

**ТЕПЛООБМІН МІЖ ПОТОКОМ ГАЗУ І МАТЕРІАЛОМ
У ШТАБЕЛІ**

Розглянуто основні аспекти теплообміну між потоком газу і матеріалом. Знайдено рівняння для визначення критерію Нусельта (Nu) у періоді постійної швидкості сушіння пиломатеріалів в штабелі.

J.V. Knysh, V.S. Grodzik – USUFWT

Exchanging processes between gas flow and material in the pile

The aspects of heat exchanging processes between gas flow and material in the pile are revised in the work.

Розрахунки процесів нагрівання та охолодження деревини без явища випаровування води вимагають знання коефіцієнту чистого теплообміну, який неускладнений масообміном і є величиною, що характеризує інтенсивність теплообміну і чисельно дорівнює питомому тепловому потоку через поверхню сортирента, віднесеного до різниці температур.

Коефіцієнт чистого теплообміну залежить від багатьох факторів: властивостей омиваючих деревину газів і їх швидкості, від стану поверхні деревини (жорсткості), від температури, форми і розмірів деревини і багатьох інших.

Складність аналітичних методів знаходження коефіцієнту чистого теплообміну навіть для найпростіших випадків потребує використання емпіричних рівнянь. Для початкового нагрівання пиломатеріалів перед сушінням коефіцієнт теплообміну ще не вивчений, а тому розглянемо це питання більш детально.

У технічній довідковій літературі при порівнянні різних тіл для різних умов використовують емпіричні рівняння, які узагальнюють величезний експериментальний матеріал, а математична обробка його виконана на основі теорії подібності. Ці рівняння з достатньою точністю можуть бути використані при визначенні коефіцієнту теплообміну для процесу початкового нагрівання перед сушінням пиломатеріалів.

Потік агента прогрівання матеріалу в штабелі при вимушеному русі обмежений стінками каналу, переріз якого має скінчені розміри. Тому агент прогрівання під час руху зазнає гальмівної дії стінок (рядів дошок і прокладок). Внаслідок дії сил внутрішнього тертя (в'язкості) закономірності процесу тепловіддачі значною мірою залежать від режиму руху потоку.

Як відомо, розрізняють два режими руху: турбулентний і ламінарний; критерієм для оцінки режиму руху є критичне значення $Re > Re_{кр}$, що відповідає турбулентному режиму, а при $Re < Re_{кр}$ маємо ламінарний рух. Зазначимо, що зміна режимів відбувається не миттєво при переході через $Re_{кр}$. Завжди буває перехідний режим при $Re = 2 \times 10^3 / 10^4$, при якому рух потоку змішаний.

Коли газ з великого об'єму надходить у канал, на початковій ділянці каналу біля стінок матеріалу утворюється пограничний динамічний шар. У міру просування газу у колі товщина цього шару збільшується і на певній

відстані від входу відбувається зливання пограничних шарів по всьому перерізі труби.

Для знаходження критерію Нусельта (Nu) при розвинутому турбулентному русі ($Re > 10^4$) використовується формула:

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} P_{ч}^{0,43} (P_{ч \text{ газу}} / P_{ч \text{ ст}})^{0,25} \quad (1)$$

Для знаходження критерію Нусельта (Nu) при ламінарному режимі ($Re \leq 2 \times 10^3$) застосовується формула:

$$Nu = 0,15 Re^{0,33} P_{ч}^{1/3} (G_{ч} P_{ч})^{0,1} (P_{ч} / P_{ч \text{ ст}})^{0,25} \quad (2)$$

Найбільш повне дослідження критерію Нусельта у періоді постійного конвективного сушіння пиломатеріалів в однорядному штабелі як у середовищі вологого повітря, так і у перегрітій парі проведено в роботах кандидата технічних наук Ю.В. Книша. Ним отримано критеріальне рівняння для періоду постійної швидкості сушіння пиломатеріалів в однорядному штабелі.

$$Nu_n = 0,0641 Re_b^{0,8} \left(\frac{T_c}{T_m} \right)^2 Pr^{1/3}, \quad (3)$$

де: $Nu_n = \frac{\alpha_k b}{\lambda_c}$ – критерій Нусельта для періоду постійної швидкості сушіння;

$Re_b = \frac{V_b}{\nu}$ – критерій Рейнольдса; $Pr = \frac{\nu}{a}$ – критерій Прандтля; T_c і T_m – абсолютна температура мокрого і сухого термометра, K° .

Теоретичний аналіз залежності критерію Nu при русі газів у каналах з прямокутним поперечним перерізом призводить до знаходження рівняння для визначення цього критерію в штабелі.

$$Nu = Nu_\infty + Nu_n \left(1 - \frac{1}{Re_n} \frac{b}{h} \right)^z = Nu_\infty + Nu_n (1 - B)^z, \quad (4)$$

де: $Re = \frac{Vh}{\nu}$ і $B = \frac{1}{Re_n} \cdot \frac{b}{h}$; h – висота каналу (товщина прокладки), м; b – довжина каналу (ширина штабелю), м; Nu_n – критерій Нусельта для однорядного штабелю.

