

- узгодження параметрів основного і допоміжного обладнання, що входить до одної ГАЛП;
- погодження продуктивностей верстатів, агрегатів і дільниць в ГАЛП;
- вибір числа і місткості пристроїв для міжопераційних запасів, що поділяють ГАЛП на окремі дільниці;
- раціональний розподіл обмежених міжопераційних запасів між дільницями ГАЛП;
- вибір найбільш ефективної послідовності продуктивностей верстатів, агрегатів і дільниць з визначеними параметрами в ГАЛП;
- визначення послідовності запуску на обробку різних типів деталей і заготовок;
- визначення оптимального розміру партії заготовок і деталей, що послідовно запускаються на обробку;
- створення та впровадження САПР і АСНД в науково-дослідних і проектно-конструкторських установах.

Ці проблеми ставляться і розв'язуються в багатьох галузях в різних країнах світу вже протягом більш як півстоліття. Однак повністю вони так і не розв'язані. Крім того, розвиток виробничих систем, їх постійне удосконалення породжують нові проблеми і завдання.

В Українському державному лісотехнічному університеті сьогодні розробляються методи аналізу і синтезу ГАЛП для лісовиробничого комплексу, які спрямовані на розв'язання вказаних вище проблем і для інших галузей виробництва. На підставі результатів більш як двадцятип'ятирічних досліджень тут розроблено універсальну методику моделювання процесу роботи широкого класу ГАЛП різноманітного призначення, структури і компонування. В основу моделювання покладено узагальнену багатофазну систему масового обслуговування ерлангового типу. Вона дає змогу моделювати і оцінювати кількісні показники якості функціонування ГАЛП у лісозаготівельному, лісопилному, деревообробному та інших виробництвах і шляхом статистичного моделювання розв'язувати завдання першої групи.

За допомогою методів теорії масового обслуговування та імітаційного моделювання розв'язано завдання і трьох наступних груп для ГАЛП послідовного компонування. Отримані результати узагальнюються для більш широкого застосування. На їх підставі розробляються аналітичні залежності відповідного призначення.

Аналогічними методами з певним успіхом розв'язуються і наступні завдання синтезу ГАЛП у різних галузях лісовиробничого комплексу. Для цього використовується наявне у нас математичне, програмне і апаратне забезпечення. Розробляється і освоюється нове програмне і математичне забезпечення для розв'язування виділених тут проблем як у звичайному режимі, так і в умовах застосування САПР.

Поряд з цим проводяться дослідні роботи в галузях лісовиробничого комплексу з метою визначення кола об'єктів і галузі адекватного застосування розроблених методів аналізу і синтезу ГАЛП. Удосконалюються і узагальнюються самі алгоритми їх застосування не лише в лісовому комплексі, а й у суміжних галузях виробництва. Отримана таким чином нова інформація використовується в навчально-науковій діяльності, передається зацікавленим навчальним, науково-дослідним і проектно-конструкторським закладам.

УДК 513.8

Доц. Ю.І. Грицюк, канд. техн. наук – УкрДЛТУ

МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ КАРТ РОЗКРОЮ З СУЦІЛЬНИМИ ПОЗДОВЖНИМИ І ЗМІЩЕНИМИ ПОПЕРЕЧНИМИ ПРОПИЛАМИ

Розглянуто методику отримання всіх можливих варіантів карт розкрою плитних деревних матеріалів (ПДМ) на мебелі заготовки з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок плити і на повторюваність заготовок малих довжин і смуг малих ширин, що дозволило удосконалити роботу генератора для регулярного двовимірного розміщування прямокутних об'єктів (ПО) у межах прямокутної площини (ПП) за схемою "сітка". Розроблена відповідна математична модель, в яку входять математичне формулювання, алгоритм розв'язання і програмне забезпечення, складене з використанням технології структурного програмування.

Doc. Yu.I. Gryciuk, Dr. Sc. – USUFWT

The technique to form cutting maps with continuous lengths cuts and shifted cross cuts

The technique is considered to obtain all possible options of cutting maps for plane wooden materials into furniture blanks with continuous length cuts and shifted cross cuts. Constrains are taken into accounts for plane width and repetition of blanks with small length and stripes of small width. This allowed to improve the generator for regular twodimensional location of rectangular objects within the rectangular plane by the "net" scheme. The appropriate mathematical model is worked out that contains mathematical wording as well as solving procedure and software on the basis of structured programming technology.

Загальні положення

З метою кращого використання розкроюваного матеріалу багато типів сучасного спеціалізованого обладнання мають змогу здійснювати розкрій ПДМ не тільки з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, але й з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами, тобто за картами з комбінаціями двох, трьох і більше "сіток".

При формуванні карт розкрою з комбінацією двох, трьох і більше "сіток" необхідно дотримуватись деяких вимог щодо ширин кожної з "сіток". Розміри секцій стола в цьому випадку є визначальними, оскільки відносно них встановлюються розміри ширин ділянок плити, на яких розміщуватимуться так звані "сітки". Формально при розробці карт розкрою з комбінацією двох "сіток" номінальна ширина більшої ділянки плити повинна становити 2/3 його ширини для ліній від S 50 до S 1001 (рис. 1, а). А для лінії S 501 можуть бути різні комбінації: дві "сітки", кожна з яких становитиме половину ширини плити (рис. 1, б); дві "сітки", перша з яких становить 2/3 ширини плити (рис. 1, а); дві "сітки", перша з яких становить третину ширини плити (рис. 1, в). Здебільшого для карт з комбінацією трьох "сіток" номінальна ширина кожної ділянки плити, яку займатимуть "сітки", становить третину від ширини всієї плити (рис. 1, г). Проте, такий поділ є умовним, оскільки закладку плит при розкроюванні можна зсувати в обидві сторони на деяку відстань. Також можуть враховуватися ще багато інших можливостей розкрийного обладнання. Тому розглядатимемо тільки загальний підхід до розв'язання такої задачі, а номінальні розміри ширин ділянок плити позначимо $ш_1^d$, $ш_2^d$ і $ш_3^d$.

Переважно, при розробці карт розкрою з комбінацією двох "сіток" необхідно стежити за тим, щоб останній поздовжній пропи́л від першої "сітки" знаходився навпроти межі між першою і другою секціями стола. А при розробці карт розкрою з комбінацією трьох "сіток" – щоб останній поздовжній пропи́л від першої "сітки" знаходився навпроти межі між першим і другим штовхачами, а останній поздовжній пропи́л від другої "сітки" – навпроти межі між другим і третім штовхачами. Проте, в кожному з розглядуваних випадків при розробці карт розкрою ширини сіток можуть мати деякі відхилення від ширин секцій стола чи від ширин захватів відповідними штовхачами. Смуги "сіток" можуть перекривати сусідні секції стола на деяку величину Δs . Наприклад, для ліній від S 50 і до S 1001 таке перекриття становить до 100 мм. З рис. 1, а, б, в видно, що в картах розкрою пропи́л між першою і другою сітками може знаходитися в межах $ш_1^d \pm \Delta ш_1^d$, а в картах з комбінацією трьох "сіток" (рис. 1, г) пропи́л між другою і третьою сітками має знаходитися в межах $(ш_1^d + ш_2^d) \pm \Delta ш_2^d$. Для іншого обладнання, наприклад зі штовхачами, таке відхилення може дещо відрізнятись. Проте, для ліній S 601 і Giben, які мають здатність розкроювати плити за картами з довільною кількістю "сіток", як таких обмежень немає, оскільки ці лінії мають відповідно П-подібну і Г-подібну конструкції, тобто можуть кожну сітку чи навіть смугу розрізати індивідуально.

