

Оскільки дія ІЧ-енергії залежить від ступеня її поглинання, суттєвими є термічні властивості підкладки, на якій формується покриття. Середовище з високою теплопровідністю (метал) буде розповсюджувати термальну енергію поза місцем безпосереднього прогріву. Навпаки, ізолююче середовище – дерева – незначною мірою розповсюджує тепло, тому, якщо освітлення є нерівномірним, будуть з'являтися перегріті ділянки поверхні.

Ще одним сучасним методом сушіння полімерних матеріалів є використання лазерного випромінювання. Лазер випромінює монохромний пучок когерентного випромінювання, яке може бути сфокусоване на дуже малу ділянку або покривати велику площу протягом короткого проміжку часу. Енергетична когерентність лазерного випромінювання зменшує вплив небажаних вторинних реакцій, які індукуються у випадку поліхромного випромінювання. У той же час, лазер дає змогу прецизійного контролю профілю проникнення і може збільшувати глибину твердіння. Для швидкого твердіння покриттів доступними є декілька типів лазерів, а саме – УФ- і ІЧ-лазери.

УФ-лазери можуть випромінювати енергію у кількох заданих довжинах хвиль залежно від суміші хімічних елементів, які застосовуються у джерелі лазерного випромінювання. Найбільш розповсюджені – ексімерні – можуть випромінювати енергію в деяких довжинах хвиль: ArF–193 нм, KrF–249 нм, XeCl–308 нм, XeF–350 нм [5]. Крім того, можуть використовуватися такі лазери, як аргонний (363 нм) і азотний (337 нм). Вищі швидкості твердіння, необхідні для деяких типів покриттів, можуть бути отримані шляхом заміни стандартних ртутних ламп потужними лазерами, які на даний час є прекрасними джерелами випромінювання для досягнення миттєвої полімеризації.

Одна з найважливіших переваг лазерної емісії – велика енергетична продуктивність, сконцентрована у вузькому пучку. Це дає змогу проводити твердіння дуже швидко, ще до того, як почнеться кисневе інгібування. Швидкість лазерного сканування змінюється в межах 6–50 см/с. Композиція, яка найкраще підходить для довжини випромінювання 363.8 нм, містить Irgacure 651 як фотоініціатор у комбінації з тіоксантоновими похідними [6]. За допомогою цих ламп можна отримувати матові поверхні, не використовуючи матуючих добавок. Ефект досягається за рахунок того, що на першій стадії проходить усадження верхніх шарів покриття при полімеризації, що веде до виникнення нерівності покриття, а далі йде твердіння по товщині плівки.

Існує два основних типи ІЧ-лазерів: CO₂ (0.6 мкм) і Nd: YAG (1.06 мкм). Останній має перевагу у тому, що лазерне випромінювання може передаватися за допомогою оптоволоконної системи. Дослідження щодо використання цих типів лазерів для твердіння покриттів на деревині лише починаються.

Мікрохвильове й радіочастотне випромінювання також може застосовуватися для сушіння покриттів шляхом термічної активації. Основний механізм активації включає обертання полярних молекул для орієнтації їх диполів в електричному полі. Ступінь поглинання електричної енергії у діелектричному матеріалі є пропорційним до частоти випромінювання й квадрата на-

пруженості поля. Проте у цій області опубліковані декілька досліджень, і роботи над даною проблемою тільки ведуться.

Література

1. New coating technologies for wood products / M. Tavakoli, S. Riches, J. Shipman, M. Thomas// European Coatings J. – 1997, № 3. – P. 33–40.
2. Scianga D. A. UV curable laminating adhesives// Sartomer ISSUE. – 2000, № 2. – 8 p.
3. Гербер В. Д. Перспективы развития лакокрасочных материалов и технологий для отделки древесины// Лакокрасочные материалы и их применение. – 1999, № 7-8. – С. 58–59.
4. Mariera Luciang Giono, Barca Annibale. Pigmented high thickness coatings// Polym., Paint Colour J. – 1990. – Vol.180, № 4268. – P. 616–618, 620, 622.
5. Kaminski Ernst. UV-lackers- environmental economy for the future// Furniture manufacturer. – 1987. – Vol.52, № 618. – P. 37–38.
6. Ravijst P. Hybrid cure of half acrylates by radiation// RadTech '90, North America, Radiation Curing Conference and Exposition, Proceedings. – Chicago (USA). – 1990. – P. 278.
7. Ready A. F. Plastic fabrication by ultraviolet, infrared induction, dielectric and microwave radiation methods// Plastics technical evaluation centre. – Picatancy arsenal, NJ (USA). – 1992. – P.180–193.