УДК 519.85:674.815-41-023 Доц. Ю.І. Грицюк, канд. техн. наук – УкрДЛТУ

**СПОСІБ ПОЕТАПНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПЛАНУ РОЗКРОЮ
ПЛИТОФОРМАТНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ЗАГОТОВКИ**

Розглядається спосіб поетапної оптимізації плану розкрою плитоформатних матеріалів на заготовки (ПФМ), наведена формальна постановка задачі, її математичне формулювання і алгоритм розв'язання з використанням запропонованого способу.

Method of graded optimization of the cut plan opening plate of formatted materials to obtain blanks

The way graded of optimization of the plan opening plate of formatted materials (PFM) to obtain blanks is considered, the formal statement of a task, its mathematical formulation and algorithm of the decision with use of the offered way is induced.

У загальному випадку задача оптимізації плану розкрою плитоформатних матеріалів (ПФМ) на заготовки має таку змістовну постановку [4, 5]. З ПФМ певних типорозмірів і наявної кількості необхідно виготовити заготовки заданих розмірів і потрібної кількості. Відомі карти розкрою цього матеріалу і вихід заготовок за кожною з них. Потрібно визначити ту кількість ПФМ k -го типорозміру, яку необхідно розкроїти за j -ою картою, щоб отримати заготовок i -го виду заданих розмірів і потрібної кількості з найменшими відходами розкроюваного матеріалу чи найбільшим коефіцієнтом його використання.

Звернемо увагу на те, що, згідно з умовою задачі, завчасно відомі допустимі карти розкрою ПФМ на заготовки [1], які можна згенерувати будь-яким способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розмішування [2] прямокутних об'єктів (ПО) у межах прямокутної площини (ПП) з врахуванням різних обмежень і вимог, що утворюють ту чи іншу концептуальну схему розкрою, а для кожної з них відповідні базові конфігурації карт розкрою.

Введемо такі додаткові позначення:

- $\overline{D^n} \times \overline{Ш^n} = \{d_k^n \times ш_k^n, k = \overline{1, M^n}\}$ – типорозміри ПФМ;
- $\overline{B^n} = \{b_k^n, k = \overline{1, M^n}\}$ – наявна кількість ПФМ;
- $\overline{D^3} \times \overline{Ш^3} = \{d_i^3 \times ш_i^3, i = \overline{1, M^3}\}$ – розміри заготовок;
- $\overline{B^3} = \{b_i^3, i = \overline{1, M^3}\}$ – потрібна кількість заготовок;
- $\overline{R^n} = \{R_k^n = \{r_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}, k = \overline{1, M^n}\}\}$ – множина сформованих карт розкрою;
- $\overline{S^n} = \{s_k^n = d_k^n \times ш_k^n, k = \overline{1, M^n}\}$ – площа плити k -го типорозміру;
- $\overline{A^3} = \{A_k^3 = \{a_{kij}^3, j = \overline{1, n_k^n}, i = \overline{1, M^3}\}, k = \overline{1, M^n}\}$ – вихід заготовок i -го виду, який отримується з плит k -го типорозміру за j -ою картою розкрою;
- $\overline{S^3} = \{s_{kj}^3 = \sum_{i=1}^{M^3} d_i^3 \cdot ш_i^3 \cdot a_{kij}^3, j = \overline{1, n_k^n}, k = \overline{1, M^n}\}$ – обсяг заготовок, який отримується з плит k -го типорозміру за j -ою картою розкрою;
- $\overline{C^n} = \{C_k^n = \{c_{kj}^n = s_{kj}^n - s_{kj}^3, j = \overline{1, n_k^n}, k = \overline{1, M^n}\}\}$ – обсяг відходів, який отримується з плит k -го типорозміру за j -ою картою розкрою;
- $\overline{K^n} = \{K_k^n = \{k_{kj}^n = s_{kj}^3 / s_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}, k = \overline{1, M^n}\}\}$ – ефективність використання плит k -го типорозміру, розкромлених за j -ою картою;

- $\overline{X^n} = \{X_k^n = \{x_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}, k = \overline{1, M^n}\}\}$ – невідома кількість плит k -го типорозміру, які необхідно розкроїти за j -ою картою, щоб отримати заготовки заданих розмірів і потрібної кількості.