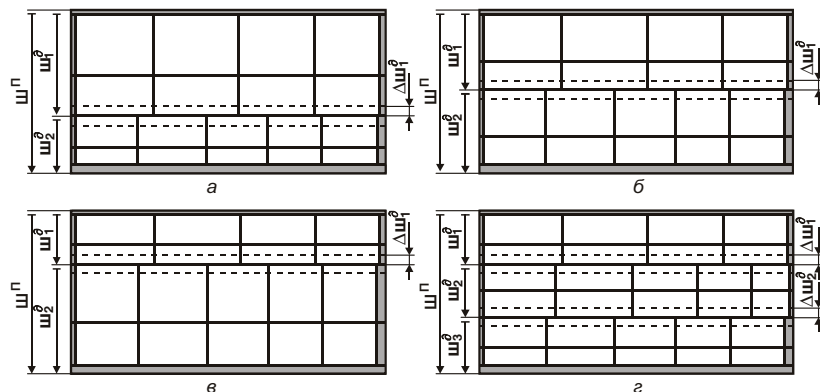


Рис. 1. Варіанти обмежень на використання ширин ділянок плити

Однак, перед тим, як приступити до розгляду конкретних підходів щодо розв'язання даної задачі, дещо детальніше пояснимо її технологічну сутність. Нагадаємо, що під "сіткою" розуміють карту розкрою, в якій знаходяться тільки суцільні поздовжні та поперечні пропи́ли. Забігаючи наперед, зазначимо, що процес формування таких карт розкрою полягає у фіксації варіанту розміщення заготовок вздовж основної смуги, а потім – у підборі допоміжних смуг з довжинами заготовок, аналогічними до відповідних довжин заготовок в основній смузі. Проте, інколи в процесі такого підбору можуть виникати труднощі у виявленні достатньої кількості допоміжних смуг, щоб

згодом згенерувати потрібну множину їх розміщення. Якщо ж такі смуги підібрано, то в подальшому відбувається генерування можливих варіантів розміщення цих смуг по ширині плити, в результаті чого отримуються карти розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропи́лами. Однак, як часто буває в таких випадках, не завжди згенеровані варіанти розміщення смуг по ширині плити дозволяють ефективно використати розкроюваний матеріал, тобто забезпечити отримання мінімальних відходів. Тому, для кращого використання ширини плити, якраз і випускається обладнання, яке дозволяє здійснювати розкрій за картами з комбінацією двох, трьох і більше "сіток".

У загальному випадку завдання полягає в тому, щоб не тільки розмістити смуги вздовж кожної ділянки плити, але й розмістити ще заготовки вздовж смуг і то окремо у кожній з її ділянок. За ширини ділянок плити, вздовж яких розміщуватимуться ширини смуг, переважно приймаються номінальні розміри ширин секцій столів з можливими відхиленнями. За кожною ділянкою плити закріплюються відповідні множини смуг, водночас, за кожною смугою закріплюються відповідні множини довжин заготовок. Тепер, маючи одну, дві або три множини ширин смуг для кожної ділянки плити, по ширині яких вони мають розміщуватися, можна формувати карти розкрою за схемою "сітка", а також з комбінацією двох або трьох "сіток" і з врахуванням обмеження на використання ширин ділянок плити. Наведена вище постановка завдання є вимогою і водночас підставою для розробки універсальної методики розв'язання даної задачі.

Таким чином, стосовно змістовної постановки задачі, то *метою даної роботи* є розробка методики процесу формування можливих варіантів карт розкрою ПДМ на заготовки з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропи́лами, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок плити і на повторюваність заготовок малих довжин і смуг малих ширин. Щодо формальної постановки задачі, то необхідно розробити математичну модель процесу генерування можливих варіантів двовимірного розміщення ПО у межах ПП за схемою "сітка", з комбінацією двох і більше "сіток", з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок ПП і на повторюваність ПО малих довжин і смуг малих ширин. З метою універсальності математичну модель спробуємо розробити так, щоб вона була водночас придатна для формування карт розміщення ПО у межах ПП з однією "сіткою", комбінацією двох, трьох і більше, при необхідності, "сіток".

1. Особливості розв'язання задачі

Основні особливості розв'язання даної задачі розглянемо на конкретних прикладах у наростаючому порядку складності вирішуваних завдань, тобто спочатку розглянемо випадок розміщення двох і трьох множин ширин смуг по ширині плити з врахуванням даного обмеження. Такий порядок висвітлення даного матеріалу пов'язаний з тим, що це відповідає процесу формування карт розкрою з комбінацією багатьох "сіток" при умові, що у кожній зі смуг розміщуються заготовки однакових довжин, але з різною повторюваністю.

Для розуміння сказаного розглянемо конкретні приклади. Особливості методики формування можливих варіантів карт розкрою ПДМ на меблеві заго-

товки з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок плити і на повторюваність заготовок малих довжин і смуг малих ширин спочатку продемонструємо у змістовній її постановці, а вже потім – у формальній постановці.

Приклад 1. Нехай задано ПДМ довжиною 3500 мм і шириною 1750 мм. Ширина плити розділена на дві окремі ділянки, 1-а з яких має номінальну ширину 1167 ± 100 мм, а 2-га – ширину 583 ± 0 мм. Окрім того, для кожної з ділянок плити задано смуги шириною 555, 405 і 125 мм, у кожній з яких заготовки мають такі довжини: 655, 505 і 155 мм. Завдання полягає у тому, щоб, враховуючи обмеження на використання ширин ділянок плити, сформувати усі можливі варіанти карт розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами. За критерій ефективності будь-якого варіанту карти розкрою потрібно прийняти коефіцієнт використання розкроюваного матеріалу.

В умові задачі нічого не сказано про можливість повороту заготовок на карті розкрою, а це означає, що їх довжини мають бути паралельними довжині ПДМ. Окрім того, проаналізувавши вхідні дані, бачимо, що карти розкрою необхідно сформувати з врахуванням обмеження на повторюваність заготовок малих довжин і смуг малих ширин. Таким чином, з врахуванням вимог умови задачі та з дотриманням цих обмежень якраз і будемо формувати всі можливі варіанти карт розкрою з використанням таких вхідних даних:

$$\begin{aligned} D^n &= 3500; \quad D = 2; \quad \overline{D} = \begin{Bmatrix} 1167 \pm 100 \\ 583 \pm 0 \end{Bmatrix}; \\ \overline{W}^n &= 1750; \\ m_1^c &= 3; \quad \overline{N}_1^c = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}; \quad \overline{W}_1^c = \begin{Bmatrix} 555 \\ 405 \\ 125 \end{Bmatrix}; \quad \overline{D}_1^c = \begin{Bmatrix} 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \end{Bmatrix}; \\ m_2^c &= 3; \quad \overline{N}_2^c = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}; \quad \overline{W}_2^c = \begin{Bmatrix} 555 \\ 405 \\ 125 \end{Bmatrix}; \quad \overline{D}_2^c = \begin{Bmatrix} 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Для зручності подання результатів розрахунку підготуємо табл. 1. Для пояснення процесу формування карт розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами доцільно застосувати поетапне подання послідовності дій. Окрім того, з подальшого пояснення поки що усунемо врахування обмеження на розміщення заготовок малих довжин і смуг малих ширин. Це дозволить зосередити увагу тільки на основних особливостях розв'язання даної задачі стосовно її умови.

