

де: $H = 2^{2K} \cdot \left(\frac{2K}{K} \right) \approx \sqrt{\pi K} = \sqrt{\pi} \cdot v$, v – коефіцієнт варіації інтервалів випуску продукції.

У випадку показникового розподілу інтервалів випуску ($K=1$) останній вираз трансформується в аналітичне співвідношення, що виводиться класичними методами теорії масового обслуговування

$$H_M = (M+3)^{-1}. \quad (3)$$

Якщо останній вираз дає можливість визначити коефіцієнт накладання ВРЧ в усьому діапазоні існування місткостей нагромаджувачів ($M \geq 0$) тільки для параметра $K=1$, то співвідношення (2) ще й у практично необмеженому діапазоні параметра стабільності ($1 \leq K < \infty$), або в одиничному – коефіцієнта варіації ($0 \leq v \leq 1$) інтервалів випуску продукції.

Співвідношення (1) має жорсткі обмеження на всі три параметри: кількість верстатів (дільниць) у лінії $2 \leq a \leq 10$; параметр стабільності $1 \leq K \leq 100$; місткість нагромаджувачів $0 \leq M \leq 100$. Ці обмеження не тільки не дають змогу використати аналізоване співвідношення для оцінки ВРЧ у великій кількості автоматизованих ліній і виробничих систем, але й позбавляють їх дослідників можливості прогнозувати очікувані втрати, фактичну продуктивність, ефективність та інші показники. Цей недолік притаманний переважній більшості емпіричних виразів. Щоб усунути вказані вади, ми зосередили свою увагу на вже згаданих співвідношеннях (1) і (2), а також на залежності коефіцієнта накладання ВРЧ від кількості верстатів a у лінії

$$H_a = 0,6(3) - 0,6a^{-1} \quad (4)$$

для випадку їх жорсткого з'єднання ($M=0$) і показниково розподілених інтервалів випуску ($K=1$). Хоча залежність ця теж емпірична, але перевірка її методом імітаційного моделювання показала, що вона дає досить високу (до 0,001...0,002) точність у широкому діапазоні кількості верстатів ($2 \leq a \leq 50$). Цього діапазону цілком достатньо для практичної оцінки й аналізу ВРЧ в автоматизованих виробничих системах різноманітного призначення.

Для випадку найпростішої за структурою виробничої системи з двох дільниць ($a=2$) із аналізованого виразу (1) отримуємо

$$H_{a=2} \approx (3K^x + KM)^{-1}. \quad (5)$$

Це співвідношення відповідає аналітичному виразу (2), а його доданок у знаменнику $K^x/3$ апроксимує аналітичну залежність $\Pi+1$, тобто $\Pi+1 \approx 3K^x \approx 3\sqrt[3]{K}$. Таким чином, наші теоретичні дослідження підтверджують отримані раніше емпіричні залежності.

Для подальшого розгляду узагальненої залежності (1) для більшої кількості дільниць або верстатів ($3 \leq a \leq 10$) підставимо відповідні значення символів A , B , x і отримаємо

$$H = \frac{0,633 - 0,6/a}{\sqrt[3]{K} + (0,633 - 0,6/a)(1,13 - 0,065a)KM}. \quad (6)$$

Числовий аналіз добутку двох множників у знаменнику перед KM показує, що його значення мало змінюється у діапазоні $2 \leq a \leq 10$ і змінюється близько 1/3.