Окрім того, щоб представити математичне формулювання задачі оптимізації плану розкрою у векторно-матричному записі [5], а також у вигляді, придатному для розв'язування – на ЕОМ за допомогою стандартної процедури, необхідно зробити ще такі додаткові перетворення масивів інформації:

- обсяг відходів, який припадає на j -ту карту розкрою:

$$\tilde{C} = \{\tilde{c}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = c_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{c}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (1)$$

- ефективність використання плити, яка припадає на j -ту карту розкрою:

$$\tilde{K} = \{\tilde{k}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = k_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{k}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (2)$$

- кількість плит, яку необхідно розкроїти за j -ою картою:

$$\tilde{X} = \{\tilde{x}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = x_{kj}^n, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{x}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (3)$$

- вихід заготовок i -го виду, який припадає на j -ту карту розкрою:

$$\tilde{A} = \{\tilde{A}_i = \{\tilde{a}_{i, (k-1) \cdot n_k^n + j}^n = a_{kij}^3, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\}, i = \overline{1, M^3}\} = \{\tilde{A}_i = \{\tilde{a}_{ij}, j = \overline{1, \tilde{N}}\}, i = \overline{1, M^3}\}; \quad (4)$$

- площа плити, яка припадає на j -ту карту розкрою;

$$\tilde{S} = \{\tilde{s}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = s_k^n, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{s}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (5)$$

- площа заготовок, яка припадає на j -ту карту розкрою;

$$\tilde{3} = \{\tilde{z}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = s_{kj}^3, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{z}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (6)$$

- відповідність k -го типорозміру плити j -ій карті розкрою:

$$\tilde{H} = \{\tilde{H}_k = \{\tilde{h}_{k, (k-1) \cdot n_k^n + j}^n = 1, j = \overline{1, n_k^n}\}, k = \overline{1, M^n}\}; \quad (7)$$

- індекс типорозміру плити, який припадає на j -ту карту розкрою:

$$\tilde{K} = \{\tilde{k}_{(k-1) \cdot n_k^n + j}^n = k, j = \overline{1, n_k^n}; k = \overline{1, M^n}\} = \{\tilde{k}_j, j = \overline{1, \tilde{N}}\}; \quad (8)$$

де $\tilde{N}^n = \sum_{k=1}^{M^n} n_k^n$ – загальна кількість сформованих карт розкрою.

З врахуванням додаткових позначень і відповідних перетворень масивів інформації математичне формулювання розглянутої вище змістовної постановки задачі зводиться до визначення екстремального значення однієї із функцій мети:

- мінімального обсягу відходів:

$$F[\tilde{C}, \tilde{X}] = \tilde{C} \cdot \tilde{X}^T = \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \tilde{c}_j \cdot \tilde{x}_j \rightarrow \min; \quad (9)$$

- максимальної ефективності використання розкроюваного матеріалу:

$$F[\tilde{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{X}}^T, \tilde{\mathbf{S}}] = \frac{\tilde{\mathbf{Z}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^T}{\tilde{\mathbf{S}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^T} = \frac{\sum_{j=1}^n \tilde{z}_j \cdot \tilde{x}_j}{\sum_{j=1}^n \tilde{s}_j \cdot \tilde{x}_j} \rightarrow \max, \quad (10)$$

при умові, що цілі значення змінних $\tilde{\mathbf{X}}$ задовольняють системі обмежень на:

- отримання заданої кількості заготовок

$$\tilde{\mathbf{A}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^T = \mathbf{B}^3 \Rightarrow \left\{ \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \tilde{a}_{ij} \cdot \tilde{x}_j = b_i^3, i = \overline{1, M^3} \right\}; \quad (11)$$

- загальну витрату розкроюваного матеріалу

$$\tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^T \leq \mathbf{B}^n \Rightarrow \left\{ \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \tilde{h}_{kj} \cdot \tilde{x}_j \leq b_k^n, k = \overline{1, M^n} \right\}; \quad (12)$$

- невід'ємність та цілочисельність значень шуканого розв'язку задачі

$$\tilde{\mathbf{X}} \geq 0 \Rightarrow \left\{ \tilde{x}_j \geq 0, j = \overline{1, \tilde{N}} \right\}, \quad (13)$$

де $\tilde{\mathbf{X}}^T$ – транспонований вектор за відношенням до $\tilde{\mathbf{X}}$.

Як зазначалося вище, задачі з таким математичним формулюванням мають назву задач лінійного або дробово-лінійного програмування [5, 6], оскільки йдеться про визначення екстремуму лінійної (9) чи дробово-лінійної (10) функції мети при лінійних обмеженнях (11), (12) та умові (13). Позаяк задача дробово-лінійного програмування шляхом нескладних математичних перетворень зводиться до задачі лінійного програмування [6], то у будь-якому з випадків функції мети задачі оптимізації плану розкрою ПФМ на заготовки розв'язуватися за допомогою стандартної процедури симплекс-методу [4]. У результаті її розв'язання отримується план розкрою ПФМ на заготовки, тобто визначаються кількості плит k -го типорозміру $x_{kj}^n \rightarrow \tilde{x}_j$, які необхідно розкроїти за j -ою картою, щоб забезпечити виконання потрібної кількості заготовок i -го виду.