Отже, при формуванні поточної v -ої карти розкрою ПДМ на заготовки з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами необхідно виконати такі етапи розв'язання задачі.

Етап 1-ий. Насамперед необхідно визначити робоче (максимальне) значення ширини $d=1$ -ої ділянки плити: $\overline{w}_{1,роб}^d = \overline{w}_1^d + \Delta \overline{w}_1^d$. Процес розв'язання задачі починається з $u=1$ -ої основної смуги шириною $\overline{w}_1^u$, в яку входять $j=1$ -а основна і усі інші ($j=2, n_{21}$) допоміжні заготовки довжиною $\overline{d}_{1uj}$

($j=1, n_{11}^{uv}$). Спочатку способом одновимірного розміщення генерується $v=1$ -ий варіант розміщення заготовок вздовж u -ої основної смуги з повторюваністю $\overline{p}_{1ij}^{uv}$ ($j=1, n_{11}^{uv}$). Потім необхідно відшукати такі ширини допоміжних смуг, до яких обов'язково входили б такі самі довжини заготовок як і у $v=1$ -му варіанті розміщення заготовок для u -ої основної смуги. В результаті виконання такого пошуку утворюється поточна робоча множина смуг з ширинами $\overline{w}_{1i}^{uv}$ ($i=u, m_1^{uv}$) і відповідними однаковими довжинами заготовок $\overline{d}_{1ij}^{uv}$ ($j=1, n_{11}^{uv}$; $i=u, m_1^{uv}$). З отриманої множини смуг способом одновимірного розміщення генерується $w=1$ -й варіант розміщення смуг вздовж робочої ширини $d=1$ -ої ділянки плити з повторюваністю $\overline{y}_{1i}^{uvw}$ ($i=u, m_1^{uv}$). В результаті виконання таких дій формується $\omega=1$ -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами для $d=1$ -ої ділянки плити.

Етап 2-ий. Тепер потрібно визначити робоче значення ширини (залишку) $d=2$ -ої ділянки плити: $\overline{w}_{2,роб}^c = \overline{W}^n - \sum_{i=u}^{m_1^{uv}} \overline{w}_{1i}^{uv} \cdot \overline{y}_{1i}^{uvw}$. Процес розв'язання задачі починається з $u=1$ -ої основної смуги шириною $\overline{w}_1^u$, в яку входять $j=1$ -а основна і усі інші ($j=2, n_{21}$) допоміжні заготовки довжиною $\overline{d}_{2uj}$ ($j=1, n_{21}^{uv}$). Спочатку способом одновимірного розміщення генерується $v=1$ -ий варіант розміщення заготовок вздовж u -ої основної смуги з повторюваністю $\overline{p}_{2ij}^{uv}$ ($j=1, n_{21}^{uv}$). Потім необхідно відшукати такі ширини допоміжних смуг, до яких обов'язково входили б такі самі довжини заготовок як і у $v=1$ -му варіанті розміщення заготовок для u -ої основної смуги. В результаті виконання такого пошуку утворюється поточна робоча множина смуг з ширинами $\overline{w}_{2i}^{uv}$ ($i=u, m_2^{uv}$) і відповідними однаковими довжинами заготовок $\overline{d}_{2ij}^{uv}$ ($j=1, n_{21}^{uv}$; $i=u, m_2^{uv}$). З отриманої множини смуг способом одновимірного розміщення генерується $w=1$ -й варіант розміщення смуг вздовж робочої ширини $d=2$ -ої ділянки плити з повторюваністю $\overline{y}_{2i}^{uvw}$ ($i=u, m_2^{uv}$). Внаслідок виконання таких дій формується $\omega=1$ -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами для $d=2$ -ої ділянки плити.

В результаті комбінації $\omega=1$ -ої та $\omega=1$ -ої карт розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, сформованих для кожної з ділянок плити, утворюється $v=1$ -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами. Потім генерується $w=2$ -й варіант розміщення смуг вздовж робочої ширини $d=2$ -ої ділянки плити з повторюваністю $\overline{y}_{2i}^{uvw}$ ($i=u, m_2^{uv}$), в результаті чого формується $\omega=2$ -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами. Комбінація $\omega=1$ -ої та $\omega=2$ -ої карт розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, сформованих для кожної з ділянок плити, утворює $v=2$ -у карту розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами для всієї плити і т.д. Процес пе-

реходу від однієї смуги до іншої, які належать до $d=2$ -ої ділянки плити, завершується аж на останній смузі, яка має найменшу ширину.

Після перебору всіх можливих варіантів розміщення смуг вздовж робочої ширини $d=2$ -ої ділянки плити необхідно перейти до виконання 1-го етапу, але тільки до тої дії, з якої починається генерування наступного $w=2$ -го варіанту розміщення смуг вздовж робочої (максимальної) ширини $d=1$ -ої ділянки плити. Виконавши її, сформується $\omega=2$ -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами. Після цього потрібно перейти до 2-го етапу і з самого початку повністю його виконати. Внаслідок комбінації $\omega=2$ -ої карти розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, сформованої для $d=1$ -ої ділянки плити, та поточної ω -ої карти розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, сформованої для $d=2$ -ої ділянки плити, утвориться поточна v -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами і т.д.

	655	505	155
555	1	2	3
405	4	5	6
125			

Карта №45. $Kz=97.97\%$

1	1	1	1	2	3	3
4	4	4	4	5	6	6
4	4	4	5	5	5	

Карта №174. $Kz=99.27\%$

4	4	4	5	5	5
4	4	4	5	5	5
4	4	4	5	5	5
5	5	5	5	5	5

Карта №2. $Kz=91.87\%$

1	1	1	1	1	3
1	1	1	1	1	3
4	4	4	4	5	6

Карта №96. $Kz=99.09\%$

1	1	2	2	2	2	3
1	1	2	2	2	2	3
5	5	5	5	5	5	6

Карта №215. $Kz=99.53\%$

5	5	5	5	5	5	6	6	6
5	5	5	5	5	5	6	6	6
5	5	5	5	5	5	6	6	6
4	5	5	5	5	5	6	6	

Рис. 2. Варіанти карт розкрою з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами (розміри ПП: 3500×1750 мм; ширини ділянок ПП: 1167^{±100}, 583^{±50} мм)

Після перебору всіх можливих варіантів розміщення смуг вздовж робочої (максимальної) ширини $d=1$ -ої ділянки плити відбувається перехід до наступного, тобто $v=2$ -го варіанту розміщення заготовок вздовж u -ої основної смуги. Потім відшукуються допоміжні смуги з аналогічними довжинами

заготовок як і в основній смузі. З отриманої множини смуг способом одновимірного розміщення генерується знову ж таки $w=1$ -й варіант розміщення смуг вздовж робочої ширини $d=1$ -ої ділянки плити. Виконавши її, сформується ω -а карта розкрою з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами. Після цього потрібно перейти до 2-го етапу і з самого початку повністю його виконати, і т.д.