Тому

$$H \approx \frac{0,633 - 0,6/a}{\sqrt[3]{K} + KM/3} \approx \frac{1,9 - 1,8/a}{3\sqrt[3]{K} + KM}. \quad (7)$$

На підставі вищеподаного ми пропонуємо обчислювати накладання ВРЧ в автоматизованих лініях з a верстатів однакової продуктивності, з'єднаних буферними пристроями місткістю на M заготовок (деталей), за таким виразом

$$H_{акм} \approx \frac{1,9 - 1,8a^{-1}}{KM + \Pi + 1} \approx \frac{1,9 - 1,8a^{-1}}{KM + \sqrt{\pi K} + 1}. \quad (8)$$

Необхідно наголосити, що при своїй простоті й виразності вираз (8) відзначається високою точністю у межах від двох до п'ятдесяти верстатів, або виробничих дільниць з практично необмеженими діапазонами параметра стабільності $K \geq 1$ і місткості нагромаджувачів $M \geq 0$. Легко пересвідчитись, що за відповідних умов співвідношення (8) трансформується у вирази (2), (3) і (4).

Знайдена залежність (8) тепер дає змогу не тільки оцінити ефективність широкого класу автоматизованих ліній і багатодільничих автоматизованих виробничих систем, але й вирішувати завдання їх оптимізації та й інші запити теорії і практики їх проектування й аналізу.

Література

1. Автоматические линии у машиностроении: Справочник. Под ред. А.И.Дашенко. – М.: Машиностроение, 1984-1985. – 1200 с.
2. Дудюк Д.Л., Загвойська Л.Д., Максимів В.М., Сорока Л.Я. Елементи теорії автоматичних ліній. – Київ-Львів: ІЗМІІ. -192 с.
3. Дудюк Д.Л. Оптимізаційні моделі автоматизованих ліній// Науковий вісник. Зб. наук. – техн. праць. – Львів: УкрЛІТУ, 2000, вип. 10.1. – С. 236-244.

УДК 658.512:007.001 Проф. Ю.А. Дайновський, д.е.н. – Львівська комерційна академія, доц. Л.К. Гліненко, к. т. н. – НУ "Львівська політехніка"

ГРАФІЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Робота присвячена дослідженню можливостей графічного представлення умов задач прийняття рішення і процесу пошуку їх розв'язку. Розроблені універсальні графічні моделі ЗПР різних класів і запропонована класифікація ЗПР за їх графічним представленням, яка дає змогу спростити ідентифікацію типу ЗПР і знаходження ефективного способу її розв'язання.

Prof. Y. Dainovsky, doc. L. Glinenko

Graphic presentation of decision-making problems

Possibilities of graphic presentation of decision-making problems (DMP) terms and solution process are investigated. General graphic models of DMPs referring to different classes are developed and DMP classification by their graphic presentation is proposed. The results achieved allow to simplify the identification of the DMP class as well as efficient solution search.

Ефективність застосування численних широко відомих рекурсивних і алгоритмічних методів розв'язання задач прийняття рішень (ЗПР) залежить від сту-

пеня відповідності обраного методу класу задач, до якого приналежна дана ЗПР. При цьому задача коректної ідентифікації класу ЗПР, переважно, вимагає моделювання задачі, а сама задача побудови моделі може мати рівень складності на декілька порядків вищий за рівень складності самої задачі [1]. Очевидно, що знаходження відносно простих методів ідентифікації, принаймні найрозповсюдженіших класів задач, є вельми актуальним.

Дана робота присвячена дослідженню можливостей графічного представлення умов ЗПР різних класів (як відносно нескладного порівняно з аналітичним [2]) і виявленню ознак цих графічних представлень, які могли б виступати як ознаки приналежності ЗПР до того чи іншого класу і, як наслідок, створювати підставу для коректного вибору того чи іншого алгоритму для розв'язання ЗПР на етапі постановки задачі.