Оскільки функція мети (9) і обмеження (11), (12) є лінійними, критерії оптимізації карт розкрою $\tilde{c}_j$ чи $\tilde{k}_j$ набувають дискретних багатоекстремальних значень [7], шуканий розв'язок задачі $\tilde{\mathbf{X}}$ повинен мати цілочисельні невід'ємні значення, а сформовані матриці вхідних даних $\tilde{\mathbf{A}}$ і $\tilde{\mathbf{H}}$ для симплекс-методу мають блочну розріджену структуру, то функції мети (9) чи (10) можна записати через суму окремих їх частин:

$$F[\tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{X}}^T] = \sum_{i=1}^T \tilde{\mathbf{C}}^{(i)} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{(i)T} = \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^{\tilde{N}^{(i)}} \tilde{c}_j^{(i)} \cdot \tilde{x}_j^{(i)} \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$F[\tilde{\mathbf{Z}}, \tilde{\mathbf{X}}^T, \tilde{\mathbf{S}}] = \frac{\sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{Z}}^{(t)} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{(t)T}}{\sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{S}}^{(t)} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{(t)T}} = \frac{\sum_{j=1}^{\tilde{N}^{(0)}} \tilde{z}_j^{(0)} \cdot \tilde{x}_j^{(0)}}{\sum_{j=1}^{\tilde{N}^{(0)}} \tilde{s}_j^{(0)} \cdot \tilde{x}_j^{(0)}} \rightarrow \max. \quad (3)$$

Тоді цілі значення невідомих змінних $\tilde{\mathbf{X}}^{(t)}$, $t = \overline{1, T}$ мають задовольняти системі обмежень на:

- отримання заданої кількості заготовок

$$\sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{A}}^{(t)} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{(t)T} = \mathbf{B}^3 \Rightarrow \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{\tilde{N}^{(t)}} \tilde{a}_{ij}^{(t)} \cdot \tilde{x}_j^{(t)} = b_i^3, i = \overline{1, M^3} \right\}; \quad (16)$$

- загальну витрату розкроюваного матеріалу

$$\sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{H}}^{(t)} \cdot \tilde{\mathbf{X}}^{(t)T} \leq \mathbf{B}^n \Rightarrow \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{\tilde{N}^{(t)}} \tilde{h}_{kj}^{(t)} \cdot \tilde{x}_j^{(t)} \leq b_k^n, k = \overline{1, M^n} \right\}; \quad (17)$$

- невід'ємність та цілочисельність значень шуканого розв'язку задачі

$$\tilde{\mathbf{X}} \geq 0 = \left\{ \tilde{x}_j^{(t)} \geq 0, t = \overline{1, T} \right\} \Rightarrow \left\{ \tilde{x}_j^{(t)} \geq 0, j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}}; t = \overline{1, T} \right\}, \quad (18)$$

де: T – кількість частин функції мети, $1 \leq T \leq (0.5 \dots 1.5) \cdot M^3$;

- $\tilde{N}^{(t)}$ – кількість карт, сформованих на t -му етапі оптимізації плану розкрою;
- $\tilde{\mathbf{X}} = \left\{ \tilde{\mathbf{X}}^{(t)} = \left\{ \tilde{x}_j^{(t)}, j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T} \right\}$ – кількість плит, яку необхідно розкроїти за j -ою картою на t -му етапі оптимізації;
- $\tilde{\mathbf{X}}^{(t)T}$, $t = \overline{1, T}$ – транспонований вектор за відношенням до $\tilde{\mathbf{X}}^{(t)}$, $t = \overline{1, T}$;
- $\tilde{\mathbf{C}} = \left\{ \tilde{\mathbf{C}}^{(t)} = \left\{ \tilde{c}_j^{(t)}, j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T} \right\}$ – обсяг відходів, який отримується за j -ою картою розкрою на t -му етапі оптимізації;
- $\tilde{\mathbf{A}} = \left\{ \tilde{\mathbf{A}}^{(t)} = \left\{ \tilde{a}_{ij}^{(t)} = \left\{ \tilde{a}_{ij}^{(t)}, j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}} \right\}, i = \overline{1, M^3} \right\}, t = \overline{1, T} \right\}$ – вихід заготовок i -го виду, який отримується за j -ою картою на t -му етапі оптимізації.

Це означає, що можна скористатись способом поетапного складання плану розкрою з оптимізацією його на кожному етапі [3]. Для відбору на кожному етапі із сформованої множини допустимих карт розкрою, придатних для оптимізації плану розкрою, можна використати, наприклад, найпростіший метод пошуку екстремуму функції мети – *метод сканування* (повного перебору). Сутність цього методу полягає у послідовному аналізі значень критерію ефективності $\tilde{c}_j^{(t)}$ чи $\tilde{k}_j^{(t)}$ тільки що сформованих карт розкрою, на підставі яких визначаються поточні значення функції мети $f[\tilde{c}_j^{(t)}]$ чи $f[\tilde{k}_j^{(t)}]$ на t -му етапі оптимізації. У результаті такого аналізу на кожному етапі запам'ятовуються тільки екстремальні значення функції мети

$$f[\tilde{\mathbf{C}}] = \left\{ f[\tilde{c}_j^{(t)}] = \min \left\{ f[\tilde{c}_j^{(t)}], j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T} \right\}, \quad (19)$$

$$\text{чи } f[\tilde{\mathbf{K}}] = \left\{ f[\tilde{k}_j^{(t)}] = \max \left\{ f[\tilde{k}_j^{(t)}], j = \overline{1, \tilde{N}^{(t)}} \right\}, t = \overline{1, T} \right\} \quad (20)$$