Після перебору всіх можливих варіантів розміщення заготовок вздовж основної смуги, яка відноситься до $d=1$ -ої ділянки плити, необхідно перейти до наступної смуги, яка раніше була допоміжною, а тепер стає основною. Для цієї основної смуги аналогічно виконуються всі розглянуті вище дії, починаючи з 1-го етапу. Процес переходу від однієї смуги до іншої, які стосуються $d=1$ -ої ділянки плити, завершується аж на останній смузі, яка має найменшу ширину. Після цього завершується процес розв'язання задачі.

Розглянута послідовність дій повністю використовується для розв'язання задачі з прикл. 1, фрагменти результатів розрахунку яких показано у табл. 1 і на рис. 2. Необхідно також зазначити, що в процесі розв'язання даної задачі враховується обмеження на повторюваність заготовок малих довжин і смуг малих ширин.

Табл. 1 (фрагмент). Можливі варіанти карт розкрою ПДМ на заготовки з врахуванням обмеження на використання ширини двох ділянок плити (розміри ПДМ: 3500×1750 мм; ширини ділянок ПДМ: 1167^{±100}; 583^{±50} мм)

№ карти	Характеристика смуг		Повторюваність заготовок довжиною			Заповнення смуг заготовками довжиною				Залишок смуги	Відход, м ² Kz
	ши	у	655	505	155	655	505	155	всього		
1	2	3	4	5	7	9	10	12	14	15	16
1	555	2	5	0	1	3275	0	155	3430	70	0.4998
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	405	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	0.9184
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	2	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
45	125	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	0.4978
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
46	555	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	0.9187
	405	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	125	2	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
96	405	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	0.1243
	125	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
46	125	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	0.9797
	555	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	405	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	125	2	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
96	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1216
	405	1	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	
	125	1	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	
	555	1	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	

1	2	3	4	5	7	9	10	12	14	15	16
	125	2	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.9909
137	555	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.0464
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	2	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	0.9924
138	555	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.0437
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	2	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.9929
174	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0445
	405	3	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.9927
215	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0289
	405	3	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	0.9953
216	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0262
	405	3	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	0.9957

У результаті виконання розглянутої вище послідовності дій можна перебрати всі можливі варіанти розміщення смуг шириною $\mathbf{m}_{di}$ ($i = \overline{1, m_d}$; $\mathbf{d} = \overline{1, D}$) по ширині $\mathbf{d}$ -ої ділянки ПДМ розміром $\mathbf{m}_d^d \pm \Delta \mathbf{m}_d^d$ ($\mathbf{d} = \overline{1, D}$) і заготовок довжиною $\mathbf{d}_{dij}$ ($j = \overline{1, n_{di}}$; $i = \overline{1, m_d}$; $\mathbf{d} = \overline{1, D}$) вздовж смуг $\mathbf{d}$ -ої ділянки, кожна з яких має довжину $\mathbf{D}^n$. У загальному випадку процес формування поточної карти розкрою ПДМ на заготовки з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами, а також з врахуванням обмеження на використання ширин ділянок плити полягає у: визначенні робочої ширини $\mathbf{d}=1$ -ої ділянки плити, вздовж якої будуть розміщатися смуги; одновимірному розміщенні заготовок вздовж основної смуги; підборі допоміжних смуг, до яких входили б усі заготовки з довжинами, як і в основній смузі; одновимірному розміщенні смуг вздовж робочої ширини $\mathbf{d}=1$ -ої ділянки плити; утворенні карти розкрою для $\mathbf{d}=1$ -ої ділянки плити з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами; аналогічному виконанні зазначених вище дій для $\mathbf{d}=2$ -ої ділянки плити; комбінації двох згенерованих карт розкрою в одну карту з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами. Зрозуміло, що

у результаті проведення таких дій довжини заготовок і їх повторюваності у основній і допоміжних смугах у будь-якій з карт розкрою, сформованих для $\mathbf{d}$ -ої ділянки плити, будуть мати однакові значення. Однак комбінація двох карт розкрою, сформованих окремо для кожної з ділянок плити, в загальному випадку призведе до зовсім різних значень довжин заготовок і їх повторюваностей. Розглянутий підхід назвемо *способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення заготовок у межах $\mathbf{d}$ -ої ділянки ПДМ з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами і у межах всього ПДМ – з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами*, а також з врахуванням обмежень на використання ширин двох ділянок плити і повторюваностей заготовок малих довжин і смуг малих ширин. Основна властивість цього способу полягає у тому, що серед усіх сформованих карт розкрою ПДМ на заготовки не трапляється однакових варіантів.

Послідовність дій запропонованої вище методики спробуємо застосувати для розв'язання аналогічних задач, але дещо з іншими числовими даними і у формальних їх постановках.

Приклад 2. Нехай задано ПП довжиною 3500 і шириною 1750 мм. Ширина ПП розділена на три окремі ділянки, 1-а з яких має номінальну ширину 583^{+100} мм, 2-га – ширину 583^{+100} мм, а 3-тя – таку 583^{+0} мм. Окрім того, для кожної з ділянок задано смуги шириною 555, 405 і 125 мм, у кожній з яких ПО мають такі довжини: 655, 505 і 155 мм. Завдання полягає у тому, щоб, врахувавши обмеження на використання ширин ділянок ПП, згенерувати усі допустимі карти розміщення ПО у межах ПП з комбінацією трьох "сіток". За критерій ефективності будь-якого варіанту розміщення ПО потрібно прийняти коефіцієнт заповнення ПП ПО.

В умові задачі нічого не сказано про можливість повороту ПО під час їх розміщення у межах ПП, а це означає, що їх довжини мають бути паралельними довжині ПП. Окрім того, проаналізувавши вхідні дані, бачимо, що карти розміщення ПО у межах ПП необхідно згенерувати з врахуванням обмеження на повторюваність ПО малих довжин і смуг малих ширин. Таким чином, з врахуванням вимог умови задачі та з дотриманням цих обмежень якраз і будемо генерувати всі допустимі карти розміщення ПО у межах ПП з використанням таких вхідних даних:

$$\mathbf{D}^n = 3500; \quad \mathbf{D} = 2; \quad \overline{\mathbf{m}}^d = \begin{cases} 583 \pm 100 \\ 583 \pm 100 \\ 583 \pm 0 \end{cases};$$

$$\mathbf{m}_1^c = 3; \quad \overline{\mathbf{N}}_1^c = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{m}}_1^c = \begin{Bmatrix} 555 \\ 405 \\ 125 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{D}}_1^c = \begin{Bmatrix} 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \end{Bmatrix};$$

$$\mathbf{m}_2^c = 3; \quad \overline{\mathbf{N}}_2^c = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{m}}_2^c = \begin{Bmatrix} 555 \\ 405 \\ 125 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{D}}_2^c = \begin{Bmatrix} 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \end{Bmatrix};$$

$$\mathbf{m}_3^c = 3; \quad \overline{\mathbf{N}}_3^c = \begin{Bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{m}}_3^c = \begin{Bmatrix} 555 \\ 405 \\ 125 \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{D}}_3^c = \begin{Bmatrix} 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \\ 655 & 505 & 155 \end{Bmatrix};$$

Для зручності подання результатів розрахунку підготуємо табл. 2 з аналогічними графами, як і у попередніх таблицях. Для розміщення ПО вздовж основної смуги, підбору допоміжних смуг, а також розміщення смуг вздовж ширин ділянок ПП застосуємо послідовність дій, яку було використано під час розв'язування прикл. 1, тільки з тією зміною, що в даному випадку необхідно їх розмістити у межах трьох ділянок ПП. Не вдаючись у конкретні пояснення самого процесу розв'язання цієї задачі, фрагмент результатів розрахунку допустимих карт розміщення ПО у межах ПП з комбінацією трьох "сіток" показано у табл. 2 і на рис. 3.