УДК 539.3

Проф. Б.П. Маслов, д-р физ.- мат. наук,
проф. И.А. Цурпал, д-р техн. наук – НАУ, Киев

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ИЗОТРОПНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ С МИКРОТРЕЩИНАМИ

Задачи прогнозирования эффективных вязкоупругих свойств трещиноватых тел представляют значительный интерес для механики деформируемых сред, механики материалов и конструкций. Такого рода исследования исключительно важны для моделирования процесса микроразрушения материалов. Деревянные элементы конструкций в значительной мере проявляют реономные свойства, в связи с чем изучение вязкоупругих характеристик неоднородных материалов является весьма актуальным. При этом обычно принимают [1-4], что вязкоупругими, наследственными свойствами обладает матрица, в данном случае – древесина. Для многих вязкоупругих тел напряжения сдвига и соответствующие деформации могут быть связаны оператором

$$\ddot{\mu} = \mu[1 - \xi \Xi_{\alpha}(\beta, t)], \quad (1)$$

где: $\Xi_{\alpha}(\beta, t)$ – дробно-экспоненциальная функция Ю.Н. Работнова

$$\Xi_{\alpha}(\beta, t) = t^{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta) \frac{t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)\alpha + 1]}, \quad (2)$$

$\Gamma(x)$ – гамма-функция; ξ, α, β – параметры вязкоупругого деформирования.

Как известно, действие Ξ_{α} -оператора на постоянную можно приближенно представить

$$\Xi_{\alpha}(\beta) \cdot 1 = -\frac{1}{\beta} [1 - \exp(\gamma \beta I^{1+\alpha})]; \quad \gamma = (I + \alpha)^{1+\alpha}. \quad (3)$$

Вязкоупругое решение получается из упругого заменой всех характеристик упругости соответствующими функциями релаксации и ползучести.

Пусть термодинамический потенциал, описывающий свойства неоднородной древесины, имеет вид

$$W(e) = \frac{1}{2} \lambda I_1^2 + \mu I_2 + \frac{1}{3} \gamma \left(I_2 - \frac{1}{3} I_1^2 \right)^2, \quad (4)$$

где I_n – алгебраические инварианты линейного тензора деформаций:

$$I_1 = e_{mm}; \quad I_2 = e_{mn} e_{nm}; \quad e_{mn} = \frac{1}{2} (H_{mn} + H_{nm}); \quad H_{mn} = \frac{\partial u_m}{\partial x_n}. \quad (5)$$

Причём операции дифференцирования в координатах x_m недеформированного состояния в рамках принятого линейного по градиентам перемещений приближения совпадают с соответствующими операциями в координатах деформированного состояния [3].

В этом случае тензор напряжений Коши σ_{km} определяется соотношением

$$\sigma_{km} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial e_{km}} + \frac{\partial}{\partial e_{mk}} \right) W(e). \quad (6)$$

Введём следующие обозначения:

$$E_e = \left(\frac{2}{3} e_{km} e_{km} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \tilde{e}_{km} = e_{km} - \frac{1}{3} \delta_{km} e_{pq}; \quad e_i = \left(\frac{4}{3} \tilde{e}_{km} \tilde{e}_{km} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{4}{3} \left(I_2 - \frac{1}{3} I_1^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Здесь e_i – интенсивность деформаций сдвига, E_e – эквивалентные деформации. Тогда дифференцируя потенциал $W(e)$ по инвариантам I_1, I_2 получаем:

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = I_1 \left(\lambda - \frac{1}{3} \gamma e_i^2 \right); \quad \frac{\partial W}{\partial I_2} = \mu + \frac{1}{2} \gamma e_i^2. \quad (8)$$