і відповідні результати розрахунку, наприклад, для $f[\tilde{c}_j^{(t)}] \rightarrow \text{extr}$:

- виходи заготовок з карт розкрою

$$\bar{\bar{A}} = \{\bar{A}^{(t)} = \{\hat{a}_i^{(t)} = \tilde{a}_{ij}^{(t)}, j \in [1, \tilde{N}^{(t)}]: f[\tilde{c}_j^{(t)}] \rightarrow \text{extr}, i = \overline{1, M^3}\}, t = \overline{1, T}\}; \quad (21)$$

- ефективність карт розкрою

$$\bar{\bar{C}} = \{\bar{c}^{(t)} = \tilde{c}_j^{(t)}, j \in [1, \tilde{N}^{(t)}]: f[\tilde{c}_j^{(t)}] \rightarrow \text{extr}, t = \overline{1, T}\}; \quad (22)$$

- значення шуканого розв'язку задачі

$$\bar{\bar{X}} = \{\bar{x}^{(t)} = \tilde{x}_j^{(t)}, j \in [1, \tilde{N}^{(t)}]: f[\tilde{c}_j^{(t)}] \rightarrow \text{extr}, t = \overline{1, T}\}. \quad (23)$$

- індекс типорозміру плити

$$\bar{\bar{K}} = \{\bar{k}^{(t)} = \tilde{k}_j^{(t)}, j \in [1, \tilde{N}^{(t)}]: f[\tilde{c}_j^{(t)}] \rightarrow \text{extr}, t = \overline{1, T}\}. \quad (24)$$

Щоб отримати достовірну інформацію про поведінку функції мети $f[\tilde{c}_j^{(t)}]$ чи $f[\tilde{k}_j^{(t)}]$, наприклад, не пропустити різних її стрибків, необхідно сканувати допустиму область з достатньо малим кроком. Тому метод сканування є найбільш придатним для оптимізації не лінійних, а дискретних систем, у тому числі і задач оптимізації розкрою з будь-якою кількістю сформованих карт. Необхідність використання повного перебору для процесу формування допустимих карт розкрою з метою виявлення всіх її стрибків – один з недоліків методу сканування [6]. Однак він має і переваги – простоту алгоритму пошуку оптимального розв'язку задачі, його незалежність від характеру і виду функції мети, а також існує принципова можливість завжди знайти глобальний екстремум. Розглянутий у роботі [2] спосіб регулярного послідовно-одиночного двовимірного розмішування ПО у межах ПП з врахуванням різного роду обмежень і вимог є повністю придатним для процесу формування допустимих карт розкрою.

З'ясуємо тепер, за допомогою яких співвідношень знаходяться значення шуканого розв'язку задачі (23). Насамперед необхідно запам'ятати планову кількість заготовок і наявну кількість плит:

$$\begin{cases} \hat{\bar{D}}^{(0)} = \bar{B}^3 \Rightarrow \{\hat{d}_i^{(0)} = b_i^3, i = \overline{1, M^3}\}; \\ \hat{\bar{W}}^{(0)} = \bar{B}^n \Rightarrow \{\hat{w}_k^{(0)} = b_k^n, k = \overline{1, M^n}\}. \end{cases} \quad (25)$$

Під $\hat{\bar{D}}^{(t)}$ будемо розуміти ще невиконані кількості заготовок i -го виду на t -му етапі оптимізації ($t = \overline{0, T}$), значення яких у процесі розрахунку поступово будуть зменшуватися і у кінцевому результаті мають дорівнювати нулю – умова виконання всієї кількості заготовок. Значення $\hat{\bar{W}}^{(t)}$ на t -му етапі оптимізації також будуть зменшуватися, однак у кінцевому результаті вони можуть бути більшими від нуля, що означатиме залишок невикористаних плит. Окрім того, у процесі формування допустимих карт розкрою для кожної з них перевіряється умова:

$$\{\tilde{A}_j^{(t)} \leq \hat{\bar{D}}^{(t-1)} \Rightarrow \{\tilde{a}_{ij}^{(t)} \leq \hat{d}_i^{(t-1)}, i = \overline{1, M^3}, j = \overline{1, \tilde{N}}\}, \quad (26)$$

тобто, вихід заготовок i -го виду з j -ої карти розкрою на t -му етапі оптимізації не перевищує ще невиконаної кількості заготовок i -го виду на $(t-1)$ -му етапі оптимізації.