Відомо, що структура довільної моделі може бути представлена графом, вершини якого відповідають квантифікованим елементам опорної інформації, а ребра – відносинам між ними [2]. Тоді графічно модель детермінованої ЗПР у замкненій формі може бути представлена у вигляді двох графів, що відповідають вихідному X_0 і кінцевому X_1 станам, структура яких задана з різним ступенем визначеності. У загальному, в задачах структурного синтезу або синтезу структури рішення [3] структура графу вихідного X_0 стану задана повністю, елементи x_{0i} і відносини $r_{0ij} = \langle x_{0i} x_{0j} \rangle$ описані однозначно у параметричному вигляді, тобто через єдине детерміноване значення кожного зі своїх параметрів. Задача полягає у знаходженні структури графу кінцевого стану X_1 , яка найкращим чином задовольняла б обмеженням $G_1(x)$ на функцію доходу при дотриманні обмежень $G_2(x)$ на структуру графу. Для задач цього класу можливі декілька варіантів постановок залежно від обмежень $G_1(x) \in G(x)$ і $G_2(x) \in G(x)$:

а) заданий елементний склад X_1 (набір вершин кінцевого графу) і його матриця інцидентцій, що створює обмеження $G_2(x)$. Задача полягає у знаходженні степенів всіх вершин (кратності ребер) шуканого графу кінцевого стану, які б у сукупності найкращим чином задовольняли б обмеженням $G_1(x)$. При цьому кінцевий граф має бути мультиграфом Кеніга, в якому підмножини незв'язаних вершин представлені різнофункціональними учасниками задачі, наприклад, джерелами постачання і місцями призначення. До такого графічного представлення зводяться найпростіші розподільовальні задачі типу транспортної задачі лінійного програмування;

б) заданий елементний склад X_1 (набір вершин кінцевого графу), вартості всіх можливих ребер $\{g_{ij}\} \subset G_1(x)$ і обмеження $G_2(x)$ на кратність ребер і степінь вершин. Задача полягає у знаходженні структури шуканого графу кінцевого стану (що знову ж таки є мультиграфом Кеніга), яка б забезпечувала екстремальну вартість кінцевого графу (обмеження $extr \sum g_{ij} \subset G_1(x)$ за умови $G_2(x)$, тобто не всі можливі ребра є дозволеними). До такого графічного представлення зводяться найпростіші розподільовальні задачі типу задачі призначення, в яких визначається оптимальний розподіл робіт;

в) задана структура вихідного графу X_0 і вартість всіх його ребер $\{g_{ij}\} \subset G_1(x)$. Відомо, що кінцевий граф X_1 має бути зв'язаним $G_{21}(x) \subset G_2(x)$, частковим $G_{22}(x) \subset G_2(x)$ стосовно X_0 і обов'язково містити певні елементи структури

вихідного графу $G_{23}(x) \subset G_2(x)$ (початкову і кінцеву вершини, певні чи всі вершини, деякі ребра тощо), $G_2(x) = G_{21}(x) \cap G_{22}(x) \cap G_{23}(x)$. Задача полягає у знаходженні структури шуканого графу кінцевого стану, яка б забезпечувала екстремальну вартість кінцевого графу (обмеження $extr \sum g_{ij} \subset G_1(x)$ за умови $G_2(x)$). До такого графічного представлення зводяться простіші екстремальні комбінаторні задачі на графах типу задачі побудови дерева мінімальної вартості, задачі мінімального покриття графу, задачі про комівояжера, задачі впорядкування, задачі на максимальну пропускну здатність мережі тощо;

г) задана структура вихідного графу X_0 . Необхідно розділити цей граф на окремі підграфи $X_{11} \dots X_{1n}$, кожний з яких має бути частиною графу X_0 (обмеження $G_1(x)$), і задовольняти певним обмеженням на свою структуру X_{1i} ($G_{21}(x) \subset G_2(x)$) та на співвідношення зі структурою інших графів X_{1j} , $j \neq i$, ($G_{21}(x) \subset G_2(x)$). До такого графічного представлення зводяться задачі про декомпонування графів, наприклад, задача максимального паросполучення тощо;

д) повністю задана структура вихідного графу X_0 , тобто задана множина елементів $X_0 = \{x_{0i}\}$ потужності N_0 і міжелементних зв'язків $R_0 = \{\langle x_{0i} x_{0j} \rangle\}$, множина додаткових вершин $X^*_0 = \{x^*_{0i}\}$, які відбивають нетотожні зв'язкам властивості вершин графу X_0 , обмеження $G_2(x)$ на множину X^*_0 і обмеження на структуру кінцевого графу X_1 , $G_3(x)$:

- $G_2(x): N^*_0(x) = N_0(x)$, тобто потужності множини вершин графу початкового стану X_0 і додаткових вершин X^*_0 , які потенційно можуть бути введені у граф X_1 , рівні. Іншими словами, гранично кожна вершина графу X_0 може посідати своє значення певної додаткової властивості, яка відбивається вершинами графу X_1 ;
- $G_3(x) = G_{31}(x) \cap G_{32}(x) \cap G_{33}(x) \cap G_{34}(x) \cap G_{35}(x)$, де:
 $G_{31}(x): X_0 \subset X_1; R_0 \subset R_1$; тобто граф X_0 входить у граф X_1 ;
 $G_{32}(x): X^*_0 \subset X_1; X^*_0 \subset X^*_0; N^*_0(x) \leq N^*_0(x)$, тобто у склад кінцевого графу X_1 входить підмножина X^*_0 множини додаткових вершин X^*_0 ;
 $G_{33}(x): \forall x^*_{0i}, \forall x^*_{0j}; x^*_{0i} \in X^*_0; x^*_{0j} \in X^*_0; x^*_{0i} \in X_1; x^*_{0j} \in X_1 \supset \langle x^*_{0i} x^*_{0j} \rangle \notin R_1$, тобто у кінцевому графу X_1 не може існувати ребер, що поєднують дві нововведені вершини попарно, нові вершини не можуть бути суміжними, між ними не існує бінарних зв'язків;
 $G_{34}(x): \forall x_{0i}, \forall x_{0j}, \forall x^*_{0k}; j \neq k; x_{0i} \in X_0; x_{0j} \in X_0; x^*_{0k} \in X^*_0 \subset X_1; \langle x_{0i} x_{0j} \rangle \in R_0 \subset R_1; \langle x^*_{0k} x_{0i} \rangle \in R_1 \supset \langle x^*_{0k} x_{0j} \rangle \notin R_1$, тобто вершини з підмножини X^*_0 , що увійшли у склад графу X_1 , не можуть бути суміжними одночасно двом суміжним вершинам початкового графу X_0 . Іншими словами, у графі X_1 дозволено поєднувати одну й ту саму нововведену вершину $x^*_{0k} \in X^*_0 \subset X_1$ тільки з несуміжними вершинами графу початкового стану X_0 ;
 $G_{35}(x): \forall x_{0i}, \forall x^*_{0k}, \forall x^*_{0l}; k \neq l; x_{0i} \in X_0; x^*_{0k} \in X^*_0 \subset X_1; x^*_{0l} \in X^*_0 \subset X_1; \langle x^*_{0k} x_{0i} \rangle \in R_1 \supset \forall l \neq k; \langle x^*_{0l} x_{0i} \rangle \notin R_1$, тобто кожна з вершин вихідного графу $x_{0i} \in X_0$ у структурі кінцевого графу X_1 може бути суміжна (посадна ребром) тільки з однією з нововведених вершин $x^*_{0k} \in X^*_0$, що відповідає тому, що для кожної вершини $x_{0i} \in X_0$ може існувати тільки одне значення властивості, відбите простором X^*_0 .

Необхідно визначити структуру вихідного графу за умови мінімізації кількості додаткових вершин $G_1(x) = \min N_1(x)$, що вводяться у структуру кінцевого непланарного графу, і чисельне значення $N_{1\min}(x)$ при дотриманні $G_3(x)$ та $G_2(x)$. До такого графічного представлення зводяться задачі про надання елементу графу нових властивостей, наприклад, задача про розфарбовування вершин графу.