Таким образом, из (4, 6, 8) находим закон связи напряжений и деформаций физически нелинейной теории вязкоупругости

$$\sigma_{km} = w e_{pp} \delta_{km} + 2\mu (1 + \beta e_i^2) \tilde{e}_{km}; \quad \beta = \gamma / (2\mu). \quad (9)$$

Соотношение (9) запишем в тензорной форме

$$\sigma = \lambda e + \gamma(e), \quad (10)$$

где:

$$\gamma_{kmrq}(e) = \gamma e_i^2 K_{kmrq}; \quad K_{kmrq} = I_{kmrq} - \frac{1}{3} \delta_{km} \delta_{rq}; \quad J_{kmrq} = \frac{1}{3} \delta_{km} \delta_{rq};$$

$$I_{kmrq} = \frac{1}{2} (\delta_{kr} \delta_{mq} + \delta_{kq} \delta_{rm}); \quad \lambda_{kmrq} = \lambda \delta_{km} \delta_{rq} + 2\mu I_{kmrq},$$

т. е. λ, μ, γ – являются операторными функциями вязкоупругости материала [1].

Применяя к уравнению (9) операцию статистического осреднения, получаем:

$$\bar{\sigma} = \lambda_0 e + \sum_r c_r \tau_r; \quad \tau = (\lambda - \lambda_0) e + \gamma(e). \quad (11)$$

Здесь λ_0 – постоянный в пределах представительного объема тензор операторов вязкоупругости тела сравнения, $\tau(e)$ – нелинейный тензор напряжений поляризации. Таким образом, для определения средних напряжений $\bar{\sigma}$ необходимо найти средние по компонентам напряжения поляризации τ .

Уравнения равновесия вязкоупругой неоднородной среды имеют вид [1, 3]

$$\nabla \lambda_0 \nabla \dot{u}(x) = -\tau(x); \quad \dot{u}(x) = u(x) - \bar{u}(x), \quad (12)$$

где $\dot{u}(x)$ – флуктуации перемещений.

При помощи функции Грина первое из уравнений (12) сведём к интегральному

$$e = \langle e \rangle + \Gamma \cdot (\delta \lambda e + \gamma e), \quad (13)$$

где Γ – интегральный оператор, ядро которого выражается через производные от функции Грина уравнения (12). Так, например

$$\Gamma \cdot f = \int G_{\alpha(i,j)\beta} (x-x) f(x) \partial V + \int G_{\alpha(i,j)} (x-x) f(x) N_{\beta} \partial S. \quad (14)$$

Здесь симметрирование производится по индексам, заключённым в круглые скобки.

Усредним уравнение (13) при условии, что текущая координата x находится в объёме V_{1n} , занятом включениями n -направления. В результате получим

$$\langle e^{1n} \rangle = \langle e \rangle + \Gamma \cdot \left(\delta \lambda^{(1)} \sum_{i=1}^N \langle e^{1n} \rangle p_{ni} + \delta \lambda^{(2)} \langle e^{2n} \rangle p_{n2} + \langle \gamma^{2n} \rangle p_{n2} \right). \quad (15)$$

Здесь обозначено:

$$\delta \lambda^{(r)} = \lambda^{(r)} - \lambda_0; \quad (r=1, 2); \quad \langle e^{1n} \rangle = \langle e(x) | x \in V_1, x \in V_{1n} \rangle;$$

$$\langle e^{2n} \rangle = \langle e(x) | x \in V_2, x \in V_{1n} \rangle; \quad \langle \gamma^{2n} \rangle = \langle \gamma(x) | x \in V_2, x \in V_{1n} \rangle. \quad (16)$$

где: p_{ni} – вероятность события $x \in V_{1i}$ при условии, что $x \in V_{1n}$; p_{n2} – вероятность события $x \in V_2$ при условии, что $x \in V_{1n}$.