Табл. 2 (фрагмент). Допустимі карти розміщення ПО у межах ПП з врахуванням обмеження на три її ділянки
(розміри ПП: 3500×1750 мм; ширини ділянок ПП: $583^{\pm 100}$, $583^{\pm 100}$, $584^{\pm 100}$ мм)

№ карти	Характеристика смуг		Повторюваність ПО довжиною			Заповнення смуги ПО довжиною				Залишок смуги	Відход, м ² Kz
	ш ₁	у ₁	655	505	155	655	505	155	всього		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	555	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	0.4998
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	555	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	5	0	1	3275	0	155	0	0	
	405	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	5	0	1	3275	0	155	0	0	
	405	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	555	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	0.4978
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	555	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
276	555	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	0.0871
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	4	1	2	2620	505	310	3435	65	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
431	555	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	0.0566
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
534	555	1	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	0.0585
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	1	2	4	1	1310	2020	155	3485	15	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	125	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
987	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0972
	405	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	125	2	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	555	1	3	3	0	1965	1515	0	3480	20	
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
	125	2	5	0	1	3275	0	155	3430	70	
1655	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0464
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	2	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
	125	1	1	5	2	655	2525	310	3490	10	
1728	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1311
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	2	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	555	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	405	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	
	125	1	0	6	3	0	3030	465	3495	5	

Таким чином, на прикладі даної задачі бачимо, що методику її розв'язання можна узагальнити не на три, а на **D**-ту кількість ширин ділянок ПП. В результаті виконання таких дій буде згенеровано всі можливі варіанти розміщення смуг шириною w_{di} ($i = \overline{1, m_d}$; $d = \overline{1, D}$) по ширині ділянок ПП розміром $w_d \pm \Delta w_d$ ($d = \overline{1, D}$) і ПО довжиною d_{dij} ($j = \overline{1, n_{di}}$; $i = \overline{1, m_d}$; $d = \overline{1, D}$) вздовж смуг, кожна з яких має довжину D . Розглянутий підхід назвемо *способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення ПО у межах d-ої ділянки ПП за схемою "сітка" і у межах всієї ПП – з комбінацією D-ої кількості "сіток"*, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок ПП і повторюваності ПО малих довжин і смуг малих ширин. Основна властивість цього способу полягає у тому, що серед усіх згенерованих карт розміщення ПО у межах всієї ПП не трапляється однакових.

	655	505	155
555	1	2	3
405	4	5	6
125			

Карта №276. $Kz=98.59\%$

1	1	1	1	2	3	3
4	5	5	5	5	5	6
5	5	5	5	5	5	6

Карта №987. $Kz=98.41\%$

4	4	4	4	4	6
4	5	5	5	5	6
1	1	1	2	2	2

Карта №2. $Kz=91.87\%$

1	1	1	1	1	3
1	1	1	1	1	3
4	4	4	4	5	6

Карта №431. $Kz=99.08\%$

1	1	1	2	2	2
5	5	5	5	5	6
4	5	5	5	5	6

Карта №1655. $Kz=99.24\%$

5	5	5	5	5	6
2	2	2	2	2	3
4	5	5	5	5	6

Рис. 3. Карти розміщення ПО у межах ширин ділянок ПП з комбінацією трьох "сіток" (розміри ПП: 3500×1750 мм; ширини ділянок ПП: $583^{±100}$, $583^{±100}$, $583^{±100}$ мм)

2. Математичне формулювання задачі

Процес генерування всієї множини допустимих карт розміщення ПО у межах всієї ПП з комбінацією декількох "сіток", а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок ПП має таке математичне формулювання.

Введемо позначення для таких вхідних даних:

- D^n , $Ш^n$ – довжина і ширина ПП;
- D – кількість ділянок поділу ширини ПП;
- $Ш^d = \{ш_d^d \pm \Delta ш_d^d, d = \overline{1, D}\}$ – номінальні ширини ділянок ПП, вздовж яких необхідно розмістити ширини смуг;
- $M = \{m_d, d = \overline{1, D}\}$ – кількість ширин смуг, які можна розміщати по ширині ділянок ПП;
- $\overline{Ш} = \{\overline{Ш}_d = \{ш_{di}, i = \overline{1, m_d} : ш_{d,i-1} \geq ш_{di}\}, d = \overline{1, D}\}$ – впорядковані за спаданням ширини смуг;
- $\overline{N} = \{\overline{N}_d = \{n_{di}, i = \overline{1, m_d}\}, d = \overline{1, D}\}$ – кількість ПО у кожній зі смуг;
- $\overline{D} = \{\overline{D}_d = \{d_{dij}, j = \overline{1, n_i} : d_{d,i,j-1} \geq d_{dij}\}, i = \overline{1, m_d}, d = \overline{1, D}\}$ – впорядковані за спаданням довжини ПО у кожній смузі і для кожної ділянки ПП.

Завдання полягає в тому, щоб за відомими значеннями вхідних даних згенерувати всю множину допустимих карт розміщення ПО у межах ділянок

ПП за схемою "сітка", а у межах всієї ПП – з комбінацією декількох "сіток", яка складається з комбінації допустимих карт розміщення ПО довжиною $\overline{D}$ вздовж смуг, кожна з яких має довжину D^n і можливих варіантів розміщення смуг шириною $\overline{Ш}$ по ширині ділянки ПП розміром $\overline{Ш}^d$ і з отриманням таких складових результату розрахунку:

- повторюваностей ПО у смугах:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{P}}_d &= \overline{\overline{P}}_d^u = \overline{\overline{P}}_d^{uv} = \overline{\overline{P}}_d^{uvw} = \overline{\overline{P}}_d^{uvw}, w = \overline{1, Ks_d^{uv}}, v = \overline{1, Kp_d^u}, u = \overline{1, m_d}, d = \overline{1, D}, \\ \overline{\overline{P}}_d^{uvw} &= \overline{\overline{P}}_{di}^{uvw} = \overline{\overline{P}}_{dij}^{uvw} = \begin{cases} f[D^n, \overline{D}_{di}, \overline{P}_{di}^{u,v-1,w}], & \text{якщо } i > u; \\ \overline{\overline{P}}_{dij}^{uvw}, & \text{якщо } i = u; \end{cases} j = \overline{1, n_{di}^{uv}}, i = \overline{u, m_d^{uv}}; \end{aligned} \quad (1)$$

- повторюваностей смуг по ширині ділянок ПП:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{Y}}_d &= \overline{\overline{Y}}_d^u = \overline{\overline{Y}}_d^{uv} = \overline{\overline{Y}}_d^{uvw}, w = \overline{1, Ks_d^{uv}}, v = \overline{1, Kp_d^u}, u = \overline{1, m_d^{uv}}, d = \overline{1, D}, \\ \overline{\overline{Y}}_d^{uvw} &= \overline{\overline{Y}}_{di}^{uvw} = \overline{\overline{Y}}_{di}^{uvw} = f[Ш^n, \overline{Ш}, \overline{Y}_d^{u,v-1,w}], i = \overline{u, m_d^{uv}}; \end{aligned} \quad (2)$$