Для екстремального значення функції мети $f[\hat{c}^{(t)}]$ на t -му етапі оптимізації визначаються такі показники:

- значення шуканого розв'язку задачі

$$\bar{\bar{X}} = \{\hat{x}^{(t)} = \min \left\{ \text{int} \left[\frac{\hat{d}_i^{(t-1)}}{\hat{a}_i^{(t)}} \right], i = \overline{1, M^3} \right\}, t = \overline{1, T} \}; \quad (27)$$

- отримана кількість заготовок

$$\bar{\bar{Z}} = \{\bar{Z}^{(t)} = \bar{A}^{(t)} \cdot \hat{x}^{(t)} \Rightarrow \{\hat{z}_i^{(t)} = \hat{a}_i^{(t)} \cdot \hat{x}^{(t)}, i = \overline{1, M^3}\}, t = \overline{1, T}\}; \quad (28)$$

- невиконана кількість заготовок

$$\bar{\bar{D}} = \{\bar{D}^{(t)} = \hat{\bar{D}}^{(t-1)} - \bar{Z}^{(t)} \Rightarrow \{\hat{d}_i^{(t)} = \hat{d}_i^{(t-1)} - \hat{z}_i^{(t)}, i = \overline{1, M^3}\}, t = \overline{1, T}\}; \quad (29)$$

- невикористана кількість плит

$$\bar{\bar{W}} = \{\bar{W}^{(t)} = \{\hat{w}_k^{(t)} = \hat{w}_k^{(t-1)} - \hat{x}^{(t)} : k = \hat{k}^{(t)}\}, t = \overline{1, T}\}, \quad (30)$$

та зразу ж, після обчислення (27), перевіряється ще така умова:

$$\{\hat{x}^{(t)} \leq \hat{w}_k^{(t-1)} : k = \hat{k}^{(t)}\}, t = \overline{1, T}, \quad (31)$$

тобто визначена кількість плит повинна не перевищувати ще невикористаної їх кількості.

Процес розрахунку плану розкрою розв'язання задачі припиняється при виконанні такої умови:

$$\hat{\bar{D}}^{(t)} = 0 \Rightarrow \{\hat{d}_i^{(t)} = 0, i = \overline{1, M^3}\}, T = t, \quad (32)$$

$$\text{або} \quad \sum_{t=1}^T \bar{Z}^{(t)} = \bar{B}^3 \Rightarrow \left\{ \sum_{t=1}^T \hat{z}_i^{(t)} = b_i^3, i = \overline{1, M^3} \right\}, \quad (33)$$

тобто, невиконана кількість заготовок дорівнює нулю, або отримана кількість заготовок відповідає потрібній кількості.

Після виконання розглянутих вище розрахунків необхідно визначити зведені показники отриманого плану розкрою:

- ефективність плану розкрою

$$F[\bar{\bar{C}}, \bar{\bar{X}}] = \bar{\bar{C}} \cdot \bar{\bar{X}}^T = \sum_{t=1}^T \hat{c}^{(t)} \cdot \hat{c}^{(t)}; \quad (34)$$

- вихід заготовок за планом розкрою

$$\bar{\bar{B}} = \bar{\bar{A}} \cdot \bar{\bar{X}}^T \Rightarrow \{\hat{b}_i = \sum_{t=1}^T \hat{a}_i^{(t)} \cdot \hat{x}^{(t)}, i = \overline{1, M^3}\}; \quad (35)$$

- витрата плит на план розкрою

$$\bar{\bar{H}} = \left\{ \hat{h}_k = \sum_{t=1}^T \hat{x}^{(t)} : k = \hat{k}^{(t)} \right\}. \quad (36)$$

Алгоритм реалізації способу поетапної оптимізації плану розкрою ПФМ на заготовки побудований за таким принципом (див. рис.).