Поскольку поле вязкоупругих деформаций материала, по предположению [3, 7], является кусочно-однородным, т. е. случайные флуктуации деформаций волокон каждого из направлений и матрицы считаются пренебрежимо малыми, то из (16) следует:

$$\langle e^{in} \rangle = \langle e(x) | x \in V_{1i} \rangle; \quad \langle \gamma^{2n} \rangle = \langle \gamma(x) | x \in V_2 \rangle;$$

уравнение (15) при этом значительно упрощается:

$$\langle e^{1n} \rangle = \langle e \rangle + \Gamma \cdot \left(\delta \lambda^{(1)} \sum_{i=1}^N \langle e^{1j} \rangle p_{ni} + \delta \lambda^{(2)} \langle e^2 \rangle p_{n2} + \gamma^2 \langle e^{(2)} \rangle p_{n2} \right). \quad (17)$$

В (17) средние деформации волокон n -направления выражены через средние деформации представительного элемента и средние деформации

матрицы. Для вычисления в явном виде тензора g перейдем к новой системе координат y , в которой ось y_3 совпадает с n -направлением включений.

Используя явный вид условных плотностей перехода p_{mi} , выполним при этом Фурье-образ функции Грина уравнения (12):

$$G_{mi}^F = (\mu_0 k^2)^{-1} (\delta_{mi} - \gamma_0 k_m k_i k^{-2}). \quad (18)$$

Здесь k_i – переменные преобразования Фурье; λ_0, μ_0 – составляющие изотропного постоянного тензора коэффициентов главной части уравнения (12)

$$\lambda_{ij\alpha\beta}^0 = \lambda_0 \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} + \mu_0 (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{j\alpha} \delta_{i\beta}).$$

Подставляя (18) в (15), получаем

$$g_{ij\alpha\beta} = (2\pi)^{-3} \iint G_{\alpha(ij)\beta} \exp\left(-\sqrt{n_1^2 p^2 + n_2^2 y_3^2}\right) e^{ik \cdot y} \partial V k \partial V y. \quad (19)$$

Если $w < 1$, т. е. древесина содержит неоднородности типа пластинчатых включений (дискообразные неоднородности) [8], то получаем

$$J_{33} = \frac{1}{1-w^2} \left(1 - \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \arcsin \sqrt{1-w^2} \right). \quad (20)$$

Аналогично для интеграла J_{3333} можно найти следующие представления:

$$J_{3333} = \int_0^1 K(w, z) z^4 dz; \quad K(w, z) = w(1 + \beta z^2)^{-\frac{3}{2}}; \quad (21)$$

$$J_{3333} = \frac{1}{2(1-w^2)^2} \left(w^2 + 2 - 3 \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \arcsin \sqrt{1-w^2} \right).$$

Таким образом, в системе координат y_i , ось y_3 которой совпадает с направлением включений, обозначенным номером n , тензор g обладает трансверсально-изотропной симметрией. Пусть древесина содержит достаточно тонкие пластинчатые включения ($w=0$), тогда получаем:

$$j_1 = 1; j_2 = 0; j_3 = 0; k_g = l_g = m_g = 0; n_g = -(\lambda_0 + 2\mu_0)^{-1}; p_g = -(4\mu_0)^{-1}. \quad (22)$$

Пусть толщина включений пренебрежимо мала по сравнению с их длиной. При этом $w \rightarrow 0$ и, следовательно,

$$j_1 = 1; j_2 = 0; j_3 = 0; k_g = -\frac{1}{4(\lambda_0 + 2\mu_0)}; l_g = n_g = 0;$$

$$m_g = -\frac{\lambda_0 + 3\mu_0}{8\mu_0(\lambda_0 + 2\mu_0)}; p_g = -\frac{1}{8\mu_0}.$$

Соотношения, определяющие итерационный процесс нахождения приведённых вязкоупругих характеристик физически нелинейного неоднородного материала, имеют вид

$$\langle \sigma \rangle_{(n+1)} = \lambda^* \langle e \rangle + \gamma_{(n)}^* \langle \langle e \rangle \rangle. \quad (23)$$

Здесь обозначено:

$$\lambda^* = \lambda^{(1)} - c_2 \tilde{\lambda} A_{(1)}^{(2)} = c_2 \tilde{\lambda} (1 + c_1 \tilde{z} \tilde{\lambda})^{-1} = \langle \lambda \rangle + c_1 c_2 \tilde{\lambda} \frac{\tilde{z}}{1 + c_1 \tilde{z} \tilde{\lambda}} \tilde{\lambda}; \quad \tilde{\lambda} = \lambda_1 - \lambda_2, \quad (24)$$

где λ^* – тензор эффективных операторов вязкоупругости линейного материала с пространственной ориентацией неоднородностей.