У задачах на синтез принципу дії або синтез концепції рішення, що становлять перший етап генерації альтернатив у ході розв'язання ЗПР, аналітичний опис графічного представлення матиме вигляд: заданий граф вихідного стану X_0 у вигляді множини ізольованих вершин $\{x_{0i}\}$, кожна з яких описана функціональною моделлю субстанційного типу, тобто через набір властивостей $P_{0i} = \{P_{0ij}\}$, які дозволяють довільний елемент x_{0i} представити у вигляді універсального автомату. Це означає, що у склад $P_{0i} = \{P_{0ij}\}$ обов'язково входять $P_{0i1} = \{O_{ij\text{поч}}\}$; $P_{0i2} = \{O_{ij\text{кін}}\}$; $P_{0i3} = D_i$; $P_{0i4} = \{Y_{ij}\}$; $\{P_{0i1}, P_{0i2}, P_{0i3}, P_{0i4}\} \subset P_{0i}$, де $O_{i\text{поч}} = \{O_{ij\text{поч}}\}$ – вектор початкових станів об'єктів певного класу (клас може бути заданий кортежем семантичного коду), допустимих для здійснення перетворення, заданого автоматом x_{0i} ; $O_{i\text{кін}} = \{O_{ij\text{кін}}\}$ – вектор кінцевих станів об'єктів цього ж класу, що можуть бути результатом перетворення на x_{0i} ; D_i – дія, що задає зміст перетворення; $Y_i = \{Y_{ij}\}$ – вектор умов здійснення цього перетворення. Сукупність обмежень $\{P_{0i1}, P_{0i2}, P_{0i3}, P_{0i4}\}$ по кожному елементу задає обмеження g_{2i} , які сумісно утворюють множини поелементних обмежень $G_2 = \{g_{2i}\}$. Вартість $C_{x_{0i}}$ кожної вершини або невідома, або задається вартістю технічної реалізації елементу, якому вона відповідає (переважно перше, тобто невідома). Вартість кожного ребра дорівнює півсумі питомих вартостей ідентичних йому вершин: $C_{ij} = 0,5(C_{x_{0i}}/r_i + C_{x_{0j}}/r_j)$, де r_i, r_j – степені вершин x_{0i} і x_{0j} . Задані наступні обмеження $G_3(x) = G_{31}(x) \cap G_{32}(x) \cap G_{33}(x)$ на структуру кінцевого графу X_1 :

- $G_{31}(x): \{x_{1i}\} \subset \{x_{0i}\}$; $N_1(x) \leq N_0(x)$, тобто у склад кінцевого графу X_1 не можуть входити вершини, інші за X_0 ;
- $G_{32}(x): O_{1\text{поч}} = O_{\text{поч}}; O_{n\text{кін}} = O_{\text{кін}}$; де n – номер останньої вершини графу X_1 , тобто задані початковий і кінцевий стан об'єкту перетворення з множин $O_{1\text{поч}} \subset \{P_{11}\}$; $O_{n\text{кін}} \subset \{P_{1n}\}$, які задають першу і останню вершини графу X_1 ;
- $G_{33}(x): \forall x_{1i}, \forall x_{1j}; x_{1i} \in X_1; x_{1j} \in X_1; O_{1\text{поч}} = \{O_{1j\text{поч}}\}; O_{i\text{кін}} = \{O_{ik\text{кін}}\}; \langle x_{1i}x_{1j} \rangle \in R_1 \supset \exists O_{j\text{поч}}; \exists O_{ik\text{кін}}; O_{j\text{поч}} = O_{ik\text{кін}}$, тобто поєднувати ребрами можна вершини тільки у випадку, коли кінцевий стан об'єкту попередньої вершини співпадає з початковим станом наступної.

Завдання полягає або у знаходженні всіх можливих (або принаймні одної) структур графу X_1 , які б забезпечували безперервність перетворення $O_{1\text{поч}}$ в $O_{n\text{кін}}$, тобто зв'язність $G_1(x)$ графу X_1 за умов $G_2(x)$ та $G_3(x) = G_{31}(x) \cap G_{32}(x) \cap G_{33}(x)$, або, за умови заданих вартостей вершин, у побудові вищеописаного зв'язаного графу мінімальної вартості $G_1(x) \supset G^*_1(x) = \min \sum C_{1ij}$ (останнє зустрічається дуже рідко).