- коефіцієнтів заповнення ПП ПО:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{Kz}}_d &= \overline{\overline{Kz}}_d^u = \overline{\overline{Kz}}_d^{uv} = \overline{\overline{Kz}}_d^{uvw}, v = \overline{1, Kp_d^u}, u = \overline{1, m_d^{uv}}, d = \overline{1, D}, \\ \overline{\overline{Kz}}_d^{uvw} &= \overline{\overline{Kz}}_d^{uvw} = f[D^n, Ш^n, \overline{\overline{D}}, \overline{\overline{Ш}}, \overline{\overline{P}}_d^{uvw}, \overline{\overline{Y}}_d^{uvw} \rightarrow \max, w = \overline{1, Ks_d^{uv}}]; \end{aligned} \quad (3)$$

де: Kr_d – загальна кількість карт розміщення ПО у межах d -ої ділянки ПП, сформованих за схемою "сітка"; Kp_d^u – кількість карт розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги для d -ої ділянки ПП; Ks_d^{uv} – кількість варіантів розміщення смуг по ширині d -ої ділянки ПП для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; Kz_d^{uvw} – коефіцієнт заповнення ПП ПО у w -му варіанті розміщення смуг по ширині d -ої ділянки ПП і для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; m_d^{uv} – кількість ширин смуг, які беруть участь у v -му варіанті розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги для d -ої ділянки ПП; n_{di}^{uv} – кількість довжин ПО в i -ій смузі, які беруть участь у v -му варіанті розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги для d -ої ділянки ПП; y_{di}^{uvw} – повторюваність i -ої смуги у w -му варіанті їх розміщення по ширині d -ої ділянки ПП для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; p_{dij}^{uvw} – повторюваність j -го ПО в i -ій смузі для w -го варіанту розміщення смуг по ширині d -ої ділянки ПП і для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги.

Процес розміщення ПО здійснюється способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення ПО у межах d -ої ділянки ПП за схемою "сітка" і у межах всієї ПП – з комбінацією D -ої кількості "сіток", а та-

кож з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок ПП. Для знаходження сукупності невідомих параметрів у виразах (1)...(3) використовується така послідовність дій і відповідні математичні співвідношення. Нагадаємо, що процес розміщення ПО починається з $d=1$ -ої ділянки ПП.

Робоча ширина (максимальне значення) $d=1$ -ої ділянки ПП визначається за такою формулою:

$$w_{1,роб}^d = w_1^d + \Delta w_1^d. \quad (4)$$

Введемо ще такі додаткові змінні: z_{dij}^{uv} – поточна довжина залишку i -ої смуги, вздовж якої потрібно розмістити j -ий ПО при генеруванні v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги для $d=1$ -ої ділянки ПП; i_{di}^{uv} – номер ПО, з якого починається обчислення повторюваностей ПО при генеруванні v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги для $d=1$ -ої ділянки ПП. Перед початком генерування 1-го варіанту розміщення ПО у межах $d=1$ -ої ділянки ПП названі змінні приймають такі значення: $u=1$; $i=u$; $z_{d1}^{11} = D^n$ і $i_{d1}^{11} = 0$, а також $P_d^{111} = 0$.

Поточна повторюваність j -го ПО для $i=u$ -ої основної смуги і поточна довжина її залишку при генеруванні v -го варіанту їх розміщення вздовж u -ої основної смуги для $d=1$ -ої ділянки ПП визначаються з такого співвідношення:

$$\left(p_{dij}^{uv} = \text{int} \left[\frac{z_{dij}^{uv}}{D_{dij}^{uv}} \right]; z_{d,i,j+1}^{uv} = z_{d,ij}^{uv} - D_{dij}^{uv} \cdot p_{dij}^{uv} \right), j = \overline{i_{di}^{uv} + 1, n_{di}^{uv}}; i = u. \quad (5)$$

Потім відшукуються такі допоміжні смуги, до яких входять обов'язково всі довжини ПО, як у $v=1$ -му варіанті розміщення ПО для u -ої основної смуги $d=1$ -ої ділянки ПП, в результаті чого утворюються відповідно робочі довжини ПО і ширини смуг:

$$\overline{D_d^{uv}} = \left\{ \overline{D_{di}^{uv}} = \left\{ D_{dij}^{uv}, j = \overline{1, n_{di}^{uv}} \right\}, i = \overline{u, m_d^{uv}} \right\}, \quad (6)$$

$$\overline{W_d^{uv}} = \left\{ \overline{w_{di}^{uv}}, i = \overline{u, m_d^{uv}} \right\},$$

$$\text{де } \overline{D_{dij}^{uv}} = \begin{cases} D_{dik}, \text{ якщо } p_{duj}^{uv} > 0 \wedge D_{duj} = D_{dik}; \\ 0 - \text{в інш. випадку} \end{cases} \quad k = \overline{1, n_{di}}; j = \overline{1, n_{du}^{uv}}; i = \overline{u+1, m_d} \quad (7)$$

$$\overline{w_{di}^{uv}} = \begin{cases} w_{di}, \text{ якщо } p_{duj}^{uv} > 0 \wedge D_{duj} = D_{dik}; \\ 0 - \text{в інш. випадку} \end{cases}$$

Введемо ще такі додаткові змінні: c_{di}^{uvw} – поточна довжина залишку ширини $d=1$ -ої ділянки ПП, вздовж якого потрібно розмістити i -ту смугу для w -го варіанту їх розміщення при генеруванні v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги; k_d^{uvw} – номер смуги, з якої починаються обчислення повторюваностей смуг при генеруванні w -го варіанту їх розміщення по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги. Перед початком генерування 1-го варіанту розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП для v -го варіанту їх розміщення вздовж u -ої ос-

новної смуги названі змінні приймають такі значення: $c_{du}^{uv1} = w_{d,роб}^d$ і $k_d^{uv1} = 0$, а також $\overline{Y_d^{uv1}} = 0$.

Поточна повторюваність i -ої смуги і поточна довжина залишку робочої ширини $d=1$ -ої ділянки ПП при генеруванні w -го варіанту їх розміщення по ширині цієї ділянки ПП для v -го варіанту їх розміщення вздовж u -ої основної смуги визначаються з такого співвідношення:

$$\left(y_{di}^{uvw} = \text{int} \left[\frac{c_{di}^{uvw}}{w_{di}^{uvw}} \right]; c_{d,i+1}^{uvw} = c_{di}^{uvw} - w_{di}^{uvw} \cdot y_{di}^{uvw} \right), i = \overline{k_d^{uvw} + 1, m_d^{uv}}; k_d^{uvw} \geq u. \quad (8)$$

Поточна повторюваність j -го ПО для i -ої смуги при генеруванні w -го варіанту розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначається з такого співвідношення:

$$\left(p_{dij}^{uvw} = p_{duj}^{uvw}, j = \overline{1, n_{di}^{uv}} \right), i = \overline{u+1, m_d^{uv}}. \quad (9)$$

В результаті комбінації однієї з карт розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги і одного з варіантів розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП утворюється w -ий варіант розміщення ПО у межах $d=1$ -ої ділянки ПП, згенерованого за схемою "сітка". В цьому місці у випадку розгляду двох ділянок ПП необхідно здійснити рекурсивний перехід до наступної $d=2$ -ої ділянки ПП, виконати певну послідовність дій (див. нижче), повернутись знову в це саме місце і продовжити виконання подальших розрахунків.