Уравнения (24), (25) справедливы для произвольных типов пространственной микроструктуры материала. Вывод расчетных формул связан с заданием явного вида плотности распределения включений по направлениям. Так, например, в частном случае величины эффективных параметров ползучести изотропной среды с трещинами вычислялись в соответствии с (22), (24) из соотношений

$$k^* = \alpha k; \quad \mu^* = \beta \mu; \quad \gamma^* = \beta^4 \gamma, \quad (25)$$

$$\text{где } \alpha = [1 + \omega(1 - v^2)(1 - 2v)^{-1}]^{-1}, \quad \beta = [1 + \omega(1 - v)(1 - v/5)(1 - v/2)^{-1}]^{-1}.$$

Здесь k – эффективный оператор объемного сжатия; μ, v, γ – интегральные операторы сдвига, поперечной деформации Пуассона, а также оператор нелинейной ползучести среды без трещин. Параметр, который характеризует меру поврежденности материала [8]:

$$\omega = \frac{8 Na^3}{3 V},$$

где: a – радиус дискообразной трещины; N – количество трещин в объеме V .

Эффективные вязкоупругие операторы достаточно часто применяются для моделирования квазихрупкого процесса микроразрушения материалов.

Следуя методике, изложенной в работах [2-4, 7], запишем выражения для тензорных коэффициентов концентраций напряжений в элементах арматуры и материале матрицы

$$\sigma_i = K_{ci}(H) \sigma^M; \quad \sigma_m = K_{cm}(H) \sigma^M, \quad (26)$$

где:

$$K_{ci}(H) = \lambda_i [A_i \lambda^{-1} + B_i (\tilde{E}_{(i)}, H_{(i)}) / \sigma^M];$$

$$K_{cm}(H) = \lambda_m [A_m \lambda^{-1} + B_m (\tilde{E}_{(i)}, H_{(i)}) / \sigma^M]. \quad (27)$$

Здесь σ^M – напряжения на удаленной границе представительного элемента.

Операторные соотношения (27) содержат рациональные функции от интегральных операторов вязкоупругости. Применение метода Р. Шепери позволяет провести численное исследование концентрации микронапряжений в нелинейных вязкоупругих материалах типа древесины.

Литература

1. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. – М.: 1974. – 338 с.
2. Маслов Б. П. Нелинейная ползучесть стохастически неоднородных сред// Прикладная механика. 1974. Т. 8, № 10. – С. 64-69.
3. Маслов Б. П. Эффективные постоянные в теории геометрически нелинейных твердых тел// Прикладная механика. 1981. Т. 17, № 5. – С. 45-50.

4. Маслов Б. П., Ляшенко Я. Г. Эффективные характеристики ползучести многокомпонентных материалов// Теорет. и прикл. механика. – 2001, вып.33. – С. 40-45.

5. Маслов Б. П., Цурпал И. А. Концентрация напряжений в композитных материалах с микроразрывами матрицы// Сільськогосподарські машини. – Луцьк. – 2001.

6. Guz A. N. Description and investigation of some non classical problem of fracture mechanics and corresponding mechanisms// Inter. Appl. Mech. – 2000. – 36. – N12; (Прикл. механика. – 2000. – 36. – № 12. – С. 3-37).

7. Maslov B. P. Stress concentration in non-compressible multi-component material// Inter. Appl. Mech. – 2000. – 36. – N3; (Прикл. механика. – 2000. – 36, № 3. – С. 108-114)

8. Kachanov M. Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts// Appl. Mech. Rev. – 1992. – 45, № 8. – p. 304-335.