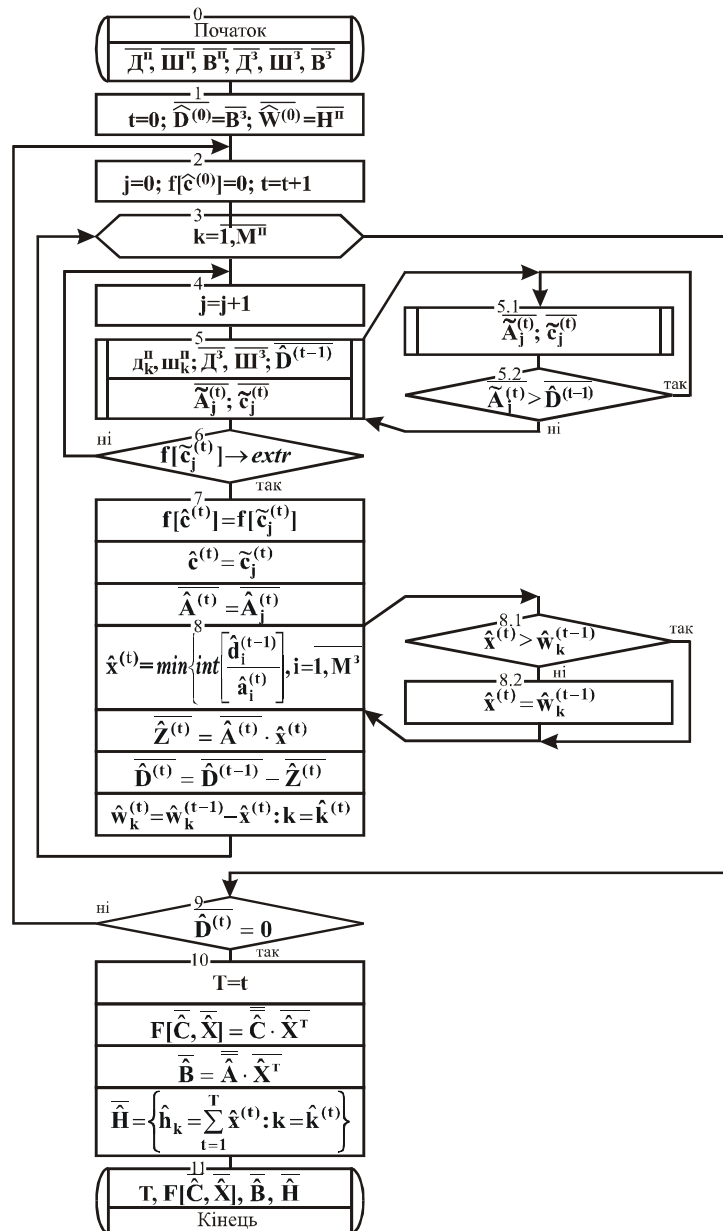


Рис. Схема алгоритму поетапної оптимізації плану розкрою ПФМ на заготовки

У блоці 1 насамперед запам'ятовується потрібна кількість заготовок і наявна кількість розкроюваного матеріалу (25), а також встановлюється початкове значення лічильника кількості етапів t -го розрахунку плану розкрою.

У блоці 2 встановлюється початкове значення лічильника кількості сформованих допустимих карт розкрою, запам'ятовується початкове значення функції мети. Нарощування значення лічильника кількості етапів відбувається у блоці 2, а кількості сформованих карт розкрою – у блоці 4. Водночас у блоці 3 задається цикл по типорозмірах розкроюваного матеріалу. Блок 5 призначений для генерування поточної карти розкрою ПФМ на заготовки. У блоці 5.1 відбувається визначення кількості заготовок, які отримано за тільки що сформованою картою розкрою, а також обчислюється значення її ефективності. У блоці 5.2 відбувається перевірка умови (26), згідно з якою вихід заготовок i -го виду, отриманий з j -ої карти розкрою на t -му етапі оптимізації, має не перевищувати ще невиконаної кількості заготовок i -го виду на $(t-1)$ -му етапі оптимізації. Якщо ж він її перевищує, то відбувається перехід до блоку 5.1, в якому формується нова карта розкрою, яка враховує дане обмеження. На виході з блоку 5 отримується вихід заготовок за j -ою допустимою картою розкрою і значення її ефективності.

Блок 6 перевіряє ефективність сформованої карти розкрою на можливість знаходження екстремуму функції мети: якщо ні, то відбувається перехід до 3 блоку, інакше – до блоку 7. У цьому блоці відбувається запам'ятовування значень отриманої функції мети (19) чи (20), вихід заготовок (21), значення ефективності сформованої карти розкрою (22), а також обчислюються: значення шуканого розв'язку задачі (27); отримана кількість заготовок (28); невиконана кількість заготовок (29); наявна кількість розкроюваного матеріалу (30). Зразу ж, після обчислення значення шуканого розв'язку задачі (27), у блоці 8.1 перевіряється умова (31), згідно з якою визначена кількість плит повинна не перевищувати ще невикористаної їх кількості, інакше – приймається значення ще невикористаної їх кількості (блок 8.2).

Блок 9 перевіряє умову (32), згідно з якою відбувається продовження процесу розв'язання задачі. Якщо умова не виконується, то відбувається перехід до блоку 2, інакше – до блоку 10. У блоці 10 запам'ятовується кількість етапів розв'язання задачі та визначаються зведені показники отриманого плану розкрою: його ефективності (34); вихід заготовок (35); витрата розкраюваного матеріалу (36). Ці показники також передаються на виході з блоку 11.

Однак процес реалізації запропонованого способу поетапної оптимізації плану розкрою пов'язаний із спеціальною підготовкою вхідних даних. Насамперед це стосується розмірів заготовок, які і забезпечують виконання відповідних розрахунків на кожному етапі.

Концептуально сутність процесу підготовки розмірів заготовок полягає в тому, що після врахування можливості їх повертання, відбувається групування отриманих ширин заготовок за однаковими розмірами з метою створення можливих ширин смуг. У подальших розрахунках ширинам смуг будуть відповідати ширини заготовок, а у кожній смузі знаходяться довжини заготовок. Як ширини смуг, так і довжини заготовок впорядковуються за спаданням значень їх розмірів.

Процес формування допустимих карт розкрою і розрахунок придатного для подальшого використання плану розкрою відбувається за таким прин-

ципом. На першому етапі утворюється множина допустимих карт розкрою, кожна з яких повинна містити i' -ту основну заготовку найбільшої довжини із g' -ої основної смуги найбільшої ширини, а також всі інші, при необхідності, допоміжні смуги і заготовки. Якщо i' -ту основну заготовку на карті розкрою дає можливість повертати, то така сама заготовка знаходиться ще у деякій іншій смузі. Це означає, що на кожному етапі розрахунку наповнення множини допустимими картами розкрою має здійснюватися ще з тією смугою, в якій є повернута i' -та основна заготовка. У випадку задавання ПФМ у деякому асортименті, то формування допустимих карт розкрою з обов'язковим входженням до них цієї i' -ої основної заготовки здійснюється для плит кожного типорозміру.