Це постановка задачі на синтез принципу дії або синтез концепції рішення, у межах обмеженого набору альтернатив. На цьому етапі оцінка корисності альтернатив ведеться за номінальною шкалою: всім структурам X_1 , що задовольняють постановці задачі, присвоюється корисність 1, всім іншим – 0. Інша оцінка тут переважно неможлива, оскільки вартість C_{ij} на цьому етапі може бути визначена надто приблизно, за винятком варіантів, коли для кожної з вершин існує один і тільки один спосіб технічної реалізації для всіх структур X_1 .

В окремих випадках задача на синтез принципу дії може мати наступне представлення: заданий граф вихідного стану X_0 , описаний як у попередньому випадку (обмеження $G_2(x)$). Необхідно перейти до графу кінцевого стану X_1 шляхом застосування обмеженої множини $S = \{S_{0i}\}$ заданих операторів переходу кожного з елементів з початкового стану x_{0i} у кінцевий x_{1i} , які підкоряються обмежен-

ням $G_4(x)$. Структура кінцевого графу X_1 визначена неповністю: відомо лише, що він має бути зв'язним ($G_1(x)$) і підпадати під обмеження $G_3(x)$, що співпадає з $G_{32}(x) \cap G_{33}(x)$ з попереднього випадку; існує незліченна множина X^*_0 , з якої можна черпати додаткові вершини. Це задача на генерацію альтернатив на незліченному чи необмеженому просторі, єдиним методом розв'язання якої є евристичний пошук.

Методи підвищення ефективності евристичного пошуку описані в [4]; найефективнішими є спроби, принаймні, часткової формалізації цього пошуку, які вимагають зведення задач цього типу до попереднього, тобто переходу до зліченної множини альтернатив і постановки даної задачі як комбінаторної.

Висновки

Показано, що умови конкретної ЗПР практично довільного класу і бажаний результат розв'язання можуть бути представлені у вигляді графу з різним ступенем визначеності структури залежно від класу задачі, причому побудова графу вихідних умов і результуючого графу у кожному конкретному випадку є достатньо очевидною. Виявлено, що для значної частини задач структурного синтезу графічна модель може бути представлена мультиграфом Кенига. Розроблені універсальні графічні моделі ЗПР різних класів, наведений їх аналітичний опис і отримана класифікація ЗПР за їх графічним представленням. За основні класифікаційні ознаки прийняті ступінь і характер визначеності структури вихідних і кінцевих графів і дозволені операції перетворення. Показано, що ідентифікація класу ЗПР, до якого належить конкретна задача, може бути проведена шляхом співставлення ознак графічної моделі даної задачі з ознаками моделей різних класів, що, у свою чергу, дозволяє значно спростити пошук найефективнішого способу розв'язання ЗПР. Окрім того, аналітичний опис отриманих нами графічних моделей дозволяє задати обмеження на структуру графів всіх ЗПР у вигляді обмежень на значення комірок ортогональних таблиць, що надає змогу застосувати для пошуку рішення інструмент Solver стандартної електронної таблиці Microsoft Excel.

Література

1. Лорьер Ж.Л. Системы искусственного интеллекта: Пер. с франц./ Под ред. В.Л. Стефанюка. – М.: Мир, 1991. – 568 с.
2. Трудношин В.А., Пивоварова Н.В. Математические модели технических объектов./ Под ред. И.П. Норенкова. – Минск: ВШ, 1988. – 159 с.
3. Норенков И.П. САПР: Принципы построения и структура. – Минск: ВШ, 1988. – 123 с.
4. Глізенко Л.К., Вибойшик О.М., Смердов А.А. Моделирование эвристических задач проектирования. – Львів: Телемаркет, 1997. – 222 с.