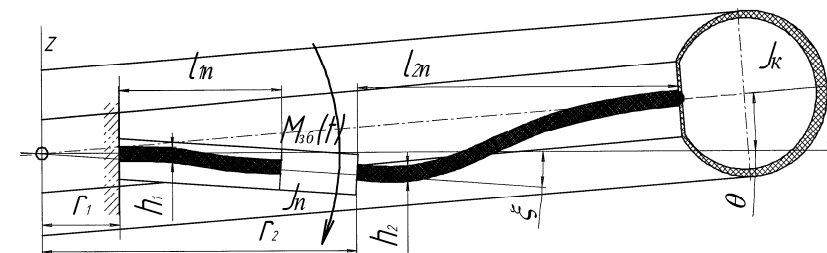


Рис. 1. Принципове зображення механічної коливної системи комплексної плоскої пружної системи

$$\begin{cases} (c_{1n} + c_{2n} - J_n \omega^2) \xi - c_{2n} \theta = M_{36}; \\ -c_{2n} \xi + (c_{2n} - J_k \omega^2) \theta = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де: ξ, θ – амплітуди коливань відповідно проміжної маси та контейнера; M_{36} – амплітудне значення вимушуючого моменту; ω – вимушена частота коливань механічної коливної системи.