Таким чином, наступний поточний $w=w+1$ варіант розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП базується на попередньому варіанті з такими змінами. Повторюваності смуг без будь-яких змін з попереднього варіанту їх розміщення по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП переносяться в наступний варіант, тобто

$$y_{di}^{uvw} = y_{di}^{uv,w-1}, i = \overline{k_d^{uvw}, m_d^{uv} - 1}. \quad (10)$$

Повторюваність останньої m_d^{uv} -ої смуги прирівнюється до нуля ($y_{d,m_d^{uv}}^{uv} = 0$) і відшукується така, нехай, k_d^{uvw} -та смуга, повторюваність якої є більшою від нуля ($y_{d,k_d^{uvw}}^{uvw} > 0$). Потім ця повторюваність зменшується на одиницю ($y_{d,k_d^{uvw}}^{uvw} = y_{d,k_d^{uvw}}^{uvw} - 1$), а початкова довжина залишку ширини $d=1$ -ої ділянки ПП для k_d^{uvw} -ої смуги перед початком генерування w -го варіанту визначається за такою формулою:

$$c_{d,k_d^{uvw}}^{uvw} = w_{d,роб}^d - \sum_{i=1}^{k_d^{uvw}} w_{di}^{uv} \cdot y_{di}^{uvw}. \quad (11)$$

Після цього за співвідношенням (8) визначаються поточна повторюваність i -ої смуги і поточна довжина залишку робочої ширини $d=1$ -ої ділянки ПП при генеруванні w -го варіанту їх розміщення. Аналогічно продовжуються розрахунки для кожного наступного варіанту розміщення смуг. Припинення процесу генерування можливих варіантів розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП відбувається при виконанні такої умови:

$$y_{di}^{uv} = 0 \wedge i = u, \quad (12)$$

тобто, з обов'язковою нульовою повторюваністю u -ої основної смуги.

Наступний поточний $v=v+1$ варіант розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги, що відноситься до $d=1$ -ої ділянки ПП, базується на попередньому з такими змінами. Повторюваності ПО без будь-яких змін з попереднього варіанту їх розміщення вздовж u -ої основної смуги переносяться в наступний варіант, тобто

$$p_{dij}^{uvw} = p_{dij}^{u,v-1,w}, j = \overline{i_{di}^{uv}, n_{di}^{uv} - 1}; i = u. \quad (13)$$

Повторюваність останнього n_{di}^{uv} -го ПО прирівнюється до нуля ($p_{d,i,n_{di}^{uv}}^{uv} = 0$) і відшукується такий, нехай, i_{di}^{uv} -ий ПО, повторюваність якого є більшою від нуля ($p_{d,i,i_{di}^{uv}}^{uv} > 0$). Потім ця повторюваність зменшується на одиницю ($p_{d,i,i_{di}^{uv}}^{uvw} = p_{d,i,i_{di}^{uv}}^{uv} - 1$), а початкова довжина залишку смуги для i_{di}^{uv} -го ПО перед початком генерування v -го варіанту визначається за формулою:

$$z_{d,i,i_{di}^{uv}}^{uv} = D^n - \sum_{j=1}^{i_{di}^{uv}} d_{dij}^{uv} \cdot p_{dij}^{uvw}. \quad (14)$$

Після цього за співвідношенням (5) визначаються поточна повторюваність j -го ПО і поточна довжина залишку смуги при генеруванні v -го варіанту їх розміщення вздовж смуг $d=1$ -ої ділянки ПП. Аналогічно продовжуються розрахунки для кожного наступного варіанту розміщення ПО. Припинення процесу генерування допустимих карт розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги $d=1$ -ої ділянки ПП відбувається при виконанні такої умови:

$$p_{dij}^{uvw} = 0, j = \overline{1, n_{di}^{uv} - 1} \wedge i = u, \quad (15)$$

тобто, з обов'язковою нульовою повторюваністю усіх ПО, які знаходяться в u -ій основній смузі.

Після цього відбувається перехід до наступної смуги, що відноситься до $d=1$ -ої ділянки ПП і яка раніше була допоміжною, а тепер вже стає основною і продовжуються розрахунки, починаючи зі співвідношення (4). Перехід від однієї основної смуги до іншої завершується аж на останній смузі, яка має найменшу довжину, тобто $u = 1, m_d$. Після цього завершується процес розв'язання задачі.

Після рекурсивного переходу до наступної $d=2$ -ої ділянки ПП визначається її робоча ширина за такою формулою:

$$w_{d,роб}^d = w_{d-1}^d - \sum_{i=1}^{m_{d-1}^{uvw}} w_{d-1,i}^{uv} \cdot y_{d-1,i}^{uvw} + w_d^d + \Delta w_d^d. \quad (16)$$

Потім за співвідношенням (5) здійснюється розрахунок v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги, відбувається підбір допоміжних смуг (співвідношення (6) і (7)) і здійснюється розрахунок w -го варіанту розміщення смуг по ширині $d=2$ -ої ділянки ПП (співвідношення (8)). У результа-

ті комбінації однієї з карт розміщення ПО вздовж основної смуги і одного з варіантів розміщення смуг по ширині $d=2$ -ої ділянки ПП утворюється w -ий варіант розміщення ПО у межах цієї ділянки ПП за схемою "сітка". В цьому місці, якщо розглядаються три (чотири і т.д.) ділянки ПП, необхідно здійснити рекурсивний перехід до наступної d -ої її ділянки. Якщо ж таких ділянок більше немає, то внаслідок комбінації w -го варіанту розміщення ПО у межах $d=1$ -ої ділянки ПП та поточного w -го варіанту розміщення ПО у межах $d=2$ -ої ділянки ПП утворюється поточний v -ий варіант розміщення ПО у межах всієї ПП з комбінацією двох "сіток". Після цього, починаючи з співвідношення (10), генерується наступний поточний $w=w+1$ варіант розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП і т.д.

Загальне заповнення смуг d -ої ділянки ПП, кожна з яких має довжину D^n , при генеруванні v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначається з такого співвідношення:

$$\overline{S_d^{uvw}} = \left\{ s_{di}^{uvw} = \sum_{j=1}^{n_{di}^{uv}} d_{dij}^{uv} \cdot p_{dij}^{uvw}, i = \overline{u, m_d^{uv}} \right\}, d = \overline{1, D}, \quad (17)$$

загальне заповнення робочої ширини ($w_{d,роб}^d$) d -ої ділянки ПП при генеруванні w -го варіанту розміщення вздовж неї смуг для v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги визначається за такою формулою:

$$\delta_d^{uvw} = \sum_{i=u}^{m_d^{uv}} w_{di}^{uv} \cdot y_{di}^{uvw}, d = \overline{1, D}. \quad (18)$$

Тоді заповнення d -ої ділянки ПП ПО буде визначатися за такою формулою:

$$\Omega_d^{uvw} = \delta_d^{uvw} \cdot s_{du}^{uvw}, d = \overline{1, D}, \quad (19)$$

загальне заповнення всієї ПП ПО визначається за такою формулою:

$$\Omega^{uvw} = \sum_{d=1}^D \Omega_d^{uvw}, \quad (20)$$

а коефіцієнт заповнення ПП ПО – за такою формулою:

$$Kz^{uvw} = \frac{\Omega^{uvw}}{S^n}, \quad (21)$$

де $S^n = D^n \cdot w^n$ – площа ПП.