УДК 66.045

Проф. З.Ю. Мазяк, д-р техн. наук;

проф. Я.М. Ханик, д-р техн. наук;

доц. І.М. Ільків, канд. техн. наук;

доц. О.М. Креховецький, канд. техн. наук –

НУ "Львівська політехніка"

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ МЕХАНІЧНОГО ВИДАЛЕННЯ ВОЛОГИ З ТВЕРДОГО ПОРИСТОГО ТІЛА

Дослідження числовим методом процесу фільтраційного сушіння на основі математичної моделі механічного видалення вологи з твердого пористого тіла.

Prof. Z. Mazyak, prof. Ya. Hanyk, Doc. I. Ilkiv,
Doc. O. Krehovetsky – NU "Lviv'ska Politehnika"

Mathematical model of the process of mechanical extraction of moisture from hard porous materials

Investigating of digital method of cleaning drying by mathematical model of mechanical extraction of moisture from hard porous materials.

Сучасні сушильні промислові установки – значні споживачі теплової енергії. На них припадає біля 20-30 % усіх енергетичних затрат, пов'язаних з технологічною обробкою. З метою зниження енергоспоживання проводяться широкомасштабні дослідження, спрямовані на розробку прогресивних технологій та раціональних енергоощадних режимів зневоднення різного типу матеріалів. Розроблена математична модель, за допомогою якої можна визначити оптимальні умови реалізації процесів сушіння пористих матеріалів.

В процесі фільтраційного сушіння, при значному заповненні проточних пор і каналів твердого пористого тіла вологою, на початковій стадії проходить механічне видалення вологи за рахунок виштовхування рідини газовим потоком, що дозволяє значно покращувати техніко-економічні показники вологовидалення. Механічне видалення вологи в такому випадку проходить до того часу, поки об'єм, зайнятий вологою, не звільниться від основної маси вологи. Для кількісної оцінки вологовидалення за рахунок видавлюван-

ня з урахуванням дисперсії границі розділу фаз, можливо використати математичну модель, створену на основі однопараметричної дифузійної моделі [1], записаної у вигляді

$$\frac{\partial f}{\partial \tau} = -u \frac{\partial f}{\partial h} + D \frac{\partial^2 f}{\partial h^2} \quad (1)$$

де: $f = v_1/V_1$, $0 \leq v_1 \leq V_1$, $0 \leq h \leq H$, V_1 – об'єм проточних пор і каналів, m^3 ; H – товщина шару матеріалу, m ; τ – час, s ; u – швидкість руху рідини, m/s ; D – коефіцієнт, який характеризує степінь розмивання границі розділу фаз по мірі її проходження через матеріал, m^2/s .

Краєві умови для рівняння (1):

$$f|_{\tau=0} = A = \text{const}$$

Параметр A визначає степінь заповнення проточних пор і каналів вологого матеріалу на початку процесу. При повному заповненні $A=0$.

Граничні умови:

$$f|_{h=0} = B = \text{const} \left(\frac{\partial f}{\partial h} \right)_{h=H} = 0.$$

Величина B у першому наближенні може бути прийнятою рівною частці об'єму проточних пор і каналів.

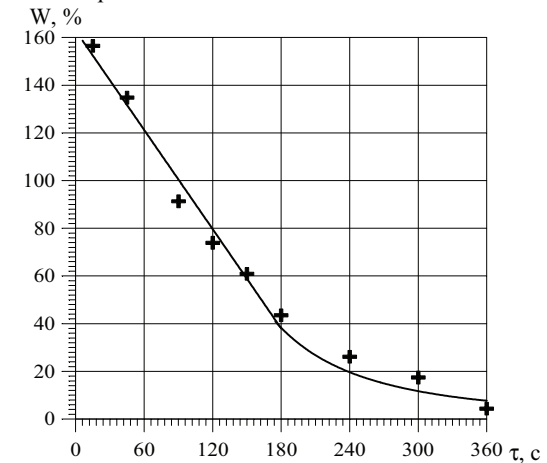


Рис. 1. Зміна вологості

Алгоритм числового диференціювання рівняння (1) розроблений на основі схеми [2]:

$$f_{i,j+1} = f_{i,j} + \Delta \tau \left(-u \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2h} + D \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{h^2} \right); \quad i = \overline{1,5}$$

$$f_{6,j+1} = f_{5,j+1}$$