Як зазначалося вище, після отримання поточної карти розкрою здійснюється перевірка її на можливість внесення до плану розкрою. Насамперед розглядається можливість скласти план розкрою для цієї i' -ої основної заготовки, для якої формується обмеження з вимогою обов'язкового її виконання відповідно з потрібною кількістю, а для інших – не більше заданої. При цьому за формулою (19) визначається екстремальне значення функції мети $f[\hat{c}^{(t)}]$ і для цієї заготовки робиться перша спроба розрахувати план розкрою. Швидше за все, за першим разом це зробити не вдасться, бо отримана кількість i' -ої основної заготовки не обов'язково має дорівнювати ще невиконаній її кількості, тобто повинна виконуватися така умова $\hat{z}_i^{(t)} \leq \hat{d}_i^{(t-1)}$. Це означає, що необхідно здійснити ще раз процес формування допустимих карт розкрою і зробити ще другу спробу розрахунку придатного плану розкрою з цією ж самою i' -ою основною заготовкою, враховуючи при цьому вже її наявну малу кількість і т.д., поки її ще невиконана кількість не буде дорівнювати нулю.

Після поточного t -го етапу розв'язання задачі формується нова система обмежень, але вже без врахування цієї i' -ої основної заготовки, для якої досягнуто виконання планової кількості, а для інших з внесеними корективами. На наступному t -му етапі розглядається нова підмножина допустимих карт розкрою, кожна з яких містить чергову комбінацію з невикористаних заготовок, а також обчислюються значення нової функції мети $f[\hat{c}^{(t)}]$. При цьому вже для i'' -ої основної заготовки задається обмеження з вимогою виконання потрібної її кількості та з врахуванням часткового виконання на попередніх етапах. Це означає, що на кожному наступному етапі розрахунку система обмежень буде зменшуватися на число, що відповідає кількості заготовок, для яких вже виконана потрібна кількість. Після цього відбувається розрахунок плану розкрою, потім дана заготовка вилучається і повторюється цикл з наступною заготовкою (меншою від попередньої) і т.д. для кожної наступної основної смуги.

Таким чином, для розрахунку плану розкрою розроблено спосіб поетапної його оптимізації, основна особливість якого полягає в тому, що одночасно з процесом генерування допустимих карт розкрою розробляється придатний для подальшого використання план розкрою, тобто результат розрахунку отримується паралельно за один прохід і за незначний проміжок часу.

В отриманому плані розкрою бездоганно виконується умова на цілочисельність розв'язку задачі, а також обмеження на точне виконання запланованої кількості заготовок. Збіжність процесу розв'язання задачі забезпечується за рахунок того, що на кожному етапі розрахунку зменшується як розмір системи обмежень задачі, так і кількість допустимих карт розкрою у згенерованій множині. З огляду на цю обставину запропонований спосіб поетапної оптимізації плану розкрою є придатним для розв'язання будь-яких постановок задач розкрою ПФМ як з надзвичайно великою, так і з малою кількістю заготовок, оскільки у процесі розрахунку на кожному наступному етапі у пам'яті ЕОМ зберігається тільки два варіанти карт розкрою – кращий попередній і поточний розраховуваний.

Література

1. Грицюк Ю.І. Методика формування карт розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами// Науковий вісник: Сучасні теоретичні розробки в деревообробному і меблевому виробництві. – Львів: УкрДЛТУ. – 2002, вип. 12.5. – С. 61-80.
2. Грицюк Ю.І. Регулярне двовимірне розміщення прямокутних об'єктів у межах прямокутної площини// Науковий вісник: Збірн. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 2002, вип. 12.2. – С. 243-259.
3. Грицюк Ю.І. Спосіб поетапної оптимізації плану розкрою плитних деревних матеріалів на меблевій заготовці// Науковий вісник: Проблеми деревообробки на рубежі XXI століття: наука, освіта, технології. – Львів: УкрДЛТУ. – 1999, вип. 9.5. – С. 56-67.
4. Канторович Л.В., Залгаллер В.А. Рациональный раскрой промышленных материалов. Изд. 2-е, испр. и доп. – Новосибирск: Наука, 1971. – 299 с.
5. Канторович Л.В., Романовський И.В. Генерирование столбцов в симплекс-методе// Экономика и мат. методы. – 1985. – Т. XXI, вып. 1. – С. 128-138.
6. Лэддон Л.С. Оптимизация больших систем: Пер. с англ. – М.: Наука, 1975. – 432 с.
7. Стоян Ю.Г., Соколовский В.З. Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей. – К.: Наук. думка, 1980. – 206 с.