Зрозуміло, що для двовимірного розміщення ПО у межах d -ої ділянок ПП за схемою "сітка" для виразу (19) є необов'язковим обчислення заповнення кожної смуги ПО, оскільки всі смуги мають однакову довжину і однакове заповнення.

3. Алгоритм розв'язання та програмна реалізація задачі

Для реалізації алгоритму генерування всіх допустимих карт розміщення ПО у межах ширин ділянок ПП з комбінацією декількох "сіток" необхідно організувати рекурсивний (ієрархічний) перехід від однієї ділянки ПП до іншої, в результаті чого будуть утворюватися карти розміщення ПО у межах всієї ПП. Процес розрахунку починається з $d=1$ -ої ділянки ПП.

Для $d=1$ -ої ділянки ПП необхідно: визначити її робочу ширину, вздовж якої будуть розміщатися смуги; організувати зовнішній цикл переходу від однієї основної смуги до іншої, а в середині цього циклу потрібно організувати два етапи з наступною послідовністю виконання дій.

На першому етапі за допомогою першої стандартної підпрограми для одновимірного розміщення ПО здійснюється генерування v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги. Потім відбувається підбір допоміжних смуг і за допомогою подібної підпрограми здійснюється генерування w -го варіанту розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП. В результаті комбінації однієї з карт розміщення ПО вздовж основної смуги і одного з варіантів розміщення смуг по ширині $d=1$ -ої ділянки ПП утворюється ω -ий варіант розміщення ПО у межах цієї ділянки ПП за схемою "сітка". У цьому місці, якщо розглядаються дві ділянки ПП, необхідно здійснити рекурсивний перехід до наступної $d=2$ -ої ділянки ПП, виконати певну послідовність дій (див. нижче) і повернутись знову ж у це саме місце і продовжити виконання подальших розрахунків.

На другому етапі для $d=1$ -ої ділянки ПП за допомогою другої стандартної підпрограми відбувається підготовка даних для смуг, внаслідок чого здійснюється генерування наступного варіанту їх розміщення по ширині цієї ділянки ПП, а у випадку їх завершення – перехід до підготовки даних для ПО і до генерування поточного варіанту їх розміщення вздовж основної смуги. У випадку завершення процесу розміщення ПО вздовж основної смуги для $d=1$ -ої ділянки ПП відбувається перехід до наступної основної смуги і вже з нею аналогічно продовжується процес розрахунку. Перехід від однієї основної смуги до іншої завершується аж на останній смузі, яка має найменшу довжину. Після цього завершується процес розв'язання задачі.

Внаслідок рекурсивного переходу для $d=2$ -ої ділянки ПП необхідно: визначити її робочу ширину, вздовж якої будуть розміщатися смуги; організувати зовнішній цикл переходу від однієї основної смуги до іншої, а в середині цього циклу потрібно знову ж таки організувати два етапи з такою послідовністю виконання дій.

На першому етапі здійснюється генерування v -го варіанту розміщення ПО вздовж u -ої основної смуги, відбувається підбір допоміжних смуг і здійснюється генерування w -го варіанту розміщення смуг по ширині $d=2$ -ої ділянки ПП. У результаті комбінації однієї з карт розміщення ПО вздовж смуги і одного з варіантів розміщення смуг по ширині $d=2$ -ої ділянки ПП утворюється ω -ий варіант розміщення ПО у межах цієї ділянки ПП за схемою "сітка". В цьому місці, якщо розглядаються три (чотири і т.д.) ділянки ПП, необхідно здійснити рекурсивний перехід до наступної $d = d + 1$ -ої її ділянки. Якщо ж таких ділянок більше немає, то внаслідок комбінації ω -го варіанту розміщення ПО у межах $d=1$ -ої ділянки ПП, згенерованого за схемою "сітка", та поточного ω -го варіанту розміщення ПО у межах $d=2$ -ої ділянки ПП, згенерованого також за схемою "сітка", утворюється поточний v -ий варіант розміщення ПО у межах всієї ПП з комбінацією двох "сіток".

На другому етапі для $d=2$ -ої ділянки ПП за допомогою другої стандартної підпрограми відбувається підготовка даних для смуг і здійснюється ге-

нерування наступного варіанту їх розміщення по ширині цієї ділянки, а у випадку їх завершення – перехід до підготовки даних для ПО і до генерування поточного варіанту їх розміщення вздовж основної смуги. У випадку завершення процесу розміщення ПО вздовж основної смуги відбувається перехід до наступної смуги, яка раніше була допоміжною, а тепер стає основною і вже з нею аналогічно продовжується процес розв'язання задачі. Перехід від однієї основної смуги до іншої, що відносяться до $d=2$ -ої ділянки ПП, завершується аж на останній смузі, яка має найменшу довжину. Після цього відбувається перехід до попередньої ділянки ПП.

Зрозуміло, що це далеко не повний опис програмної реалізації даної задачі, всі детальні викладки будуть розглядатися в наступних розділах. Підтвердженням правильності роботи запропонованого програмного забезпечення можуть служити обчислені за допомогою нього результати табл. 1 і 2, введені у відповідний текстовий файл і як оригінал занесені до даної роботи.

Висновки

1. На підставі конкретних числових даних розглянуто методику отримання всіх можливих варіантів карт розкрою ПДМ на меблевій заготовці з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами, а також з врахуванням обмеження на використання ширин ділянок ПДМ і повторюваності заготовок малих довжин і смуг малих ширин, що дозволило удосконалити роботу генератора для регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення ПО у межах ПП з комбінацією двох і більше "сіток".

2. Стосовно змістовної постановки задачі, то запропонований підхід щодо процесу формування можливих варіантів карт розкрою ПДМ на заготовки названо *способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення заготовок у межах d -ої ділянки ПДМ з суцільними поздовжніми і поперечними пропилами, а у межах всього ПДМ – з суцільними поздовжніми і зміщеними поперечними пропилами*, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок плити і повторюваності заготовок малих довжин і смуг малих ширин. Основна властивість цього способу полягає у тому, що серед усіх сформованих карт розкрою ПДМ на заготовки не трапляється однакових варіантів.

3. Стосовно формальної постановки задачі, то запропонований підхід щодо процесу генерування карт розміщення ПО названо *способом регулярного послідовно-одиначного двовимірного розміщення ПО у межах d -ої ділянки ПП за схемою "сітка" і у межах всієї ПП – з комбінацією D -ої кількості "сіток"*, а також з врахуванням обмежень на використання ширин ділянок ПП і повторюваності ПО малих довжин і смуг малих ширин. Основна властивість цього способу полягає у тому, що серед усіх згенерованих карт розміщення ПО у межах всієї ПП не трапляється однакових.

4. Розроблено відповідне математичне формулювання, алгоритм розв'язання і програмне забезпечення з використанням технології структурного програмування. Проаналізовано деякі неординарні ситуації, які можуть траплятися в процесі застосування цього способу, розглянуто конкретні алгоритми їх розв'язання.